

太原市 2015 年高三年级模拟试题(二)

数学试卷(文史类)

(考试时间：下午 3:00—5:00)

注意事项：

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,第 I 卷 1 至 3 页,第 II 卷 4 至 7 页。
2. 回答第 I 卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目涂写在答题卡上。
3. 回答第 I 卷时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上的对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,写在本试卷上无效。
4. 回答第 II 卷时,将答案写在答题卡相应位置上,写在本试卷上无效。
5. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 $(1 - 2i)z = 5$ (i 为虚数单位), 则复数 z 在复平面内对应的点所在象限为

- A. 第一象限 *交点的坐标以及点的对应* B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限

2. 下列命题中的假命题是

- A. $\exists x_0 \in \mathbb{R}, \lg x_0 = 1$ *存在性命题的否定应用* B. $\exists x_0 \in \mathbb{R}, \sin x_0 = 0$
C. $\forall x \in \mathbb{R}, x^3 > 0$ *全称命题的否定应用* D. $\forall x \in \mathbb{R}, 2^x > 0$

3. 已知 $a = (1, -2), b = (x, 2)$, 且 $a \parallel b$, 则 $|b| =$

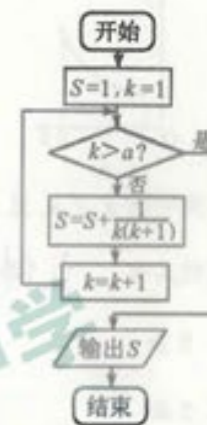
- A. $2\sqrt{5}$ *平面内两向量的平行* B. $\sqrt{5}$
C. 10 D. 5

4. 已知 $\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2}, \alpha \in (0, \pi)$, 则 $\tan \alpha =$

- A. -1 *三角函数的基本性质* B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 1

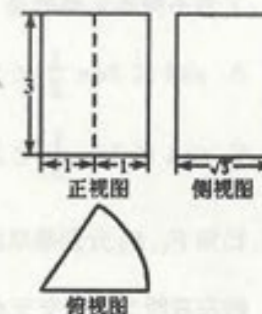
5. 执行右图所示的程序框图, 若 $a = 7$, 则输出的 $S =$

- A. $\frac{6}{7}$ *程序框图的运行* B. $\frac{15}{8}$
C. $\frac{13}{7}$ D. $\frac{11}{6}$



6. 已知某几何体的三视图如图所示, 其中俯视图是扇形, 则该几何体的体积为

- A. 4π *圆柱的三视图* B. 2π
C. $\frac{4\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$



7. 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos A = \frac{3}{5}, \cos B = \frac{4}{5}, BC = 4$, 则 $AB =$

- A. 5 *正弦余弦定理的应用* B. 4
C. 3 D. 2

8. 已知点 $A(-1, 0), B(1, 0)$, 若圆 $(x - 2)^2 + y^2 = r^2$ 上存在点 P , 使得 $\angle APB = 90^\circ$, 则实数 r 的取值范围为

- A. (1, 3) *圆与圆的位置关系应用* B. [1, 3]
C. (1, 2] D. [2, 3]

太原市 2015 年高三年级模拟试题(二)

数学试卷(文史类)

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

本卷包括必考题和选考题两部分,第 13 题 ~ 第 21 题为必考题,每个试题考生都必须作答.第 22 题 ~ 第 24 题为选考题,考生根据要求作答.

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - x - 2 < 0\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$, 则 $A \cap B =$ 集合的运算

14. 已知实数 x, y 满足条件 $\begin{cases} x \geq 0, \\ 4x + 3y \leq 4, \\ y \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = \frac{y+1}{x}$ 的最小值为 线性规划与斜率的结合

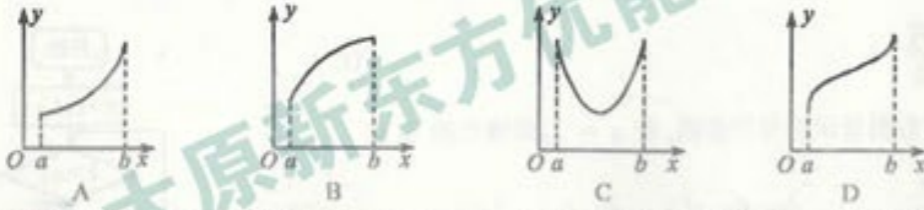
15. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_n - a_{n+1} = na_n a_{n+1} (n \in \mathbb{N}^*)$, 则 $a_n =$ _____

16. 已知 $f(x) = a(x+1)(x-a)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数,若 $f(x)$ 在 $x = a$ 处取得极大值,

则实数 a 的取值范围是 导数的应用

则实数 a 的取值范围是 _____

9. 已知函数 $f(x)$ 的导函数在 (a, b) 上的图象关于直线 $x = \frac{a+b}{2}$ 对称, 则函数 $y = f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的图象可能是 导函数图象与原函数图象的结合应用



10. 已知平面 $\alpha \parallel \beta$, 且 α 与 β 的距离为 $d (d > 0)$, $m \subset \alpha$, 则在 β 内与直线 m 的距离为 $2d$ 的直线共有 立体几何空间位置关系的判断

- A. 0 条 B. 1 条
C. 2 条 D. 无数条

11. 下列不等式正确的是 三角函数的比较大小

A. $\sin 1 < 2\sin \frac{1}{2} < 3\sin \frac{1}{3}$ B. $3\sin \frac{1}{3} < 2\sin \frac{1}{2} < \sin 1$
C. $\sin 1 < 3\sin \frac{1}{3} < 2\sin \frac{1}{2}$ D. $2\sin \frac{1}{2} < \sin 1 < 3\sin \frac{1}{3}$

12. 已知 F_1, F_2 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 过 F_1 的直线 l 与双曲线的左右两支分别交于点 A, B , 若 $|AB| = |AF_2|$, $\angle F_1AF_2 = 90^\circ$, 则双曲线的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{2}$ B. $\sqrt{6} + \sqrt{3}$
C. $\frac{\sqrt{5} + 2\sqrt{2}}{2}$ D. $\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$

密 封 线 内 不 要 答 题

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 12 分)

已知公比 $q > 0$ 的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $a_1 = 1, S_3 = 7$ ，数列 $\{b_n\}$ 中 $b_1 = 0, b_3 = 1$ 。

指. 此题的综合知识. 以及分组求和

(I) 若数列 $\{a_n + b_n\}$ 是等差数列，求 a_n, b_n ；

(II) 在(I)的条件下，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

18. (本小题满分 12 分) *统计. 茎叶图的应用. 以及茎叶图*

某网络广告 A 公司计划从甲、乙两个网站选择一个网站拓展广告业务，为此 A 公司随机抽取了甲、乙两个网站某月中 10 天的日访问量 n (单位：万次)，整理后得到如下茎叶图，已知 A 公司要从网站日访问量的平均值和稳定性两方面进行考量选择。

(I) 请说明 A 公司应选择哪个网站；

(II) 现将抽取的样本分布近似看作总体分布，A 公司根据所选网站的日访问量 n 进行付费，其付费标准如下：

选定网站的日访问量 n (单位：万次)	A 公司的付费标准 (单位：元/日)
$n < 25$	500
$25 \leq n \leq 35$	700
$n > 35$	1000

甲		乙	
5	1	8	
5 8 4	2	5 2 4	
5 2 0 6 0	3	2 8 0 6 5	
5	4	0	

求 A 公司每月 (按 30 天计) 应付给选定网站的费用 S 。

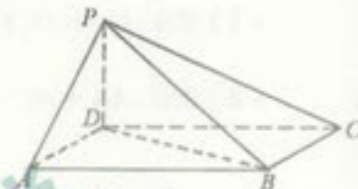
19. (本小题满分 12 分) *立体几何. 求体积的求法*

如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是平行四边形， $\angle DAB = 60^\circ, AB = 2AD = 2,$

$PD \perp$ 平面 $ABCD$ 。

(I) 求证： $AD \perp PB$ ；

(II) 若 BD 与平面 PBC 的所成角为 30° ，求三棱锥 $P-BCD$ 的体积。



20. (本小题满分 12 分) *椭圆的定义与平面向量的综合应用*

已知动点 A 在椭圆 $C: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上，动点 B 在直线 $x = -2$ 上，且满足 $\vec{OA} \perp \vec{OB}$

(O 为坐标原点)，椭圆 C 上的点 $M(\frac{\sqrt{3}}{2}, 3)$ 到两焦点距离之和为 $4\sqrt{3}$ 。

(I) 求椭圆 C 方程；

(II) 求 $|AB|$ 取最小值时点 A 的坐标。

21. (本小题满分 12 分) *导数的综合与极值. 对数函数的综合*

已知函数 $f(x) = \ln x - ax (a \in \mathbb{R})$ 有两个不相等的零点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ 。

(I) 求 a 的取值范围；

(II) 判断 $\frac{2}{x_1 + x_2}$ 与 a 的大小关系，并证明你的结论。

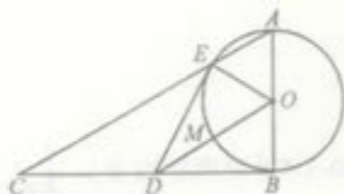
请考生在第 22、23、24 三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。作答时
请把答题卡上所选题目号后的方框涂黑。

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-1: 几何证明选讲

如图, $\triangle ABC$ 是直角三角形, $\angle ABC = 90^\circ$, 以 AB 为直径的圆 O 交 AC 于点 E , 点 D 是 BC 边的中点, OD 交圆 O 于点 M .

(I) 求证: O, B, D, E 四点共圆;

(II) 求证: $AB \cdot AC = \frac{2DE^2}{DM}$.



23. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

已知平面直角坐标系 xOy 中, 过点 $P(-1, -2)$ 的直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -1 + t \cos 45^\circ \\ y = -2 + t \sin 45^\circ \end{cases}$ (t 为参数), 以原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho \sin \theta \tan \theta = 2a$ ($a > 0$), 直线 l 与曲线 C 相交于不同的两点 M, N .

(I) 求曲线 C 和直线 l 的普通方程;

(II) 若 $|PM| = |MN|$, 求实数 a 的值.

1. 极坐标方程 \Rightarrow 普通方程
2. 极坐标问题

24. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x + a| + |x + \frac{1}{a}|$ ($a > 0$).

(I) 当 $a = 2$ 时, 求不等式 $f(x) > 3$ 的解集;

(II) 证明: $f(m) + f(-\frac{1}{m}) \geq 4$.

含绝对值不等式求法



文科数学答题卡

姓名 太原新东方

(贴条形码区)

准考证号

注意事项

1. 答题前, 考生务必先认真核准条形码上的姓名、准考证号, 然后用 0.5 毫米的黑色笔迹签字笔将姓名、准考证号填写在相应位置, 并在答题卡背面左上角填写姓名和准考证号末两位。准考证号的每个数字框内只能填写一个阿拉伯数字。要求字体工整, 笔迹清晰。填写阿拉伯数字的示例: 01234567890
2. 答题卡 I 卷时, 必须使用 2B 铅笔填涂。填涂时, 要用橡皮将修改处擦干净, 切忌填涂错位; ■■
3. 答题卡 II 卷时, 必须使用 0.5 毫米的黑色笔迹签字笔书写, 作图题可用铅笔画出, 确认后再用 0.5 毫米的黑色笔迹签字笔填涂清楚。要求字迹工整, 笔迹清晰, 严格按照题号所指示的答题区域作答, 超出答题区域书写的答案无效, 在试题、草稿纸上答题无效。
4. 保持答题卡清洁、完整, 严禁折叠, 严禁在答题卡上作任何标记, 严禁使用涂改液、胶水和修正带, 严禁污染答题卡上的黑色字迹。
5. 未按上述要求填写、答题, 影响评分质量, 后果自负。

此栏禁止考生填涂 缺考标记 缺考考生由监考员贴条形码, 并用 2B 铅笔填涂左边的缺考标记。

第 I 题 (用 2B 铅笔填涂)

1 <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	6 <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	11 <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	7 <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	12 <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3 <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	8 <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
4 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	9 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>				
5 <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	10 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>				

第 II 题 (用 0.5 毫米的黑色笔迹签字笔书写)

二、填空题 (每小题 5 分, 共 20 分)

13. $\{0, 1\}$ 14. 1
 15. $\frac{2}{n^2-n+2}$ 16. $(-1, 0)$

三、解答题 (共 70 分)

17. (12 分)

解: (1) 由题得 $S_3 = 1 + q + q^2 = 7$, $q = 2$, $q = -3$ (舍)
 $\therefore a_n = 2^{n-1}$
 $\therefore a_1 + b_1 = 1$, $a_3 + b_3 = 5$. \therefore 数列 $\{a_n + b_n\}$ 的公差 $d = 2$,
 $\therefore a_n + b_n = 2n - 1$
 $\therefore b_n = 2n - 1 - a_n = (2n - 1) - 2^{n-1}$

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

续 17 题

(2) 由 (1) 得 $b_n = (2n - 1) - 2^{n-1}$
 $\therefore T_n = (1 - 2^0) + (3 - 2^1) + (5 - 2^2) + \dots + [(2n - 1) - 2^{n-1}]$
 $= [1 + 3 + 5 + \dots + 2n - 1] - (2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{n-1})$
 $= n^2 - 2^n + 1$

18. (12 分)

解: (1) 由茎叶图可知
 $\bar{x}_q = (15 + 24 + 28 + 25 + 30 + 36 + 30 + 32 + 35 + 45) \div 10 = 30$
 $S_q^2 = \frac{1}{10} \times [(15 - 30)^2 + (24 - 30)^2 + (28 - 30)^2 + (25 - 30)^2 + (30 - 30)^2 + (36 - 30)^2 + (30 - 30)^2 + (32 - 30)^2 + (35 - 30)^2 + (45 - 30)^2] = 58$
 $\bar{x}_z = (18 + 25 + 22 + 24 + 32 + 28 + 30 + 36 + 35 + 40) \div 10 = 30$
 $S_z^2 = \frac{1}{10} \times [(18 - 30)^2 + (25 - 30)^2 + (22 - 30)^2 + (24 - 30)^2 + (32 - 30)^2 + (38 - 30)^2 + (30 - 30)^2 + (36 - 30)^2 + (35 - 30)^2 + (40 - 30)^2] = 49.8$
 $\therefore \bar{x}_q = \bar{x}_z$, $S_q^2 > S_z^2$. \therefore A 公司应选择乙网站。
 (2) 由 (1) 得 A 公司应选择乙网站, 由题意可得乙网站日访问量 $n < 25$ 的概率为 0.3, 日访问量 $25 \leq n \leq 35$ 的概率为 0.4, 日访问量 $n > 35$ 的概率为 0.3.
 \therefore A 公司的月支付给乙网站的费用
 $S = 30 \times (500 \times 0.3) + 700 \times 0.4 + 1000 \times 0.3 = 21900$ 元

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

续 18 题

19. (12 分)

证明: 在 $\triangle ABD$ 中, $\angle DAB = 60^\circ$,
 $AB = 2AD = 2$,
 由余弦定理得 $BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cos \angle DAB = 3$
 $\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2$, $\therefore \angle ADB = 90^\circ$,
 $\therefore AD \perp BD$. $\because PD \perp$ 平面 $ABCD$, $\therefore PD \perp AD$
 $\therefore AD \perp$ 平面 PBD , $\therefore AD \perp PB$
 (2) 过 D 作 $DE \perp PB$, 垂足为 E
 $\because ABCD$ 是平行四边形, $\therefore AD \parallel BC$.
 由 (1) 得 $AD \perp$ 平面 PBD , $\therefore BC \perp$ 平面 PBD ,
 \therefore 平面 $PBC \perp$ 平面 PBD ,
 $\therefore DE \perp$ 平面 PBC .
 $\therefore BD$ 与平面 PBC 所成角为 $\angle DBE = 30^\circ$.
 由 (1) 得 $BD = \sqrt{3}$, $DP = BD \cdot \tan \angle DBE = 1$.
 $\therefore V_{P-BCD} = \frac{1}{3} S_{\triangle BCD} \cdot DP = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} BD \cdot BC \cdot DP = \frac{\sqrt{3}}{6}$

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效



考生姓名 准考证号 考生务必将姓名、准考证号末两位用0.5毫米的黑色笔迹填写在书写框内。准考证号末两位的每个书写框只能填写一个阿拉伯数字。

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

20. (12分)

解：(1) 由题意得 $\begin{cases} 2a = 4\sqrt{3} \\ \frac{9}{a^2} + \frac{3}{4b^2} = 1 \end{cases}$ $\therefore a^2 = 12, b^2 = 3$
 \therefore 椭圆C的方程
 (II) 由题意可设 $A(x_0, y_0), B(-2, t) (t \in \mathbb{R})$
 $\therefore \overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}, \therefore 2x_0 = ty_0, \therefore t = \frac{2x_0}{y_0}$
 \because 点A在椭圆C, $\therefore \frac{x_0^2}{12} + \frac{y_0^2}{3} = 1 \therefore x_0^2 = 3 - \frac{1}{4}y_0^2$
 $\therefore |AB| = \sqrt{(x_0+2)^2 + (y_0-t)^2} = \sqrt{x_0^2 + 4x_0 + 4 + y_0^2 - 2tx_0 + t^2}$
 $= \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + \frac{4x_0^2}{y_0^2} + 4} = \sqrt{6 + \frac{1}{4}y_0^2 + \frac{12}{y_0^2}} \geq 2\sqrt{3}$
 当且仅当 $\frac{1}{4}y_0^2 = \frac{12}{y_0^2}$, 即 $y_0 = \pm 2$ 时 $|AB|$ 取最小值,
 $\therefore x_0^2 = 3 - \frac{1}{4}y_0^2, \therefore x_0 = \pm\sqrt{2}$
 \therefore 点A一定表示为 $(\sqrt{2}, -2), (\sqrt{2}, 2), (-\sqrt{2}, -2)$ 或 $(-\sqrt{2}, 2)$.

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

21. (12分)

解：(1) 由题意得 x_1, x_2 是方程 $\ln x = ax$ 的两个不相等的实根
 令 $g(x) = \ln x, h(x) = ax (x > 0)$
 ① 当 $a \leq 0$ 时， $g(x)$ 与 $h(x)$ 的图象最多有一个交点，
 $\therefore a \leq 0$ 不符合题意；
 ② 当 $a > 0$ 时，设 $y = kx (k > 0)$ 是 $g(x) = \ln x$ 的切线，
 其切点为 (x_0, y_0) . 则 $k = \frac{1}{x_0}, \therefore \begin{cases} y_0 = kx_0 = 1 \\ y_0 = \ln x_0 \end{cases}$
 $\therefore x_0 = e, \therefore k = \frac{1}{x_0} = \frac{1}{e}$
 $\therefore 0 < a < \frac{1}{e}$. 综上， $a \in (0, \frac{1}{e})$
 (2) 结论是 $\frac{2}{x_1 + x_2} < a$, 证明如下：
 由题意可得 $\begin{cases} \ln x_1 = ax_1 \\ \ln x_2 = ax_2 \end{cases}$, 则 $a = \frac{\ln x_2 - \ln x_1}{x_2 - x_1}$
 只需证明 $\frac{\ln x_2 - \ln x_1}{x_2 - x_1} > \frac{2}{x_2 + x_1}, \sqrt{2}t = \frac{x_2}{x_1} (t > 1)$.
 则需证明 $\frac{\ln t}{t-1} > \frac{2}{t+1}$, 即需证明 $\frac{1}{2}(\ln t - \frac{t-1}{t+1}) > 0$.
 设 $k(t) = \frac{1}{2}(\ln t - \frac{t-1}{t+1}) (t > 1)$.
 则 $k'(t) = \frac{(t-1)^2}{2t(t+1)^2} > 0$
 $\therefore k(t)$ 在 $(1, +\infty)$ 上是增函数， $\therefore k(t) > k(1) = 0$
 $\therefore \frac{2}{x_1 + x_2} < a$

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

选考题：(22) (23) (24)
（考生注意：(22)、(23)、(24) 三题中任选一题作答，只能选做一题的题号，如都选了，则按所答的第一题计分。作答时请用2B铅笔将答题卡上的方框涂黑。）

选做题号 _____ (10分)



(第22题图)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

