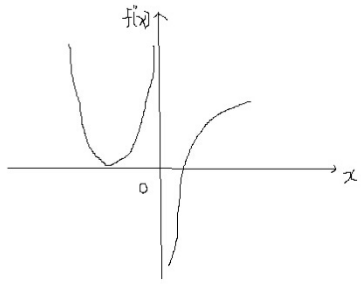
新东方：2015 考研数学一选择题答案解析

选择题

（1）设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 连续，其 2 阶导函数 $f''(x)$ 的图形如下图所示，则曲线 $y=f(x)$ 的拐点个数为（　　）

（A）0　（B）1　(C) 2　（D) 3



【答案】C

【解析】 拐点为 $f''(x)$ 正负发生变化的点

（2）设 $y=\frac{1}{2}e^{2x}+\left(x-\frac{1}{3}\right)e^{x}$ 是二阶常系数非齐次线性微分方程 $y''+ay'+by=ce^{x}$ 的一个特解，则：

(A) $a=-3, b=-1, c=-1.$
(B) $a=3, b=2, c=-1.$
(C) $a=-3, b=2, c=1.$
(D) $a=3, b=2, c=1.$

【答案】（A）

【解析】

$\frac{1}{2}e^{2x}, -\frac{1}{3}e^{x}$ 为齐次方程的解，所以2、1为特征方程 $\lambda^2+a\lambda+b=0$ 的根，
从而 $a=-(1+2)=-3, b=1\times 2=2$，再将特解 $y=xe^{x}$ 代入方程 $y''-3y'+2y=ce^{x}$ 得：
$c=-1.$

(3)若级数$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$条件收敛，则$x=\sqrt{3}$与$x=3$依次为幂级数$\sum_{n=1}^{\infty} na_n(x-1)^n$的：

(A)收敛点，收敛点.

(B)收敛点，发散点.

(C)发散点，收敛点.

(D)发散点，发散点.

【答案】B

【解析】

因为$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$条件收敛，故$x=2$为幂级数$\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x-1)^n$的条件收敛点，进而得$\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x-1)^n$的收敛半径为1，收敛区间为$(0,2)$；又由于幂级数逐项求导不改变收敛区间，故$\sum_{n=1}^{\infty} na_n(x-1)^n$的收敛区间仍为$(0,2)$，因而$x=\sqrt{3}$与$x=3$依次为幂级数$\sum_{n=1}^{\infty} na_n(x-1)^n$的收敛点，发散点.

（4）设 D 是第一象限中曲线$2xy=1, 4xy=1$与直线$y=x, y=\sqrt{3}x$围成的平面区域，函数$f(x,y)$在 D 上连续，则$\iint_D f(x,y)dxdy=$

（A）$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} d\theta \int_{\frac{1}{2\sin 2\theta}}^{\frac{1}{\sin 2\theta}} f(r\cos\theta, r\sin\theta)rdr$　（B）$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} d\theta \int_{\frac{1}{\sqrt{2\sin 2\theta}}}^{\frac{1}{\sqrt{\sin 2\theta}}} f(r\cos\theta, r\sin\theta)rdr$

(C)　$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} d\theta \int_{\frac{1}{2\sin 2\theta}}^{\frac{1}{\sin 2\theta}} f(r\cos\theta, r\sin\theta)dr$　（D)　$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} d\theta \int_{\frac{1}{\sqrt{2\sin 2\theta}}}^{\frac{1}{\sqrt{\sin 2\theta}}} f(r\cos\theta, r\sin\theta)dr$

【答案】B

【解析】由$y=x$得，$\theta=\frac{\pi}{4}$

由$y=\sqrt{3}x$得，$\theta=\frac{\pi}{3}$

由$2xy=1$得，$2r^2\cos\theta\sin\theta=1,\ r=\frac{1}{\sqrt{\sin 2\theta}}$

由$4xy=1$得，$4r^2\cos\theta\sin\theta=1,\ r=\frac{1}{\sqrt{2\sin 2\theta}}$

所以$\iint\limits_D f(x,y)dxdy=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}d\theta\int_{\frac{1}{\sqrt{2\sin 2\theta}}}^{\frac{1}{\sqrt{\sin 2\theta}}} f(r\cos\theta,r\sin\theta)rdr$

（5）设矩阵$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&2&a\\1&4&a^2\end{pmatrix}$，$b=\begin{pmatrix}1\\d\\d^2\end{pmatrix}$，若集合$\Omega=\{1,2\}$，则线性方程组$Ax=b$

有无穷多个解的充分必要条件为

（A）$a\notin\Omega,d\notin\Omega$ （B）$a\notin\Omega,d\in\Omega$（C）$a\in\Omega,d\notin\Omega$（D）$a\in\Omega,d\in\Omega$

【答案】D

【解析】$[A,b]=\begin{bmatrix}1&1&1&1\\1&2&a&d\\1&4&a^2&d^2\end{bmatrix}\longrightarrow\begin{bmatrix}1&1&1&1\\0&1&a-1&d-1\\0&0&(a-1)(a-2)&(d-1)(d-2)\end{bmatrix}$

$Ax=b$有无穷多解$\leftrightarrow R(A)=R(A,b)<3$

$\leftrightarrow a=1$或$a=2$且$d=1$或$d=2$

（6）设二次型$f(x_1,x_2,x_3)$在正交变换$x=Py$下的标准形为$2y_1^2+y_2^2-y_3^2$，其中

$P=(e_1,e_2,e_3)$，若$Q=(e_1,-e_3,e_2)$，则$f(x_1,x_2,x_3)$在正交变换$x=Qy$下的标准形为

（A）$2y_1^2-y_2^2+y_3^2$ （B）$2y_1^2+y_2^2-y_3^2$ （C）$2y_1^2-y_2^2-y_3^2$（D）$2y_1^2+y_2^2+y_3^2$

【答案】A

【解析】设二次型对应的矩阵为A, $P=(e_1,e_2,e_3)$,二次型在正交变换$x=Py$下的

标准行为$2y_1^2+y_2^2-y_3^2$,则$P^{-1}AP=\begin{bmatrix}2&&\\&1&\\&&-1\end{bmatrix}$,若$Q=(e_1,-e_3,e_2)$,则

$Q^{-1}AQ=\begin{bmatrix}2&&\\&-1&\\&&1\end{bmatrix}$,故在正交变换$x=Qy$下的标准型是：$2y_1^2$-$y_2^2$+$y_3^2$,故选$A$。

（7）若A,B为任意两个随机事件，则

（A）$P(AB)\le P(A)P(B)$ （B）$P(AB)\ge P(A)P(B)$

（C） $P(AB) \le \dfrac{P(A)+P(B)}{2}$ （D） $P(AB) \ge \dfrac{P(A)+P(B)}{2}$

【答案】C

【解析】$\because P(A) \ge P(AB), P(B) \ge P(AB)$

$\therefore P(A)+P(B) \ge 2P(AB)$

$\therefore P(AB) \le \dfrac{P(A)+P(B)}{2}$

故选（C）

(8)设随机变量X, Y不相关，且$EX=2, EY=1, DX=3$,则$E\left[X\left(X+Y-2\right)\right]=$

(A) -3 (B)3 (C) -5 (D)5

【答案】D

【解析】

$$\begin{aligned} E\left[X\left(X+Y-2\right)\right] &= E\left[X^2+XY-2X\right]=E\left(X^2\right)+E\left(XY\right)-2E\left(X\right) \\ &= D\left(X\right)+E^2\left(X\right)+E\left(X\right)E\left(Y\right)-2E\left(X\right)=5 \end{aligned}$$