

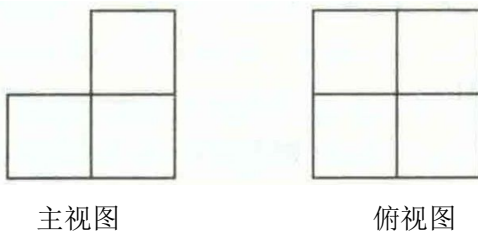
宁波市 2014 年普通高中保送生招生综合素质测试 数学试卷

一、选择题（共 5 题，每题 5 分，共 25 分）

1、若 $4x^2 - 5xy - 6y^2 = 0$ ，其中 $xy \neq 0$ ，则 $\frac{x+y}{x-y}$ 的值为（ ）

- A. -3 或 $\frac{1}{7}$ B. 3 或 $-\frac{1}{7}$ C. 3 D. $\frac{1}{7}$

2、由若干块形状相同的小立方块搭成的立体模型的主视图与俯视图如下，则不同的搭法总数为（ ）



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3、若关于 x 的不等式 $(2m-n)x - m > 5n$ 的解集为 $x < \frac{13}{4}$ ，则关于 x 的不等式

$(m-n)x > m+n$ 的解集为（ ）

- A. $x < \frac{13}{4}$ B. $x > \frac{13}{4}$ C. $x > 5$ D. $x < 5$

4、定义新运算 $a \oplus b$ 满足：

$$1 \oplus 1 = 3$$

$$(a+b) \oplus c = a \oplus c + b$$

$$a \oplus (b+c) = a \oplus b - c$$

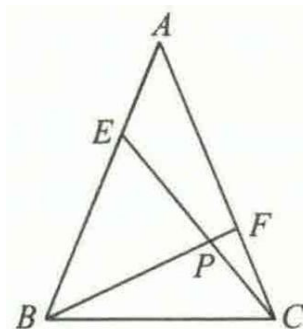
则关于 x 的方程 $(1+3x) \oplus (2x+1) = 5$ 的解为（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

5、等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， E 、 F 分别是 AB 、 AC 上的点，且

$BE = AF$ ，连结 CE 、 BF 交于点 P 。若 $\frac{CP}{PE} = \frac{3}{4}$ ，则 $\frac{AE}{AF}$ 的值为（ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$



二、填空题（共 4 题，每题 5 分，共 20 分，其中第 6 题第①空 2 分，第②空 3 分）

6、已知关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} 2x - y + b = 0 \\ x^2 + y = 4 \end{cases}$ 有两组不同的实数解： $\begin{cases} x = x_1 \\ y = y_1 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x = x_2 \\ y = y_2 \end{cases}$ ，

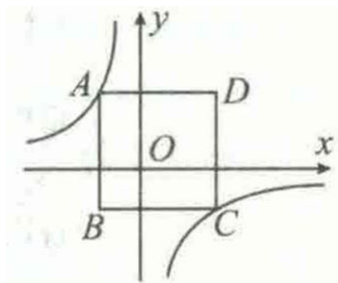
则

①实数 b 的取值范围为_____.

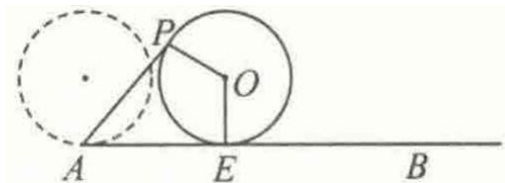
② $y_1 + y_2 + b(x_1 + x_2)$ 的值为_____.

7、如图，边长为 6 的正方形 $ABCD$ 置于平面直角坐标系 xOy 中，且 AB 平行于 y 轴. 已

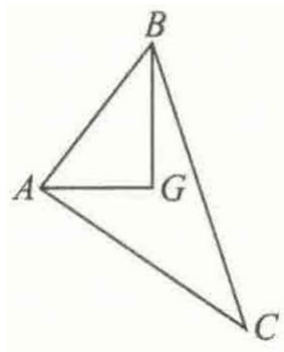
知点 A 的横坐标为 -2 ，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象恰好经过顶点 A 、 C ，当 $-2 \leq y \leq 4$ 时， x 的取值范围是_____.



8、如图，在同一平面内，圆 O 和直线 AB 相切， P 是圆 O 上一个定点. 初始位置圆 O 和 AB 相切于点 A （此时点 P 与点 A 重合）. 从 A 处开始圆 O 在直线 AB 上以每 3 分钟 1 圈的速度匀速向右无滑动地滚动，1 分钟到达点 E （圆 O 和 AB 相切于点 E ）. 此时， $\tan \angle PAE$ 的值为_____.



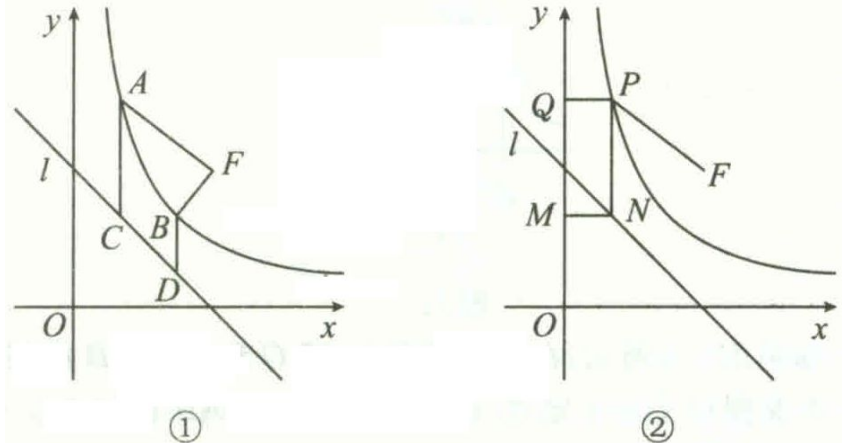
9、如图，点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心， $GA \perp GB$ ， $AB = 5$ ，则 $AC^2 + BC^2$ 的值为_____.



三、解答题（共 2 题，每题 15 分，共 30 分）

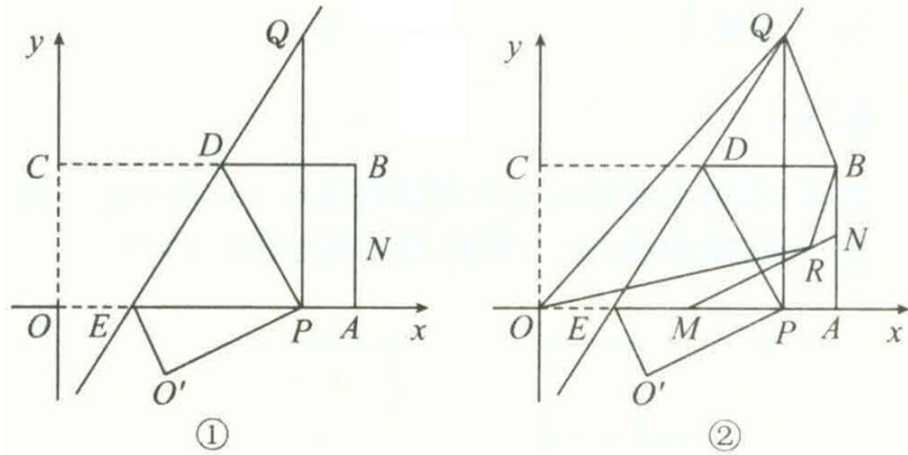
10、如图①，在平面直角坐标系 xOy 中，点 $F(2,2)$ ，过函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$ ，常数 $k > 0$) 图象上一点 $A(\frac{1}{2}, a)$ 作 y 轴的平行线交直线 $l: y = -x + 2$ 于点 C ，且 $AC = AF$ 。

- (1) 求 a 的值，并写出函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的解析式；
- (2) 过函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 图象上任意一点 B ，作 y 轴的平行线交直线 l 于点 D ，是否总有 $BD = BF$ 成立？并说明理由。
- (3) 如图②，若 P 是函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 图象上的动点，过点 P 作 x 轴的垂线交直线 l 于点 N ，分别过点 P 、 N 作 y 轴的垂线交 y 轴于点 Q 、 M ，问是否存在点 P ，使得矩形 $PQMN$ 的周长取得最小值，若存在，请求出此时点 P 的坐标及矩形 $PQMN$ 的周长；若不存在，请说明理由。



11、如图 1，将矩形 $OABC$ 置于平面直角坐标系 xOy 中，点 A 、 C 分别在 x 、 y 轴的正半轴上，点 $B(4,2)$ ，将矩形 $OABC$ 翻折，使得点 C 落在线段 OA 上，翻折后点 C 的对应点为 P 。折痕所在直线分别交直线 BC 、直线 OA 于点 D 、 E 。过点 P 作 OA 的垂线交折痕所在直线于点 Q 。当点 P 在线段 OA （不含端点 O 、 A ）上运动时，设点 Q 的坐标为 (x, y) 。

- (1) 求 y 关于 x 的函数解析式及自变量 x 的取值范围；
- (2) 如图， M 、 N 分别是边 OA 、 AB 的中点， R 是线段 MN 上的动点，设四边形 $ORBQ$ 的面积为 S ，当 x 为何值时， S 取得最小值，并求出该最小值。



宁波市 2014 年普通高中保送生招生综合素质测试 数学试卷答案与解析

一、选择题（共 5 题，每题 5 分，共 25 分）

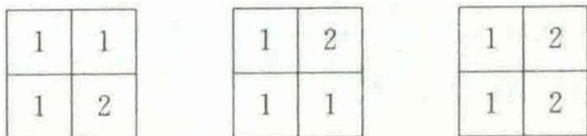
1. B

【解析】对方程左边因式分解得 $(4x + 3y)(x - 2y) = 0$,

$\therefore x = -\frac{3}{4}y$ 或 $x = 2y$, 代入原式得值为 $-\frac{1}{7}$ 或 3, 故选 B.

2. C

【解析】根据主视图和俯视图, 可知立体模型有如下几种情况:



3. D

【解析】由不等式 $(2m - n)x - m > 5n$ 解集为 $x < \frac{13}{4}$, 可知 $\begin{cases} 2m - n < 0 \\ 5n + m = \frac{13}{4} \end{cases}$ 成立,

则 $(m - n)x > m + n$ 的解集为 $x < \frac{m + n}{m - n}$, 即 $x < 5$, 故选 D.

4. B

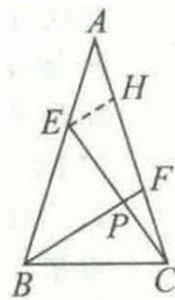
【解析】本题考查自定义运算和方程的求解, 易得 $x = 2$

5. A

【解析】如图, 作 $EH \parallel BF$, 交 AC 于点 H , 有 $\frac{CP}{PE} = \frac{CF}{FH} = \frac{3}{4}$, 可设 $AE = CF = 3x$, $HF = 4x$,

$AH = y$, 则 $BE = AF = 4x + y$;

又 $\because \frac{AE}{BE} = \frac{AH}{HF}$, $\therefore \frac{3x}{y + 4x} = \frac{y}{4x}$, $\therefore \frac{AE}{BE} = \frac{1}{2}$, 故选 A.



二、填空题（共 4 题，每题 5 分，共 20 分，其中第 6 题第①空 2 分，第②空 3 分）

6. (1) $b < 5$ (2) -4

【解析】将第 1 个式子变形得 $y = 2x + b$ ，代入第 2 个式子得 $x^2 + 2x + b - 4 = 0$ ；

根据方程组有两组不同的实数解，可得 $b < 5$ ；

根据题意得 $\begin{cases} y_1 + y_2 = 2(x_1 + x_2) + 2b, \\ x_1 + x_2 = -2, \end{cases}$ 故原式 $= -4$ 。

7. $x \geq 4$ 或 $x \leq -2$

【解析】设 $A(-2, a)$ ，则 $C(4, a-6)$ ，根据题意得 $-2a = 4(a-6)$ ，

解得 $a = 4$ ，故 $k = -8$ ，

故当 $-2 \leq y \leq 4$ 时， x 的取值范围为 $x \leq -2$ 或 $x \geq 4$ 。

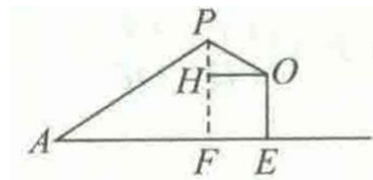
8. $\frac{9}{4\pi - 3\sqrt{3}}$

【解析】设圆的半径为 r ，则根据题意可知 $AE = \frac{2\pi r}{3}$ ， $\angle POE = 120^\circ$ ，

再过点 P 作 $PF \perp AE$ ，过点 O 作 $OH \perp PF$ ，得 $\angle POH = 30^\circ$ ，

故 $PH = \frac{r}{2}$ ， $HO = \frac{\sqrt{3}}{2}r$ 。

$\therefore \tan \angle PAE = \frac{\frac{r}{2} + r}{\frac{2\pi r}{3} - \frac{\sqrt{3}r}{2}} = \frac{9}{4\pi - 3\sqrt{3}}$ 。

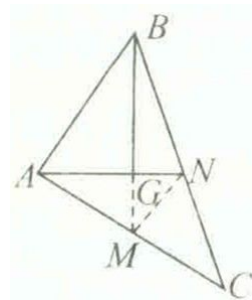


9. 125

【解析】如图， AG, BG 分别交 BC, AC 于点 N, M ，再连结 MN ，

则根据题意得 $\begin{cases} (\frac{BC}{2})^2 = BN^2 = BG^2 + GN^2 \\ (\frac{AC}{2})^2 = AM^2 = AG^2 + GM^2 \end{cases}$

又 $\because AG^2 + BG^2 = 5^2$ ， $GM^2 + GN^2 = (\frac{5}{2})^2$



$$\therefore \frac{BC^2}{4} + \frac{AC^2}{4} = 25 + \frac{25}{4}, \text{ 即 } AC^2 + BC^2 = 125.$$

三、解答题（共 2 题，每题 15 分，共 30 分）

10. 【解析】

$$(1) AC = a - \frac{3}{2}, AF = \sqrt{\frac{9}{4} + (a-2)^2},$$

$$\because AC = AF, \therefore a = 4$$

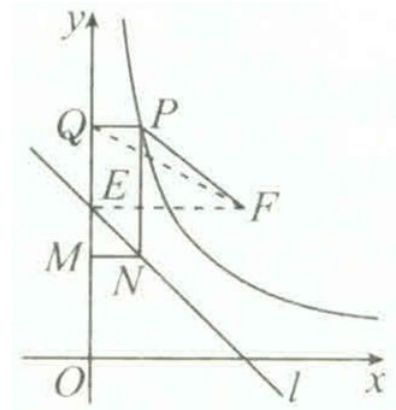
$$\therefore \text{点 } A\left(\frac{1}{2}, 4\right), \therefore k = 2, \therefore y = \frac{2}{x} (x > 0)$$

$$(2) \text{ 设 } B\left(m, \frac{2}{m}\right) (m > 0), \text{ 则 } D(m, -m+2),$$

$$BD = \frac{2}{m} + m - 2,$$

$$BF = \sqrt{(m-2)^2 + \left(\frac{2}{m} - 2\right)^2},$$

$$\therefore BD = BF$$



(3) 存在满足题设条件的点 P ,

解法一：设直线 l 交 y 轴于点 E ，连结 EF, QF ，由 (2) 得 $PF = PN$ ，

$$\therefore \text{矩形 } PQMN \text{ 的周长} = 2(PN + PQ) = 2(PF + PQ),$$

$$\because PF + PQ \geq QF \geq EF,$$

\therefore 当且仅当 P, Q, F 三点共线时，矩形 $PQMN$ 的周长取得最小值，最小值为 $2FE = 4$ ，

此时，点 P 的坐标为 $(1, 2)$ 。

解法二：设 $P\left(m, \frac{2}{m}\right) (m > 0)$ ，则 $N(m, -m+2)$ ，

$$\therefore \text{矩形 } PQMN \text{ 的周长} = 2(PN + PQ) = 2\left(\frac{2}{m} + m - 2 + m\right)$$

$$= \frac{4}{m} + 4m - 4 = \left(\frac{2}{\sqrt{m}} - 2\sqrt{m}\right)^2 + 4,$$

\therefore 当 $\frac{2}{\sqrt{m}} - 2\sqrt{m} = 0$ ，即 $m = 1$ 时，矩形 $PQMN$ 的周长取得最小值 4，此时点 P 的坐标为

$(1, 2)$ 。

11. 【解析】

(1) 解法一：连结 CQ ，由题意得 $CQ = PQ$ ， $\therefore x^2 + (y-2)^2 = y^2$ ，

$$\therefore y = \frac{1}{4}x^2 + 1 (0 < x < 4).$$

解法二：

连结 PC ，由题意得 DE 垂直平分线段 CP ， $\angle PED = \angle CDE = \angle PDE$ ，

$$\therefore PD = DC = PE.$$

设 $PD = DC = PE = m (m > 0)$ ，则有 $(x-m)^2 + 4 = m^2$ ，

$$\therefore m = \frac{x^2 + 4}{2x} (0 < x < 4).$$

由 $\triangle PEQ \sim \triangle OCP$ ，得 $\frac{PE}{PQ} = \frac{OC}{OP}$ ，

$$\therefore \frac{x^2 + 4}{2xy} = \frac{2}{x},$$

$$\therefore y = \frac{1}{4}x^2 + 1 (0 < x < 4).$$

$$(2) S = \frac{1}{2}x^2 - x + 4 (0 < x < 4)$$

当 $x = 1$ 时， S 的最小值为 $\frac{7}{2}$ 。

宁波市 2014 年普通高中保送生招生综合素质测试

数学试卷点评

一、试卷形式与考试时间

整卷以数学、科学综合卷的形式呈现。第 I 部分数学有 3 个大题，11 个小题，满分为 75 分；第 II 部分科学有 3 个大题，12 个小题，满分为 75 分；整卷考试时间为 90 分钟。

二、试卷的结构解析

1、按试题类型分布：（共 11 道题，满分为 75 分）

选择题 5 小题，共 25 分，约占 33%

填空题 4 小题，共 20 分，约占 27%

解答题 2 题，共 30 分，约占 40%

2、按考试内容分布：

数与代数，约占 44%

图形与几何，约占 56%

3、按试题难度分布：

试题按其难度分为稍难题、较难题，整卷难度系数约为 0.60

稍难题（难度系数 0.4~0.8），约占 75%

较难题（难度系数 0.4 以下），约占 25%

三、近两年试题的考点分析

题型	题号	分值	2013 年	2014 年
选择题	1	5	三角函数	因式分解
	2	5	平均数、多元一次方程的整数解	三视图
	3	5	三角形的面积	解一元一次不等式
	4	5	三视图	自定义运算
	5	5	一元一次不等式组的整数解	相似三角形
填空题	6	5	自定义运算	一元二次方程的根

	7	5	一元二次方程的根	图象的对称性
	8	5	图象的交点、一元二次方程的根	圆、三角函数
	9	5	相似三角形	重心、勾股定理
解答题	10	15	等腰直角三角形、等边三角形、解直角三角形、三角形的面积	求反比例函数的解析式，直角坐标系中两点间的距离，最值问题
	11	15	求二次函数的解析式、相似三角形、直角坐标系中两点间的距离	对称问题，求二次函数的解析式，最值问题

四、试卷综合点评

1、突出核心知识的地位

区别于常规的宁波市中考，提前批考试更重视于核心知识点，聚焦考查“数与代数”、“图形与几何”这两块。同时，还侧重于在知识点的交汇点处命题，考查学生基础掌握、信息处理、综合运用知识的能力。

2、难度较大，时间较紧，考查学生的基础和灵活性

近两年提前批数学考试的难度基本持平，而且高于普通中考。试卷出题比较灵活，考试时间很紧，对学生的熟练程度要求也比较高。综合考查学生运用数学思想方法（如：函数思想、方程思想、分类讨论思想、转化思想、待定系数法等）分析和解决问题的能力。

五、备考建议

1、基础打扎实，养成良好的做题习惯。扎实的数学基础是取到好成绩的先决条件，除此之外，做题习惯也很重要，要在平时养成良好的审题、做题和答题习惯，注意解题步骤和计算过程，避免“看错”、“算错”，要保证自己在考试中会做的题目不丢分，不留遗憾。

2、在基础之上不断提升自己的实力。提前批考试的难度大于普通的中考，如果学生的数学实力只满足于普通中考是远远不够的，想要在提前批考试中胜出，必须尽可能多做一些难题来提升自己的实力。

3、考前模拟和限时训练。提前批考试不仅难度较大，而且对于大多数学生来说时间较紧。有很多学生平时做题拖拖拉拉，但是正确率还行，一到考试经常因为时间紧而手忙脚乱，所以建议平时最好定期做些限时训练来矫正自己的做题习惯，检验自己的熟练程度。到了考前最好能有 1~2 次的模拟训练，让自己适应考试的状态。

4、调节好自己的心态。在提前批的考试中遇到难题是很正常的事，千万不要心慌，要保持冷静。考试时间较紧，可以选择会做的题目先做，对于不会做的小题可以适当使用的技巧，如排除法、特殊值法、蒙猜法等。