2012 北京高考数学文科试题分析

北京新东方　　刘珅　孟祥飞

2012 年的北京数学高考是高中新课改后的第三次高考，试卷延续了近几年高考数学命题的风格，题干大气，内容丰富，难度客观讲适中，和以往一样，其中 8,14,20 三个题技巧性较高，侧重考查学生的数学思维和探索精神。

一、第一感觉

拿到试卷的第一感觉是亲切，大部分试题均注重考查基础知识、基本技能和基本方法，考查数学传统的主干知识，较好把握了传统知识的继承点和新增知识的起步点，但是有几个试题还是非常具有心意，难度不小，重点考察能力，给笔者留下了较深的印象：

例如选择第 3 题，在不等式背景下考查了一个概率问题，还是非常具有综合性的。选择第 7 题，常见的三视图问题，但是计算几何体的表面积，对空间想象力要求还是很高的。填空题第 13 小题，难度虽然不大，但是综合性以及对于函数思想的要求都很高。第 16 题，立体几何考查了一个折纸的问题，难度虽然不大，但是形式还是比较有亮点的，第三问又设计为探索型问题，体现了能力立意的考试要求，要求学生有较好的空间想象力和逻辑推理能力才能顺利解答. 再比如 17 题以生活背景为模型考查了一个概率统计的知识，题目难度仍然不大，但是第三问非常有创新思维的让学生大胆猜想方差最大的情况，还是非常考查能力的，另外，从生活的角度命题，让学生体验数学的建模思想和应用价值，激发学生学习数学的兴趣，拓展视野，开展研究性学习，实现数学的人文教育功能.

二、试题解析

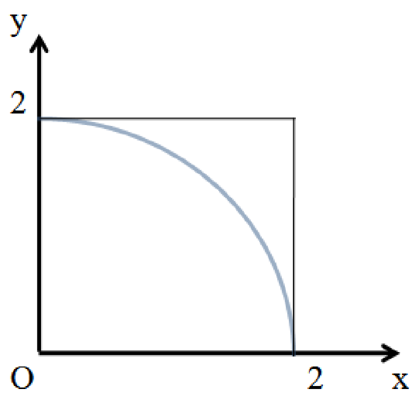
（一）、选择题：

【解析】第（1）题和往年一样，依然是集合（交集）运算，本次考察的是一次和二次不等式的解法。因为 $A=\{x\in R\,|\,3x+2>0\}\Rightarrow x>-\dfrac{2}{3}$，利用二次不等式的解法可得

$B=\{x\,|\,x<-1\text{或}x>3\}$，画出数轴图易得：$A\cap B=\{x\,|\,x>3\}$，答案：D

【解析】第（2）题考查的是复数除法的化简运算以及复平面，实部虚部的概念。

$$\frac{10i}{3+i}=\frac{10i(3-i)}{(3+i)(3-i)}=\frac{30i-10i^2}{9-i^2}=\frac{10+30i}{10}=1+3i$$



，实部为 1，虚部为 3，对应复平面上的点为$(1,3)$，答案：A

【解析】第（3）题是一道微综合题，它涉及到的知识包括：线性规划，圆的概念和面积公式，概率。

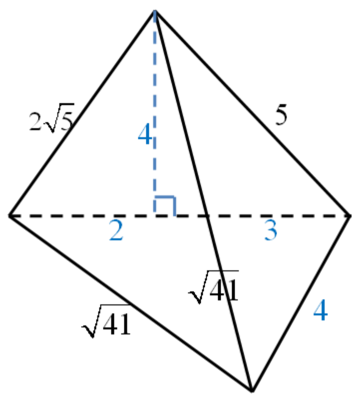
题目中$\begin{cases}0\le x\le 2\\0\le y\le 2\end{cases}$表示的区域如右图正方形所示，而动点 D 可以存在的位置为正方型面积减去四分之一圆的面积部分，因此$P=\dfrac{2\times 2-\frac{1}{4}\pi\cdot 2^2}{2\times 2}=\dfrac{4-\pi}{4}$，答案：D

【解析】第（4）题考查程序框图，涉及到判断循环结束的时刻，以及简单整数指数幂的计算。$k=0,s=1\Rightarrow k=1,s=1\Rightarrow k=2,s=2\Rightarrow k=3,s=8$，循环结束，输出的 s 为 8，答案：C

【解析】第（5）题表面上考查的是零点问题，实质上是函数图象问题（单调性）的变种，该题所涉及到的图像为幂函数和指数函数。$f(x)=x^{\frac{1}{2}}-\left(\frac{1}{2}\right)^x$的零点，即令$f(x)=0$。根据此题可得$x^{\frac{1}{2}}=\left(\frac{1}{2}\right)^x$，在平面直角坐标系中分别画出幂函数$x^{\frac{1}{2}}$和指数函数$\left(\frac{1}{2}\right)^x$的图像，可得交点只有一个，所以零点只有一个，答案：B。

【解析】第（6）题考查的是等比数列的基本概念，其中还涉及到了均值不等式的知识，如果对于等比数列基本概念（公比的符号问题）理解不清，也容易错选。当然此题最好选择排除法来做，当$a_1<0,q<0$时，可知$a_1<0,a_3<0,a_2>0$，所以 A 选项错误；当$q=-1$时，C 选项错误；当$q<0$时，$a_3>a_1\Rightarrow a_3q<a_1q\Rightarrow a_4<a_2$，与 D 选项矛盾，因此描述均值定理的 B 选项为正确答案，答案：B。

【解析】第（7）题考查的是三棱锥的三视图问题，只不过与往年不同的是这题所求不是棱锥或棱柱的体积而是表面积，因此对于学生计算基本功以及空间想象的双能力都存在着综合性的考查。从所给的三视图可以得到该几何体为三棱锥，如右图所示。图中蓝色数字所表示的为直接从题目所给三视图中读出的长度，黑色数字代表通过勾股定理的计算得到的边长。本题所求表面积应为三棱锥四个面的面积之和。利用垂直关系和三角型面积公式，可得：$S_{底}=10$，$S_{后}=10$，

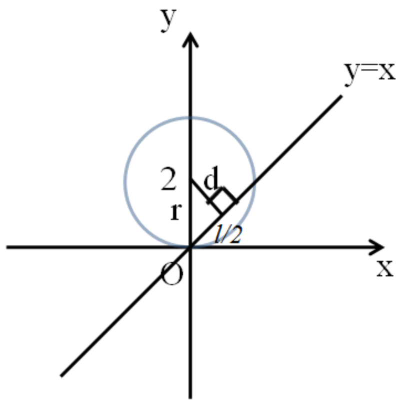


$S_{右}=10$，$S_{左}=6\sqrt{5}$。因此该几何体表面积 $S=S_{底}+S_{后}+S_{右}+S_{左}=30+6\sqrt{5}$，答案：B

【解析】第（8）题知识点考查很灵活，要根据图像识别看出变化趋势，利用变化速度可以用导数来解，但图像不连续，所以只能是广义上的，因此对数学的理解很大程度上限制了考生的分数。当然此题若利用数学估计过于复杂，最好从感觉出发。由于目的是使平均产量最高，就需要随着 n 增大，S_n 变化超过平均值的加入，随着 n 增大，S_n 变化不足平均值的舍去。由图可知 6，7，8，9 这几年增长最快，超过平均值，所以应该加入，因此，答案：C

（二）、填空题：

【解析】第（9）题涉及到的是直线和圆的知识，由于北京的考卷多年没有涉及直线和圆，对于考生来说，可能有些陌生，直线和圆相交求弦长，利用直角三角形解题，也并非难题。将题目所给的直线和圆图形化得到如右图所示的情况，半弦长 $\frac{l}{2}$，圆心到直线的距离 d，以及圆半径 r 构成了一个直角三角形。因为 $r=2$，夹角 $45°$，因此 $\frac{l}{2}=d=\sqrt{2}$，所以 $l=2\sqrt{2}$。答案：$2\sqrt{2}$



【解析】第（10）题考查的是等差数列的基本计算，技术难度并不高，通项公式和前 n 项和的常规考法。因为 $S_2=a_3 \Rightarrow a_1+a_2=a_3 \Rightarrow a_1+a_1+d=a_1+2d \Rightarrow d=a_1=\frac{1}{2}$，所以 $a_2=a_1+d=1$，$S_n=na_1+n(n-1)d=\frac{1}{4}n^2+\frac{1}{4}n$。答案：$a_2=1, S_n=\frac{1}{4}n^2+\frac{1}{4}n$

【解析】第（11）题考查的是解三角形，所用方法并不唯一，对于正弦定理和余弦定理此二者会其一都可以得到最后的答案。在 ΔABC 中，利用正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，可得 $\frac{3}{\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{\sin B} \Rightarrow \sin B=\frac{1}{2}$，所以 $B=30°$。再利用三角形内角和 $180°$，可得 $\angle C=90°$。

答案：$90°$

【解析】第（12）题是对数函数题，要求学生会利用对数的运算公式进行化简，同时也要求学生对于基础的对数运算数字敏感；答案：2

【解析】第（13）题是平面向量问题，考查学生对于平面向量点乘知识的理解，其中包含动点问题，考查学生对于最值时刻的图形感官；答案：1；1

【解析】第（14）题考查学生函数的综合能力，涉及到二次函数的图像开口，根大小，涉及到指数型函数的平移的单调性，还涉及到简易逻辑中的“或”连接，形式上是小型题，考的确是大思路，分类讨论是这个题的重点。答案：$(-4,0)$

（三）、解答题

【解析】15（1）：定义域$\sin x \neq 0$，$\therefore x \neq k\pi$

$$f(x)=\frac{(\sin x-\cos x)2\sin x\cos}{\sin x}=\sin 2x-\cos 2x-1$$

$$=\sqrt{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})-1$$

所以$T=\pi$

（2）：单调减区间为：$\begin{aligned}&\frac{\pi}{2}+2k\pi \leq 2x-\frac{\pi}{4} \leq \frac{3\pi}{2}+2k\pi\\ &\therefore \frac{3\pi}{8}+k\pi \leq x \leq \frac{7\pi}{8}+k\pi\end{aligned}$

【点评】：三角函数难度较低，此类型题无论是一模考试，二模考试，还是平时练习，甚至去年的高考题都有考查，考生应该觉得非常容易入手。

16（1）：$\because DE // BC$ 有线面平行的判定定理得出

（2）可以先证 $DE \perp 平面A_1DC$，得出 $DE \perp A_1F, \because A_1F \perp CD, \therefore A_1F \perp 底面BCDE,$

$\therefore A_1F \perp BE$

（3）Q 为 A_1B 的中点，又上问 $DE \perp 平面A_1DC$，易知 $DE \perp A_1C$，取 A_1C 中点 P，

连接 DP，和 QP，不难证出 $PQ \perp A_1C, PD \perp A_1C, \therefore A_1C \perp 平面PQD$

$\therefore A_1C \perp PQ$，又$\because DE \perp A_1C$，$\therefore A_1C \perp 平面PQE$，此题其他方法也很多

点评：此题的难度主要在于第三问的创新式问法，难度客观讲非常大，其次第二问对于基本功的考查十分到位，对于知识掌握不牢靠的学生可能不能顺利解答

【解析】17（1）：$P=\frac{400}{450}=\frac{8}{9}$

（2）：$P=\frac{300}{1000}=\frac{3}{10}$

（3）：$a=600, b=0, c=0$，方差 8 万

【点评】：此题的难度基本和上题一样都集中在第三问，其他两问难度确实不大，第三问的设计确实很有能力考查的味道，不要求证明，即不要求说明理由，但是要求学生对方差意义的理解非常深刻。

【解析】18（1）：
$$\because f'(1)=g'(1)\therefore 2a=3+b$$
$$\because f(1)=g(1)=c\therefore a=b$$
$$\therefore a=b=3$$

（2）令 $F(x)=f(x)+g(x)=x^3+3x^2-9x+1$

$F'(x)=3x^2+6x-9=0$，解得 $x_1=-3,x_2=1$，

$\therefore(-\infty,-3)$和（$1,+\infty$）为单调递增区间，（-3,1）为单调递减区间

其中 $F(-3)=28$ 为极大值，所以如果区间 $[k,2]$ 最大值为 28，即区间包含极大值点 $x_1=-3$，所以 $k\le -3$

【点评】：此题应该说是导数题目中较为常规的类型题目，考查的切线，单调性，极值以及最值问题都是课本中要求的重点内容，也是学生掌握比较好的知识点，而题目的两点其实是是否能够发现 $F(-3)=28$，和分析出区间 $[k,2]$ 包含极大值点 $x_1=-3$，同类型题中，难度中等。

【解析】19（1）：易得
$$\because a=2,e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2},\therefore c=\sqrt{2}$$
$$\therefore b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{2},\therefore\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$$

（2）$\begin{cases}y=k(x-1)\\x^2+2y^2=4\end{cases}\Rightarrow(2k^2+1)x^2-4k^2x+2k^2-4=0$

$$\therefore x_1+x_2=\frac{4k^2}{2k^2+1},x_1x_2=\frac{2k^2-4}{2k^2+1}$$

$$S_{AMN}=\frac{1}{2}\times1\times|y_1-y_2|=\frac{1}{2}\times|kx_1-kx_2|$$

又 $$=\frac{|k|}{2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\frac{|k|}{2}\frac{\sqrt{4+6k^2}}{2k^2+1}=\frac{\sqrt{10}}{3}$$

化简得 $7k^4-2k^2-5=0$，解得 $k=\pm1$

【点评】：此题难度集中在运算，但是整体题目难度确实不大，从形式到条件的设计都是非常非常熟悉的，对比 2012 北京新东方模考班文科试题：

（2012 北京新东方模考班数学文 19.）

已知倾斜角为 60° 的直线 l 过点 $(0,-2\sqrt{3})$ 和椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 的焦点，且椭圆的离心率

为$\frac{\sqrt{6}}{3}$（1）求椭圆的方程（2）是否存在过点 E$(-2,0)$的直线 m 交椭圆 C 与点 M，N，使得△MON 面积$S_{\Delta MON}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$，如果存在，请求出直线 m 的方程，如果不存在请说明理由。

几乎是一模一样的，相信曲线平时程度不错的学生做起来应该是得心应手。

（20）一贯的北京风格，难度较大，区分度不高

三、写在未来

通过今年的高考题，我们再次看到，试题绝对难度其实并不大，但是相对难度却很大，对于只研究数学表面的学生来说，虽然下了很大的功夫，可能却发现很多题还是不会，高考一定是侧重能力的考查，我们更应该关注是数学的本质，在学习数学的过程中注意理解，不要把数学变成一种机械的形式主义，一味死板的操作，注意数学的逻辑性，目的性，善于观察题目，分析题目，反思题目。对于未来新高三的学生，笔者希望同学们可以戒骄戒躁，脚踏实地的学数学，真正把数学一点一滴的学明白，理解透彻，在学习过程中多问自己为什么，从根本上理解数学，善于用数学的思维去分析和解决问题，只有这样才能真正的掌握数学，才是得分的王道！