新东方：2015 考研数学一解答题真题

解答题

（15）设函数 $f(x)=x+a\ln(1+x)+bx\cdot\sin x$，$g(x)=kx^3$，若 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 $x\to 0$ 是等价无穷小，求 a，b，k 值。

（16）设函数 $f(x)$ 在定义域 I 上的导数大于零，若对任意的 $x_0\in I$，曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0,f(x_0))$ 处的切线与直线 $x=x_0$ 及 x 轴所围成的区域的面积为 4，且 $f(0)=2$，求 $f(x)$ **的表达式。**

（17）已知函数 $f(x,y)=x+y+xy$，曲线 $C:x^2+y^2+xy=3$，求 $f(x,y)$ 在曲线 C 上的最大方向导数.

（18）（本题满分 10 分）

（Ⅰ）设函数 $u(x),v(x)$ 可导，利用导数定义证明

$$[u(x)v(x)]'=u'(x)v(x)+u(x)v(x)'$$

（Ⅱ）设函数 $u_1(x),u_2(x)\ldots u_n(x)$ 可导，$f(x)=u_1(x)u_2(x)\ldots u_n(x)$，写出 $f(x)$ 的求导公式.

（19）（本题满分 10 分）

已知曲线 L 的方程为 $\begin{cases} z=\sqrt{2-x^2-y^2}, \\ z=x, \end{cases}$ 起点为 $A(0,\sqrt{2},0)$，终点为 $B(0,-\sqrt{2},0)$，计算曲线积分 $I=\int_L (y+z)dx+(z^2-x^2+y)dy+(x^2+y^2)dz$

（20）（本题满分 11 分）

设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是 3 维向量空间 $\mathbb{R}^3$ 的一个基，$\beta_1=2\alpha_1+2k\alpha_3$，$\beta_2=2\alpha_2$，$\beta_3=\alpha_1+(k+1)\alpha_3$。

（Ⅰ）证明向量组 β_1,β_2,β_3 是 $\mathbb{R}^3$ 的一个基；

（Ⅱ）当 k 为何值时，存在非零向量 ξ 在基 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 与基 β_1,β_2,β_3 下的坐标相同，并求出所有的 ξ。

（21）（本题满分 11 分）

设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ -1 & 3 & -3 \\ 1 & -2 & a \end{pmatrix}$ 相似于矩阵 $B=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

（Ⅰ）求 a,b 的值.

（Ⅱ）求可逆矩阵 P，使得 $P^{-1}AP$ 为对角阵.

（22）（本题满分 11 分）

设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases} 2^{-x}\ln 2 & x>0 \\ 0 & x\le 0 \end{cases}$$

对 X 进行独立重复的观测，直到第 2 个大于 3 的观测值出现时停止，记 Y 为观测次数.

（Ⅰ）求 Y 的概率分布；

（Ⅱ）求 EY .

（23）（本题满分 11 分）

设总体 X 的概率密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases} \dfrac{1}{1-\theta} & \theta\le x\le 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

其中 θ 为未知参数，X_1，X_2.....X_n 为来自该总体的简单随机样本.

（Ⅰ）求 θ 的矩估计.

（Ⅱ）求 θ 的最大似然估计.