2015 年中考数学模拟卷

数 学 卷

（满分 150 分，考试时间 100 分钟）

考生注意：a

1．本试卷含三个大题，共 25 题；

2．答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效．

3．除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤．

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上．】

1． 计算 $(a^2)^3$ 的结果是（　）。

A．a^5　　B．a^6　　C．a^8　　D．a^9

2． 不等式组 $\begin{cases} x+1>0, \\ x-2<1 \end{cases}$ 的解集是（　　）

A．$x>-1$　　B．$x<3$　　C．$-1<x<3$　　D．$-3<x<1$

3． 抛物线 $y=2(x-m)^2+n$（m，n 是常数）的顶点坐标是（　　）

A．$(m,\ n)$　　B．$(-m,\ n)$　　C．$(m,-n)$　　D．$(-m,-n)$

4． 已知某校女子田径队 23 人年龄的平均数和中位数都是 13 岁，但是后来发现其中一位同学的年龄登记错误，将 14 岁写成 15 岁，经重新计算后，正确的平均数为 a 岁，中位数为 b 岁，则下列结论中正确的是（　　）。

A．a＜13，b=13　　B．a＜13，b＜13　　C．a＞13，b＜13　　D．a＞13，b=13

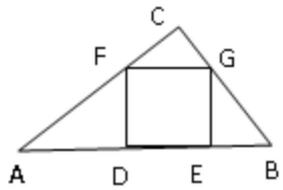
5． 已知两个半径不相等的圆外切，圆心距为 6cm，大圆半径是小圆半径的 2 倍，则小圆半径为（　　　）

A．2cm 或 6cm　　B．6cm　　C．4cm　　D．2cm

6． 如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，BC=3，AC=4，四边形 DEGF 为内接正方形，那么 AD：

DE：EB 为（　　　）。

A、5∶4∶3　　B、16∶12∶9　　C、9∶8∶7　　D、25∶16∶9



二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）
【请将结果直线填入答题纸的相应位置】

7. 计算：$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$=_____________.

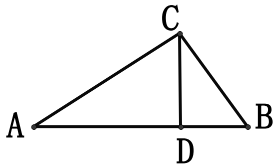
8. 已知函数 f（x）=$\frac{1}{1-x}$，那么 f（3）=_____________.

9. 分解因式：a^3-ab^2=_____________.

10. 一件卡通玩具进价 a 元，如果加价 60%出售，那么这件卡通玩具可盈利_________元。

11. 在平面直角坐标系中，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（k ＜0）图象的两支分别在第_____________象限.

12. 如图，ΔABC 中，$\angle ACB$=90°，CD 是斜边上的高，若 AC=8，AB=10，tan$\angle BCD$=___________.

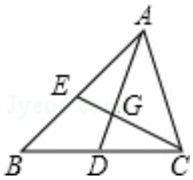


13. 在 6 张完全相同的卡片上分别画上线段、等边三角形、平行四边形、直角梯形、正方形和圆．在看不见图形的情况下随机摸出 1 张，这张卡片上的图形是中心对称图形的概率是_____。

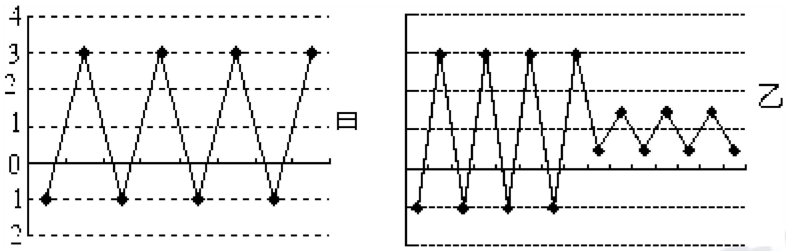
14. 请写出符合以下三个条件的一个函数的解析式 ________________。(①过点 (3,1)；②

当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而减小；③当自变量的值为 2 时，函数值小于 2。)

15. 如图，在△ABC 中，边 BC、AB 上的中线 AD、CE 相交于点 G，设向量 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，如果用向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AG}$，那么 $\overrightarrow{AG}$=____________。

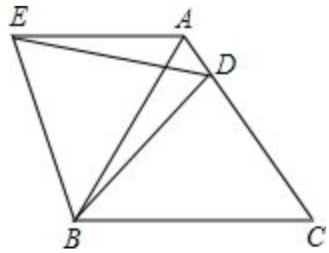


16. T 不通过计算，比较图中甲、乙两组数据的标准差:S $_{甲}$______S $_{乙}$。



17. 数学的美无处不在，数学家们研究发现，弹拨琴弦发出的声音的音调高低，取决于弦的长度，绷得一样紧的几根弦，如果长度的比能够表示成整数的比，发出的声音就比较和谐，例如，三根琴弦长度之比是 15：12：10，把他们绷得一样紧，用同样的力弹拔，他们将分别发出很调和得乐声，do，mi，so。研究 15,12,10，这三个数的倒数发现：$\frac{1}{12}-\frac{1}{15}=\frac{1}{10}-\frac{1}{12}$。我们称 15，12，10，这三个数为一组调和数，现有一组调和数：x，5，3（x＞5），则 x =_________。

18. 如图，在等边△ABC 中，D 是边 AC 上一点，连接 BD．将△BCD 绕点 B 逆时针旋转 60°得到△BAE，连接 ED．若 BC=10，BD=9，则△AED 的周长是______。



三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. （本题满分 10 分）

计算：$\left(\sqrt{3}-1\right)^{2}+\left|\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\right|-\left(\pi-3\right)^{0}$

20. （本题满分 10 分）

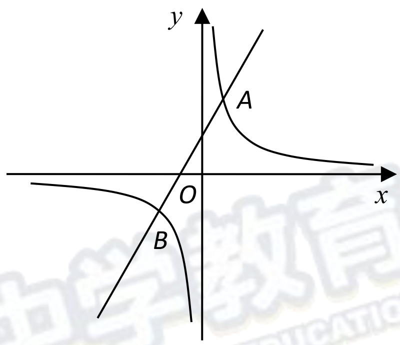
解方程: $\begin{cases} x^2+y^2=10 \\ x^2-3xy+2y^2=0 \end{cases}$

21. （本题满分 10 分，每小题满分各 5 分）

已知反比例函数 $y_1=\dfrac{k}{x}$ 的图像与一次函数 $y_2=ax+b$ 的图像交于点 A（1，4）和点 B（m，-2）。

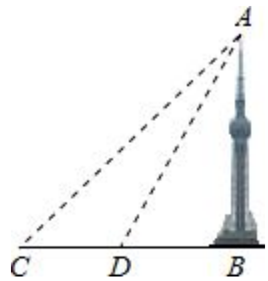
（1）求这两个函数的表达式；

（2）如果点 C 与点 A 关于 x 轴对称，求△ABC 的面积。



22. （本题满分 10 分）

某市一中学九年级学生开展数学实践活动，测量该市电视塔 AB 的高度．由于该塔还没有完成内外装修，其周围障碍物密集，于是在开阔地带的 C 处测得电视塔顶点 A 的仰角为 45°，然后沿 CB 向电视塔的方向前进 90m 到达 D 处，在 D 处测得顶点 A 的仰角为 60°，如图所示．求电视塔的高度。（精确到 0.1m，$\sqrt{2}\approx 1.414, \sqrt{3}\approx 1.732$）

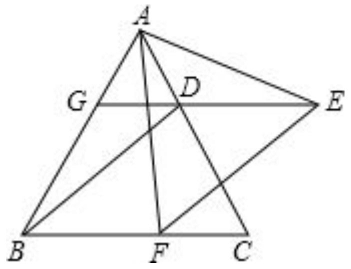


23. （本题满分 12 分，每小题满分各 6 分）

已知，如图，在△ABC 是等边三角形，过 AC 边上的点 D 作 DG//BC.交 AB 于点 G. 在 GD 的延长线上取点 E，是 DE=DC，连接 AE、BD。

(1)求证：△AGE≌△DAB；

(2)过点 E 作 EF//DB，交 BC 于点 F,连接 AF,求∠AEF 的度数。



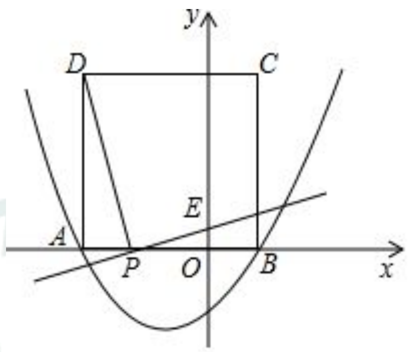
24. （本题满分 12 分，每小题满分各 4 分）

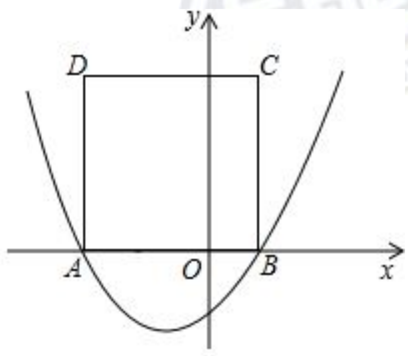
如图，二次函数 $y=\frac{1}{2}x^2+bx-\frac{3}{2}$ 的图像与 x 轴交于点 A（-3，0）和点 B，以 AB 为边在 x 轴上方作正方形 ABCD，点 P 是 x 轴上一动点，连接 DP，过点 P 作 DP 的垂线与 y 轴交于点 E。

（1）请直接写出点 D 的坐标：

（2）当点 P 在线段 AO（点 P 不与 A、O 重合）上运动至何处时，线段 OE 的长有最大值，求出这个最大值；

（3）是否存在这样的点 P，使△PED 是等腰三角形？若存在，请求出点 P 的坐标。若不存在，请说明理由





备用图

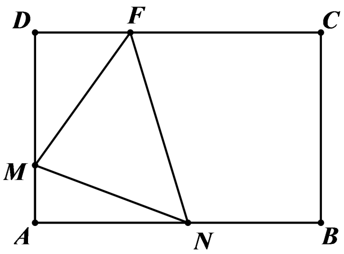
25．（本题满分 14 分，第（1）小题满分 4 分，第（2）小题满分 4 分，第（3）小题满分 6 分）

如图所示，矩形 ABCD 的边长 AB=6，BC=4，点 F 在 DC 上，DF=2．动点 M、N 分别从点 D、B 同时出发，沿射线 DA、线段 BA 向点 A 的方向运动（点 M 可运动到 DA 的延长线上），当动点 N 运动到点 A 时，M、N 两点同时停止运动．连接 FM、FN，当 F、N、M 不在同一直线时，可得△FMN，过△FMN 三边的中点作△PWQ．设动点 M、N 的速度都是 1 个单位/秒，M、N 运动的时间为 x 秒．试解答下列问题：

（1）当 M 点在线段 AD 上时，设△FMN 面积为 y，求出 y 关于 x 的解析式，并写出 x 的取值范围。

（2）当 x 为何值时，点 F、M、N 三点共线？

（3）当△FMN 面积为 1.5 时，求 x 的值。



答案

1、B

2、C

3、A

4、A

5、D

6、B

7、2

8、$-\frac{1}{2}$

9、$a(a+b)(a-b)$

10、0.6a

11、二、四

12、$\frac{3}{4}$

13、$\frac{2}{3}$

14、$y=\frac{3}{x}$，答案不唯一

15、$\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$

16、$S_{甲}>S_{乙}$

17、15

18、19

∵△BCD 绕点 B 逆时针旋转 60° 得到△BAE，

∴根据旋转前、后的图形全等的旋转性质，得，CD= AE，BD=BE。

∵△ABC 是等边三角形，BC=10，∴AC= BC=10。∴AE＋AD=AC=10。

又∵旋转角∠DBE=60°，∴△DBE 是等边三角形。∴DE=BD=9。

∴△AED 的周长=DE＋AE＋AD=9＋10=19。

19、原式=$\left(\sqrt{3}\right)^2-2\sqrt{3}+1^2+\left|\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)}\right|-1$

$=3-2\sqrt{3}+1+\left|\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2-3}\right|-1$

$=3-2\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}$

$=3-\sqrt{3}+\sqrt{2}$

20、原方程$x^2-3xy+2y^2=0$分解为$x-y=0$或$x-2y=0$

$\therefore \begin{cases} x^2+y^2=10 \\ x-y=0 \end{cases}$或$\begin{cases} x^2+y^2=10 \\ x-2y=0 \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} x_1=\sqrt{5} \\ y_1=\sqrt{5} \end{cases}$，$\begin{cases} x_2=-\sqrt{5} \\ y_2=-\sqrt{5} \end{cases}$，$\begin{cases} x_3=2\sqrt{2} \\ y_3=2 \end{cases}$，$\begin{cases} x_4=-2\sqrt{2} \\ y_4=-2 \end{cases}$

21、（1）∵函数$y_1=\dfrac{k}{x}$的图像过点 A（1,4），即 4=$\dfrac{k}{1}$，k=4；

$\therefore y_1=\dfrac{4}{x}$，又∵点 B（m，-2）在$y_1=\dfrac{4}{x}$，

∴m=-2，∴B（-2，-2），

又∵$y_2=ax+b$过 A、B 两点，将两点坐标代入得：

$\therefore y_2=2x+2$

（2）∵点 *C* 与点 *A* 关于x轴对称，∴C（1，-4），AC=8

作 BD⊥AC，∴BD=1-（-2）=3

$\therefore S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\times AC\times BD=12$。

22、根据题意得：∠ACB=45°，∠ADB=60°，

在 Rt△ABC 中

∵∠ACB=45°，

∴∠CAB=45°，

∴AB=BC，

在 Rt△ABD 中 a

∵∠ADB=60°，

∴AB=BD•tan60°=$\sqrt{3}$BD，

又∵BD=BC-CD=AB-CD，CD=90m，

∴AB=$\sqrt{3}$（AB-90）

∴AB=$\dfrac{90\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}=45(3+\sqrt{3})$=45×（3+1.732）≈212.9（米），

答：电视塔的高度约为 212.9 米。

23、

（1）证明：

∵GD∥BC

∴∠AGD=∠ADG=∠ABC=∠ACB=∠BAC=60°

∴△AGD 是等边三角形
∴AG=AD=DG
∵CD=DE
∴FE=DG+DE=AD+CD=AC=AB
∵AB=GE，AD=AG，∠EGA=∠BAD=60°
∴△AGE≌△DAB
（2）解：
△AGE≌△DAB
∴∠AED=∠ABD、AE=BD
∵EF∥BD，DE(DG)∥BC(BF)
∴BDEF 是平行四边形
∴BD=EF=AE
∠DEF=∠DBC
∵∠ABC=∠ABD+∠DBC=∠AED+∠DE=∠AEF =60°
∴△AEF 是等边三角形
∴∠AFE=60°

24、
（1）（-3，4）；
（2）设 PA=t，OE=l，
∵点 P 在线段 AO（点 P 不与 A、O 重合）上，∴0<t<4
∵∠DAP=∠POE=∠DPE=90°

∴△DAP∽△POE　∴ $\dfrac{4}{3-t}=\dfrac{t}{l}$

∴ $l=-\dfrac{1}{4}t^2+\dfrac{3}{4}t=\dfrac{1}{4}\left(t-\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{9}{16}$

∴当 $t=\dfrac{3}{2}$ 时，l 有最大值 $\dfrac{9}{16}$

即 P 为 AO 中点时，OE 的最大值为 $\dfrac{9}{16}$；
（3）存在；
①点 P 点在 y 轴左侧时，如图 1，DE 交 AB 于点 G

△PED 中∠DPE=90°，要使其为等腰三角形，必有 PD=PE

如图 1，∠APD+∠OPE=90°，在 Rt△PAD 中∠APD+∠ADP=90°

∴∠OPE=∠ADP

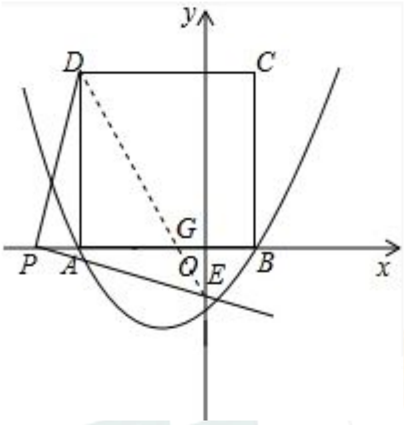
又∠PAD=∠EOP=90°，PD=PE

∴△PAD≌△EOP （A.S.A）

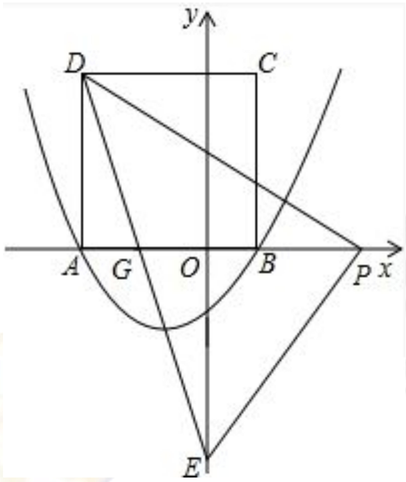
∴PO=DA=4
此时 P 点的坐标为（-4，0），
②当 P 点在 y 轴右侧时，如图 2

同理可证△PAD≌△EOP

此时 OP=AD，按图 2 的位置关系 P 点的坐标为（4，0），



（图 1）



（图 2）

25、
（1）由题意，当 M 点在线段 AD 上时，$0\le x\le 4$
矩形 ABCD 中，AM=4-x，AN=6-x，FC=CD-DF=4

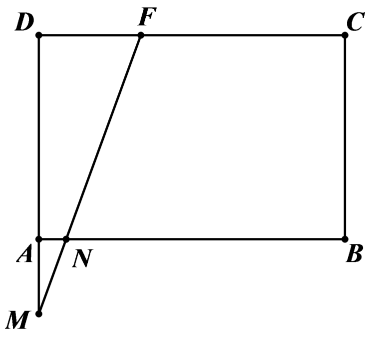
$$\therefore y=6\times 4-\frac{1}{2}\cdot 2\cdot x-\frac{1}{2}\cdot(4-x)\cdot(6-x)-\frac{1}{2}\cdot(4+x)\cdot 4=-\frac{1}{2}x^2+2x+4\left(0\le x\le 4\right)$$

（2）点 F、M、N 三点共线，此时 M 点在线段 DA 延长线上，$4<x\le 6$，
△MAN∽△MDF

故 $\frac{AM}{AN}=\frac{MD}{DF}$，即 $\frac{x-4}{6-x}=\frac{x}{2}$

整理得方程 $x^2-4x-8=0$，解得 $x=2\pm 2\sqrt{3}$（负根不合题意，舍去）

∴当 $x=2+2\sqrt{3}$ 时，FMN 三点共线。

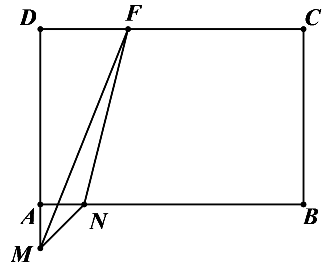


（3）Ⅰ、当 $0\le x\le 4$ 时，

若△FMN面积为1.5，则可得方程 $-\frac{1}{2}x^2+2x+4=1.5$

解得 $x_1=-1,x_2=5$，两者均不在该定义域内，舍去；

II、当 $4<x<2+2\sqrt{3}$ 时，

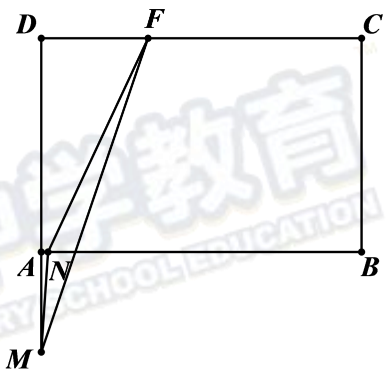


$S_{\triangle FMN}=S_{ADFN}+S_{\triangle AMN}-S_{\triangle ADF}=-\frac{1}{2}x^2+2x+4$

由题意可得方程 $-\frac{1}{2}x^2+2x+4=1.5$

解得 $x_1=-1,x_2=5$，符合定义域的解为 $x=5$；

III、当 $2+2\sqrt{3}<x\le 6$ 时，



$S_{\triangle FMN}=S_{\triangle ADF}-S_{ADFN}-S_{\triangle AMN}=\frac{1}{2}x^2-2x-4$

由题意可得方程 $\frac{1}{2}x^2-2x-4=1.5$

解得 $x_{1,2}=2\pm\sqrt{15}$，符合定义域的解为 $x=2+\sqrt{15}$。

综上所述，当 $x=5$ 或 $x=2+\sqrt{15}$ 时，△FMN面积为1.5。