

# 新东方: 2015 考研数学一解答题真题

#### 解答题

- **(15)**设函数  $f(x) = x + a \ln(1+x) + bx \cdot \sin x$  ,  $g(x) = kx^3$  , 若 f(x) 与 g(x) 在  $x \to 0$  是等价无穷小,求 a , b , k 值。
- (16)设函数 f(x) 在定义域 I 上的导数大于零,若对任意的  $x_0 \in I$  ,曲线 y = f(x) 在点 $(x_0, f(x_0))$  处的切线与直线  $x = x_0$  及 x 轴所围成的区域的面积为 4,且 f(0) = 2,求 f(x) 的表达式。
- **(17)** 已知函数 f(x,y) = x + y + xy , 曲线  $C: x^2 + y^2 + xy = 3$  , 求 f(x,y) 在曲线 C 上的最大方向导数.
- (I) 设函数u(x), v(x) 可导,利用导数定义证明

[u(x)v(x)]'=u'(x)v(x)+u(x)v(x)'

(  $\Pi$  ) 设函数  $u_1(x), u_2(x)...u_n(x)$  可导,  $f(x) = u_1(x)u_2(x)...u_n(x)$ ,写出 f(x) 的求导公式.

## (19)(本题满分10分)

已知曲线 L 的方程为  $\begin{cases} z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}, \\ z = x, \end{cases}$  起点为  $A(0, \sqrt{2}, 0)$  , 终点为  $B(0, -\sqrt{2}, 0)$  ,

计算曲线积分  $I = \int_{L} (y+z)dx + (z^2 - x^2 + y)dy + (x^2 + y^2)dz$ 

## (20)(本题满分11分)

设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是 3 维向量空间 $\square$  3的一个基, $\beta_1=2\alpha_1+2k\alpha_3$ , $\beta_2=2\alpha_2$ , $\beta_3=\alpha_1+(k+1)\alpha_3$ 。

(I)证明向量组 $\beta_1,\beta_2,\beta_3$ 是 $\square$ 3的一个基;

新东方网考研频道 http://kaoyan.xdf.cn/



( $\Pi$ )当 k 为何值时 ,存在非零向量  $\xi$  在基  $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$  与基  $\beta_1,\beta_2,\beta_3$  下的坐标相同 , 并求出所有的 $\xi$ 。

#### (21)(本题满分11分)

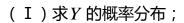
设矩阵 
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ -1 & 3 & -3 \\ 1 & -2 & a \end{pmatrix}$$
相似于矩阵  $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ .

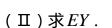
- ( $\Pi$ ) 求可逆矩阵 P, 使得  $P^{-1}AP$  为对角阵.
- (22)(本题满分11分)

设随机变量 X 的概率密度

设随机变量 
$$X$$
 的概率密度为 
$$f(x) = \begin{cases} 2^{-x} \ln 2 & x > 0 \\ 0 & x \le 0 \end{cases}$$
 kaoyan.xdf.cn

对 X 进行独立重复的观测,直到第 2 个大于 3 的观测值出现时停止,记 Y 为观 测次数.





$$f(x;\theta) = \begin{cases} \frac{1}{1-\theta} & \theta \le x \le 1\\ 0 & 其他 \end{cases}$$

其中  $\theta$  为未知参数 ,  $X_1$ ,  $X_2$ ..... $X_n$  为来自该总体的简单随机样本.

- (I)求 $\theta$ 的矩估计.
- (II) 求 $\theta$ 的最大似然估计.