

2014“北约”自主招生物理试题、解析及参考答案

新东方优能中学自主招生

2014/03/01

一、选择（略）

二、填空

1. 高压气体压在一个瓶子里，把瓶子打开之后，问外界对气体是否做功，气体的温度如何变化？
2. 两个惯性参考系相对匀速运动，参考系一看参考系二中的物体运动是变快还是变慢？参考系二看参考系一中的物体运动是变快还是变慢？

三、解答题

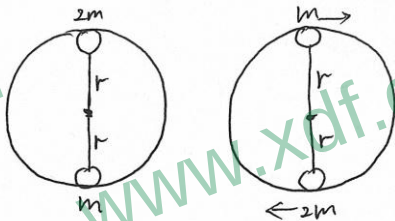
1. 相距 l 的光源和光屏组成一个系统，并整体浸没在均匀的液体当中，液体折射率等于 2。实验室参照系下观察此系统，问：

- 1) 当液体介质速度为零的时候，光源发出光射到光屏所需时间是多少？
- 2) 当液体介质沿光源射向光屏的方向匀速运动，且速度为 v 时，则光从光源到光屏所需时间为多少？
- 3) 当液体介质沿垂直于光源与光屏连线的方向匀速运动，且速度为 v 时，再求光从光源到光屏所需时间。

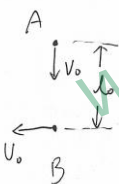


2. 如图，一个质量为 $2m$ 的球和一个质量为 m 的球，用长度为 $2r$ 的轻杆连在一起，两个球都限制在半径为 r 的光滑圆形竖直轨道上，轨道固定于地面。初始时刻，轻杆竖直，且质量为 $2m$ 的球在上方；此时，受扰动两球开始运动，问

- 1) 当质量为 $2m$ 的球运动到轨道最低点时，速度为多少？
- 2) 在 1) 的情况下，求轨道对两球组成的系统的力。



3. 在真空中，质量为 m_1 和 m_2 的两个小球，只受万有引力作用，某个时刻，两球相距 l_0 ， m_1 的速度为 v_0 ，方向指向 m_2 ， m_2 的速度为 v_0 ，速度垂直于两球球心连线，问当速度 v_0 满足什么关系时，两个小球的间距可以为无穷远。

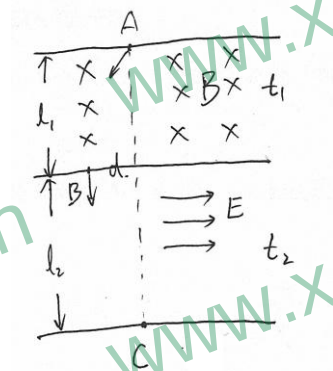


4. 如图，区域中一部分有匀强磁场，另一部分有匀强电场，方向如图所示，一个带正电的粒子，从 A 点以速度 v 出发，射入匀强磁场，方向未知，经过 t_1 时间运动到磁场与电场交界处 B 点，此时速度方向垂直于两个场的分界线，此后粒子在电场的作用下，经过 t_2 时间从 C 点离开电场，已知磁场宽度 l_1 与电场宽度 l_2 ，A 与 B 点的水平距离为 d ，速度 v 。

1) 求整个运动过程中粒子的最大速度

2) 求 B/E

3) 求 t_1/t_2



试卷分析：

从北约近几年的试卷来看，难度一直都在降低，包括今年。北约的试卷更加倾向于基本知识点的考察，这要求学生对所学的各个知识点理解透彻，关于每个知识点的细节都应了如指掌。北约看重的是大家基础是否扎实，而不是大家解难题的能力。虽然北约题看上去很简单，但由于知识不牢还是很容易犯很多小错误，例如热学的选择题。

根据往年北约试卷来看，北约特别喜欢考超出高中物理范围的基本物理知识，特别是狭义相对论的洛伦兹变换。继 12 年的一道非常难的相对论题目后，今年又一次拿出来当大题。而相对论对一般高中生来说不是那么容易理解透彻的。而相对论只是一方面，在高中物理外还有很多类似的基础知识，比如 12 年考的光干涉的空间相干性分析，这也是高中同学们无从接触的。

因此，北约为了拉开差距，除了考察高中基础知识的细节以外，还会附加部分高中未学、但竞赛中常涉及的重要基本知识（以上列举的两例），而以上这些超纲知识均已囊括在我们的自主招生班级当中。那么对于想要在北约自主招生中拿高分的同学，一方面要努力加强自己对高中物理知识点的理解，另一方面要多去学习高考以外、竞赛中常用的基本知识、概念。对于普通高考生来说，选择校外的自主招生培训班是个非常不错的选择。

答案

一、选择题（略）

二、填空题

1. 答：外界对气体做负功，气体温度下降
2. 答：都是变慢

三、解答题

1.

(1) 介壳速度为0时,

$$t_1 = \frac{l}{c/2} = \frac{2l}{c}$$

(2) 相对论速度变换

$$V_2 = \frac{\frac{c}{2} + V}{1 + \frac{\frac{c}{2} \cdot V}{c^2}} = \frac{\frac{c}{2} + V}{1 + \frac{V}{2c}} = \frac{c + 2V}{2 + \frac{V}{c}} = \frac{c^2 + 2Vc}{2c + V}$$

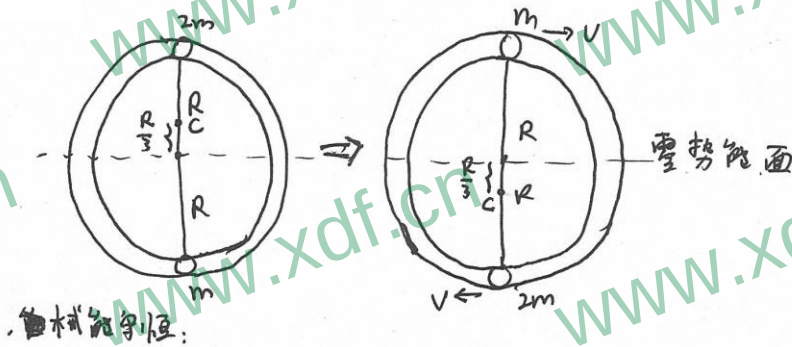
$$\text{则 } t_2 = \frac{l}{V_2 - V} = \frac{l}{\frac{c^2 + 2Vc}{2c + V} - V} = \frac{l}{\frac{c^2 - V^2}{2c + V}} = \frac{l(2c + V)}{c^2 - V^2}$$

(3) 相对论速度变换

$$V_3 = \frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \frac{c}{2}}{1 - \frac{V \cdot 0}{c^2}} = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \frac{c}{2}$$

$$\text{则 } t_3 = \frac{l}{V_3} = \frac{2l}{c\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

2.



$$2mgR - mgR = mgR - 2mgR + \frac{1}{2}(m + 2m)v^2$$

$$\Rightarrow 2mgR = \frac{3}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{4}{3}gR}$$

求轨道的作用力

质心C的位置如图所示 质心C到圆心的距离

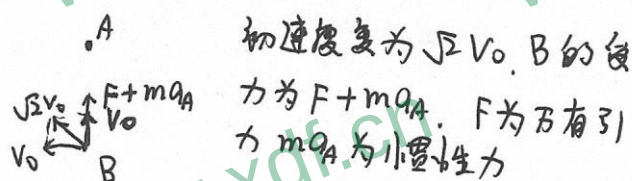
$$R_C = \frac{R}{3}$$

$$\text{则 } V_C = \frac{v}{R} \cdot R_C = \frac{v}{3}$$

$$\text{于是有 } F = m_C a_C = 3m \cdot \frac{V_C^3}{R_C} = 3m \cdot \frac{v^3}{3R} = \frac{mv^3}{R}$$

3.

法一. 换一个参考系. 如以A为参考系



又: 对于A而言 $F = m a_A$

则以A为参考系B的受力为 $2F = \frac{2Gm^2}{r^2}$

相当于固定A. 且把A的质量变为 $2m$

则要AB能相距无穷远则有

$$\frac{1}{2}m(\sqrt{2}v_0)^2 - \frac{2Gm^2}{l_0} \geq 0$$

$$\Rightarrow v_0 \geq \sqrt{\frac{2Gm}{l_0}}$$

法二. 体系的质用能为

$$E' = \frac{1}{2} \cdot \frac{m^2}{2m} \cdot u^2 = \frac{1}{4} m u^2$$

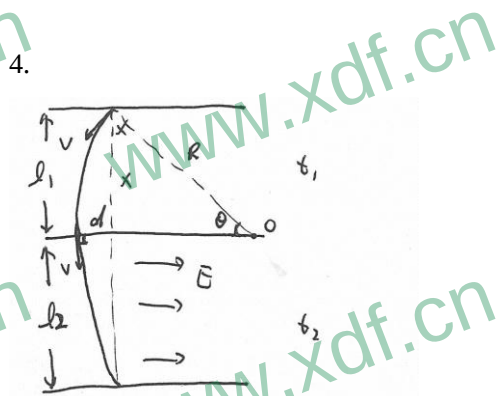
u 为A, B的相对运动速度. $u = \sqrt{2}v_0$

$$\text{则 } E' = \frac{1}{2} m v_0^2$$

则当A, B相距无穷远时A, B体系的质用能转化为A, B之间的万有引力势能, 则

$$\frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{Gm^2}{l_0} \geq 0$$

$$\Rightarrow v_0 \geq \sqrt{\frac{2Gm}{l_0}}$$



$$d = R(1 - \cos\theta) \quad l_1 = R\sin\theta$$

$$\Rightarrow \cos\theta = 1 - \frac{d}{R} \quad \sin\theta = \frac{l_1}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{l_1^2}{R^2} + \left(1 - \frac{d}{R}\right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow l_1^2 + (R - d)^2 = R^2 \quad (\text{用勾股定理也可以得到此结果})$$

$$l_1^2 = R^2 - (R - d)^2 = (2R - d) \cdot d$$

$$\Rightarrow R = \frac{1}{2} \left(\frac{l_1^2}{d} + d \right) = \frac{l_1^2}{2d} + \frac{d}{2}$$

$$\text{则 } R = \frac{mv}{Bq} \quad \text{则 } \frac{mv}{Bq} = \frac{l_1^2}{2d} + \frac{d}{2}$$

$$\Rightarrow B = \frac{mv}{\frac{q}{2} \left(\frac{l_1^2}{2d} + \frac{d}{2} \right)}$$

$$\text{又 } d = \frac{1}{2} \frac{Eq}{m} t_2^2 = \frac{1}{2} \frac{Eq}{m} \cdot \left(\frac{l_2}{v} \right)^2 = \frac{Eq l_2^2}{2mv^2}$$

$$\text{则 } E = \frac{2mv^2 d}{q l_2^2}$$

$$\text{则 } \frac{B}{E} = \frac{l_2^2}{v(l_1^2 + d^2)}$$

$$t_1 = \frac{\theta m}{Bq} = \frac{\theta m}{q} \cdot \frac{\frac{q}{2} \left(\frac{l_1^2}{2d} + \frac{d}{2} \right)}{mv} = \frac{\theta(l_1^2 + d^2)}{2dV}$$

$$\theta = \arcsin \frac{l_1}{R} = \arcsin \frac{Bq l_1}{mv}$$

$$= \arcsin \frac{\frac{q l_1}{mv}}{\frac{q}{2} \left(\frac{l_1^2}{2d} + \frac{d}{2} \right)} = \arcsin \frac{2d l_1}{l_1^2 + d^2}$$

$$\text{则 } t_1 = \frac{l_1^2 + d^2}{2dV} \arcsin \frac{2d l_1}{l_1^2 + d^2}$$

$$t_2 = \frac{l_2}{v}$$

$$\text{则 } \frac{t_1}{t_2} = \frac{l_1^2 + d^2}{2d l_2} \arcsin \frac{2d l_1}{l_1^2 + d^2}$$

最大速度 $V_{\max}$ 出现在离开电场区域时刻

$$\text{则 } V_{\max} = \sqrt{V^2 + \left(\frac{Eq l_2}{mv} \right)^2}, \text{ 又 } d = \frac{1}{2} \frac{Eq}{m} \left(\frac{l_2}{v} \right)^2 = \frac{Eq l_2^2}{2mV^2}, \text{ 则 } V_{\max} = V \sqrt{1 + \frac{4d^2}{l_2^2}}$$