

2015 年广州新东方定位考测试 数学 参考答案和评分标准

(满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

第一部分 选择题 (共 30 分)

一. 选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	C	C	D	A	B	D	D	A	A

第二部分 非选择题 (共 120 分)

二. 填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

11. 25° . 12. 2 . 13. 5 . 14. 72 .

15. 同旁内角互补, 两直线平行.

16. -2 .

三. 解答题 (本大题共 9 小题, 满分 102 分)

17. (本小题满分 9 分) 解方程: $3x(x - 2) = 2(2 - x)$

解: 由原方程, 得

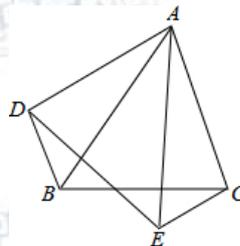
$$(3x+2)(x-2)=0,$$

所以 $3x+2=0$ 或 $x-2=0$,

解得 $x_1 = -\frac{2}{3}$, $x_2 = 2$.

(全对得 9 分, 若过程正确但两个解只算对一个得 4 分)

18. (本小题满分 9 分)



证明：∵ $\angle BAC = \angle DAE$ ，
 ∴ $\angle BAC - \angle BAE = \angle DAE - \angle BAE$ ，
 即 $\angle BAD = \angle CAE$ ，

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle AEC$ 中，

$$\begin{cases} AD=AC \\ \angle BAD=\angle CAE, \\ AB=AE \end{cases}$$

∴ $\triangle ABD \cong \triangle AEC$ (SAS).

(全对得 9 分，若格式有误扣 2 分，未写全等的依据 SAS 扣 1 分)

19. (本小题满分 10 分)

解： $\frac{x}{x^2-1} \div (1 + \frac{1}{x-1})$

$$= \frac{x}{(x-1)(x+1)} \div (\frac{x-1}{x-1} + \frac{1}{x-1})$$

$$= \frac{x}{(x-1)(x+1)} \div \frac{x}{x-1}$$

$$= \frac{x}{(x-1)(x+1)} \times \frac{x-1}{x}$$

$$= \frac{1}{x+1}$$

把 $x = \sqrt{2} - 1$ ，代入原式 $= \frac{1}{x+1} = \frac{1}{\sqrt{2}-1+1} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

(全对得 10 分，若化简正确但求值结果错误得 6 分)

20. (本小题满分 10 分)

解：(1) 320; (答对得 2 分)

(2) 体育兴趣小组人数为 $320 - 48 - 64 - 32 - 64 - 16 = 96$,

体育兴趣小组对应扇形圆心角的度数为： $\frac{96}{320} \times 360^\circ = 108^\circ$; (第 2 问分值 4 分，至此全对得 6 分)

(3) 参加科技小组学生”的概率为： $\frac{32}{320} = \frac{1}{10}$. (第 3 问分值 4 分，至此全对得 10 分)

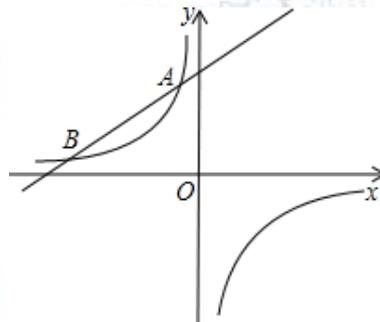
21. (本小题满分 12 分)

解: (1) 把 A (-2, b) 代入 $y = -\frac{8}{x}$ 得 $b = -\frac{8}{-2} = 4$,

所以 A 点坐标为 (-2, 4),

把 A (-2, 4) 代入 $y = kx + 5$ 得 $-2k + 5 = 4$, 解得 $k = \frac{1}{2}$,

所以一次函数解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 5$;



(第 1 问分值为 4 分, 全部答对得 4 分, 若 A 点坐标正确但一次函数解析式错误则得 2 分)

(2) 将直线 AB 向下平移 m ($m > 0$) 个单位长度得直线解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 5 - m$,

根据题意方程组 $\begin{cases} y = -\frac{8}{x} \\ y = \frac{1}{2}x + 5 - m \end{cases}$ 只有一组解,

消去 y 得 $-\frac{8}{x} = \frac{1}{2}x + 5 - m$,

整理得 $\frac{1}{2}x^2 - (m - 5)x + 8 = 0$,

$\Delta = (m - 5)^2 - 4 \times \frac{1}{2} \times 8 = 0$, 解得 $m = 9$ 或 $m = 1$,

即 m 的值为 1 或 9. (第 2 问分值为 8 分, 至此全答对得 12 分)

22. (本小题满分 12 分)

解: (1) 设这项工程的规定时间是 x 天,

根据题意得: $(\frac{1}{x} + \frac{1}{1.5x}) \times 15 + \frac{5}{x} = 1$.

解得: $x = 30$.

经检验 $x = 30$ 是原分式方程的解.

答: 这项工程的规定时间是 30 天.

(答对得 6 分, 列对方程计算结果错误则得 4 分)

(2) 该工程由甲、乙队合做完成, 所需时间为: $1 \div (\frac{1}{30} + \frac{1}{1.5 \times 30}) = 18$ (天),

则该工程施工费用是: $18 \times (6500 + 3500) = 180000$ (元).

答: 该工程的费用为 180000 元.

(第 2 问分值为 6 分, 至此全对得 12 分满分)

23. (本小题满分 12 分)

(1) 证明: 连结 OD , 如图,
 $\because \triangle ABC$ 为等边三角形,
 $\therefore \angle C = \angle A = \angle B = 60^\circ$,
 而 $OD = OB$,
 $\therefore \triangle ODB$ 是等边三角形, $\angle ODB = 60^\circ$;
 $\therefore \angle ODB = \angle C$,
 $\therefore OD \parallel AC$,
 $\because DF \perp AC$,
 $\therefore OD \perp DF$,
 $\therefore DF$ 是 $\odot O$ 的切线;

(第 1 问分值为 4 分)

(2) 解: $\because OD \parallel AC$, 点 O 为 AB 的中点,
 $\therefore OD$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线,
 $\therefore BD = CD = 6$.

在 $Rt\triangle CDF$ 中, $\angle C = 60^\circ$,
 $\therefore \angle CDF = 30^\circ$;

$$\therefore CF = \frac{1}{2}CD = 3,$$

$$\therefore AF = AC - CF = 12 - 3 = 9,$$

在 $Rt\triangle AFG$ 中, $\because \angle A = 60^\circ$,

$$\therefore FG = AF \times \sin A = 9 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2};$$

(第 2 问分值为 4 分, 至此全对可得 8 分)

(3) 解: 过 D 作 $DH \perp AB$ 于 H .

$\because FG \perp AB, DH \perp AB$,

$\therefore FG \parallel DH$,

$\therefore \angle FGD = \angle GDH$.

在 $Rt\triangle BDH$ 中, $\angle B = 60^\circ$,

$\therefore \angle BDH = 30^\circ$;

$$\therefore BH = \frac{1}{2}BD = 3, \quad DH = \sqrt{3}BH = 3\sqrt{3}.$$

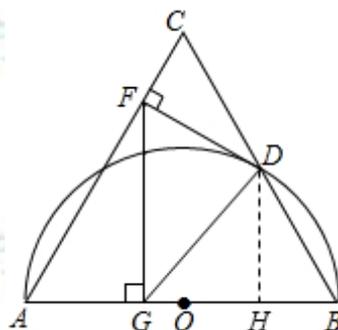
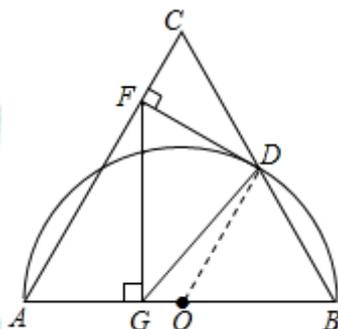
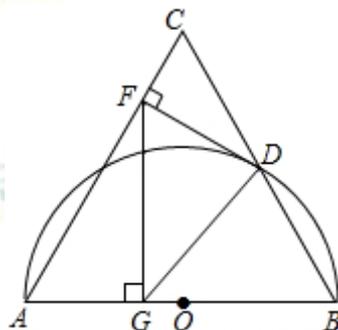
在 $Rt\triangle AFG$ 中, $\because \angle AFG = 30^\circ$,

$$\therefore AG = \frac{1}{2}AF = \frac{9}{2},$$

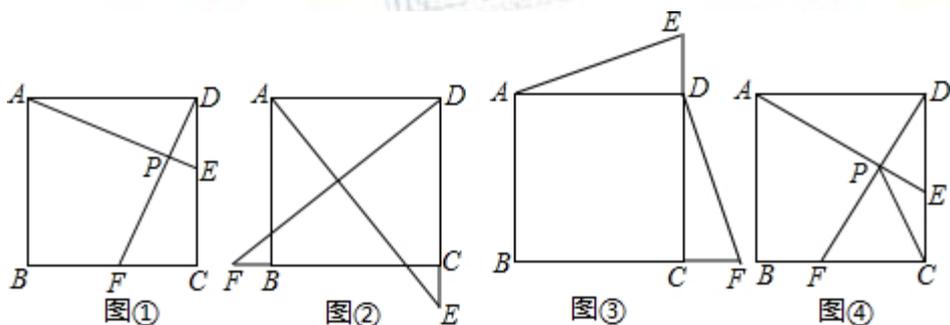
$$\therefore GH = AB - AG - BH = 12 - \frac{9}{2} - 3 = \frac{9}{2},$$

$$\therefore \tan \angle GDH = \frac{GH}{DH} = \frac{\frac{9}{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \tan \angle FGD = \tan \angle GDH = \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (\text{第 3 问分值为 4 分, 至此全对得 12 分满分})$$



24. (本小题满分 14 分)



解: (1) $AE=DF$, $AE \perp DF$.

理由: \because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AD=DC$, $\angle ADC=\angle C=90^\circ$.

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle DCF$ 中,

$$\begin{cases} AD=DC \\ \angle ADC=\angle C, \\ DE=CF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle DCF$ (SAS).

$\therefore AE=DF$, $\angle DAE=\angle CDF$,

由于 $\angle CDF+\angle ADF=90^\circ$,

$\therefore \angle DAE+\angle ADF=90^\circ$.

$\therefore AE \perp DF$;

(第 1 问分值为 3 分)

(2) 是;

(第 2 问分值为 1 分, 至此全对可得 4 分)

(3) 成立.

理由: 由 (1) 同理可证 $AE=DF$, $\angle DAE=\angle CDF$
 延长 FD 交 AE 于点 G ,

则 $\angle CDF+\angle ADG=90^\circ$,

$\therefore \angle ADG+\angle DAE=90^\circ$.

$\therefore AE \perp DF$;

(第 3 问分值为 4 分, 至此全对可得 8 分)

(4) 如图:

由于点 P 在运动中保持 $\angle APD=90^\circ$,

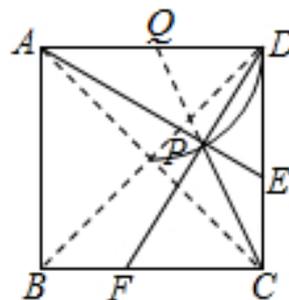
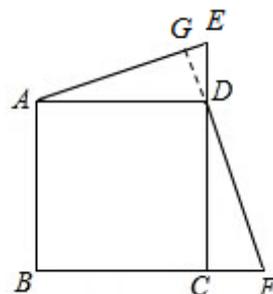
\therefore 点 P 的路径是一段以 AD 为直径的弧,

设 AD 的中点为 Q , 连接 QC 交弧于点 P , 此时 CP 的长度最小,

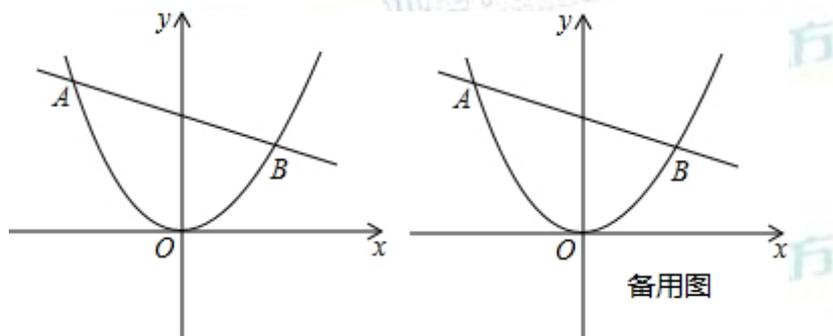
在 $Rt\triangle QDC$ 中, $QC=\sqrt{CD^2+QD^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$,

$\therefore CP=QC-QP=\sqrt{5}-1$.

(第 4 问分值为 6 分, 至此全对可得 14 分满分)



25. (本小题满分 14 分)



解: (1) \because 当 $x = -2$ 时, $y = (-2)k + 2k + 4 = 4$.

\therefore 直线 $AB: y = kx + 2k + 4$ 必经过定点 $(-2, 4)$.

\therefore 点 C 的坐标为 $(-2, 4)$.

(第 1 问分值为 3 分)

(2) $\because k = -\frac{1}{2}$,

\therefore 直线的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 3$.

联立 $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 3 \\ y = \frac{1}{2}x^2 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} x = -3 \\ y = \frac{9}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$.

\therefore 点 A 的坐标为 $(-3, \frac{9}{2})$, 点 B 的坐标为 $(2, 2)$.

过点 P 作 $PQ \parallel y$ 轴, 交 AB 于点 Q ,

过点 A 作 $AM \perp PQ$, 垂足为 M ,

过点 B 作 $BN \perp PQ$, 垂足为 N , 如图 1 所示.

设点 P 的横坐标为 a , 则点 Q 的横坐标为 a .

$\therefore y_P = \frac{1}{2}a^2, y_Q = -\frac{1}{2}a + 3$.

\because 点 P 在直线 AB 下方,

$\therefore PQ = y_Q - y_P$

$= -\frac{1}{2}a + 3 - \frac{1}{2}a^2$

$\therefore AM + NB = a - (-3) + 2 - a = 5$.

$\therefore S_{\triangle APB} = S_{\triangle APQ} + S_{\triangle BPQ}$

$= \frac{1}{2}PQ \cdot AM + \frac{1}{2}PQ \cdot BN$

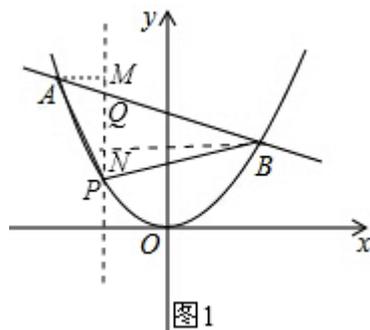


图 1

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2}PQ \cdot (AM+BN) \\
 &= \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}a+3 - \frac{1}{2}a^2 \right) \cdot 5 \\
 &= 5.
 \end{aligned}$$

整理得： $a^2+a-2=0$.

解得： $a_1=-2, a_2=1$.

当 $a=-2$ 时， $y_P = \frac{1}{2} \times (-2)^2 = 2$.

此时点 P 的坐标为 $(-2, 2)$.

当 $a=1$ 时， $y_P = \frac{1}{2} \times 1^2 = \frac{1}{2}$.

此时点 P 的坐标为 $(1, \frac{1}{2})$.

\therefore 符合要求的点 P 的坐标为 $(-2, 2)$ 或 $(1, \frac{1}{2})$.

(第 2 问分值为 4 分，每个点的坐标 2 分。至此全对可得 7 分)

(3) 过点 D 作 x 轴的平行线 EF,

作 $AE \perp EF$, 垂足为 E,

作 $BF \perp EF$, 垂足为 F, 如图 2.

$\because AE \perp EF, BF \perp EF,$

$\therefore \angle AED = \angle BFD = 90^\circ.$

$\because \angle ADB = 90^\circ,$

$\therefore \angle ADE = 90^\circ - \angle BDF = \angle DBF.$

$\because \angle AED = \angle BFD, \angle ADE = \angle DBF,$

$\therefore \triangle AED \sim \triangle DFB.$

$$\therefore \frac{AE}{DF} = \frac{ED}{FB}.$$

设点 A、B、D 的横坐标分别为 m、n、t,

则点 A、B、D 的纵坐标分别为 $\frac{1}{2}m^2, \frac{1}{2}n^2, \frac{1}{2}t^2$.

$$AE = y_A - y_E = \frac{1}{2}m^2 - \frac{1}{2}t^2.$$

$$BF = y_B - y_F = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}t^2.$$

$$ED = x_D - x_E = t - m,$$

$$DF = x_F - x_D = n - t.$$

$$\therefore \frac{AE}{DF} = \frac{ED}{FB}.$$

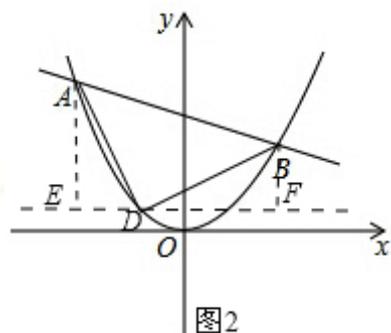


图 2

$$\therefore \frac{\frac{1}{2}m^2 - \frac{1}{2}t^2}{n-t} = \frac{t-m}{\frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}t^2}$$

化简得：mn + (m+n)t + t² + 4 = 0. (至此全对可得 9 分)

∵ 点 A、B 是直线 AB: y = kx + 2k + 4 与抛物线 y = $\frac{1}{2}x^2$ 交点,

∴ m、n 是方程 kx + 2k + 4 = $\frac{1}{2}x^2$ 即 x² - 2kx - 4k - 8 = 0 两根.

∴ m+n = 2k, mn = -4k - 8.

∴ -4k - 8 + 2kt + t² + 4 = 0,

即 t² + 2kt - 4k - 4 = 0.

即 (t - 2)(t + 2k + 2) = 0.

∴ t₁ = 2, t₂ = -2k - 2 (舍).

∴ 定点 D 的坐标为 (2, 2). (至此全对可得 10 分)

过点 D 作 x 轴的平行线 DG,

过点 C 作 CG ⊥ DG, 垂足为 G, 如图 3 所示.

∵ 点 C (-2, 4), 点 D (2, 2),

∴ CG = 4 - 2 = 2, DG = 2 - (-2) = 4.

∴ CG ⊥ DG,

$$\therefore DC = \sqrt{GC^2 + DG^2}$$

$$= \sqrt{2^2 + 4^2}$$

$$= \sqrt{20}$$

$$= 2\sqrt{5}. \text{ (至此全对可得 12 分)}$$

过点 D 作 DH ⊥ AB, 垂足为 H, 如图 3 所示,

∴ DH ≤ DC.

∴ DH ≤ 2√5.

∴ 当 DH 与 DC 重合即 DC ⊥ AB 时,

点 D 到直线 AB 的距离最大, 最大值为 2√5.

∴ 点 D 到直线 AB 的最大距离为 2√5.

(第 3 问分值为 7 分, 至此全对可得 14 分满分)

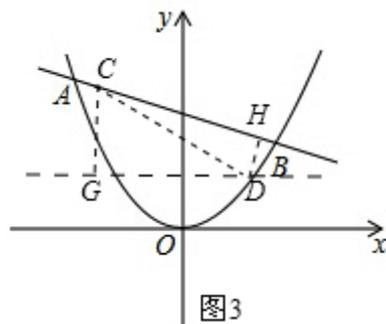


图3