

太原市 2015 年高三年级模拟试题(三)

数学试卷(理工类)

(考试时间:下午 3:00—5:00)

注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,第 I 卷 1 至 3 页,第 II 卷 4 至 7 页。
2. 回答第 I 卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目涂写在答题卡上。
3. 回答第 I 卷时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上的对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,写在本试卷上无效。
4. 回答第 II 卷时,将答案写在答题卡相应位置上,写在本试卷上无效。
5. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 复数 $z = \frac{2}{1+i}$ 在复平面内对应的点所在象限为 *考点: 复数与复平面*
 - A. 第一象限
 - B. 第二象限 *D*
 - C. 第三象限
 - D. 第四象限
2. 已知 $a > b > 1, c < 0$, 下列结论正确的是 *考点: 不等式*
 - A. $\frac{c}{a} < \frac{c}{b}$
 - B. $a^c < b^c$ *B*
 - C. $\log_a b > \log_b a$
 - D. $\tan a > \tan b$
3. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n a_{n+1} = 4^n (n \in \mathbb{N}^*)$, 则其公比 $q =$ *考点: 等比数列*
 - A. ± 4
 - B. 4 *D*
 - C. ± 2
 - D. 2

4. 已知某设备的使用年限 x (年) 和所支出的维修费用 y (万元) 的统计表如下,

x	2	3	4	5	6
y	2.2	3.8	5.5	6.5	7.0

考点: 回归方程
C

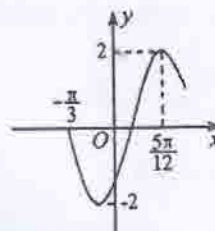
由上表可得线性回归方程 $\hat{y} = 1.23x + a$, 若规定当维修费用 $y > 12$ 时该设备必须报废, 据此模型预报该设备使用年限的最大值为

- A. 7
- B. 8
- C. 9
- D. 10

5. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示, 则 $f(\pi) =$ *A*

- A. $-\sqrt{3}$
- B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
- C. -1
- D. $-\frac{1}{2}$

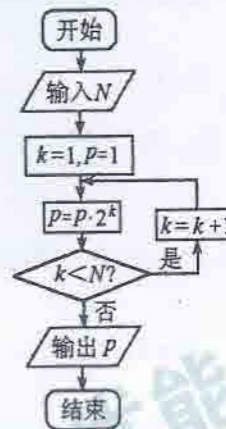
考点: 三角函数的图像



6. 执行如右图所示的程序框图, 若 $N = 5$, 则输出的 $p =$ *D*

- A. 15
- B. 31
- C. 2^{10}
- D. 2^{15}

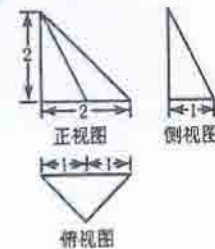
考点: 循环程序和等比数列求和



7. 已知某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为 *B*

- A. $2 + \sqrt{3} + \sqrt{2}$
- B. $3 + \sqrt{3} + \sqrt{2}$ *B*
- C. $3 + 2\sqrt{3}$
- D. $3 + 2\sqrt{2}$

考点: 三视图



太原市 2015 年高三年级模拟试题(三)

数学试卷(理工类)

(考试时间:下午 3:00—5:00)

注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,第 I 卷 1 至 3 页,第 II 卷 4 至 7 页。
2. 回答第 I 卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目涂写在答题卡上。
3. 回答第 I 卷时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上的对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,写在本试卷上无效。
4. 回答第 II 卷时,将答案写在答题卡相应位置上,写在本试卷上无效。
5. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 复数 $z = \frac{2}{1+i}$ 在复平面内对应的点所在象限为 *考点: 复数与复平面*
 - A. 第一象限
 - B. 第二象限
 - C. 第三象限
 - D. 第四象限
2. 已知 $a > b > 1, c < 0$, 下列结论正确的是 *考点: 不等式*
 - A. $\frac{c}{a} < \frac{c}{b}$
 - B. $a^c < b^c$
 - C. $\log_a b > \log_b a$
 - D. $\tan a > \tan b$
3. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n a_{n+1} = 4^n (n \in \mathbb{N}^*)$, 则其公比 $q =$ *考点: 等比数列*
 - A. ± 4
 - B. 4
 - C. ± 2
 - D. 2

4. 已知某设备的使用年限 x (年) 和所支出的维修费用 y (万元) 的统计表如下,

x	2	3	4	5	6
y	2.2	3.8	5.5	6.5	7.0

考点: 回归方程
C

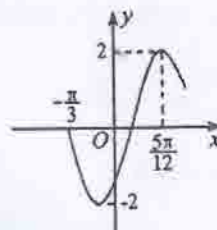
由上表可得线性回归方程 $\hat{y} = 1.23x + a$, 若规定当维修费用 $y > 12$ 时该设备必须报废, 据此模型预报该设备使用年限的最大值为

- A. 7
- B. 8
- C. 9
- D. 10

5. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示, 则 $f(\pi) =$ *A*

- A. $-\sqrt{3}$
- B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
- C. -1
- D. $-\frac{1}{2}$

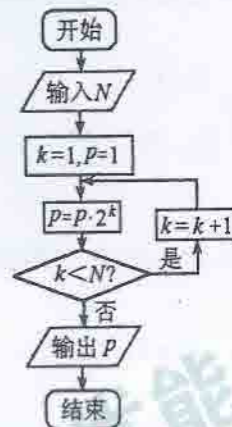
考点: 三角函数的图象



6. 执行如右图所示的程序框图, 若 $N = 5$, 则输出的 $p =$ *D*

- A. 15
- B. 31
- C. 2^{10}
- D. 2^{15}

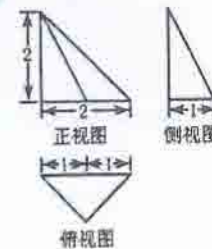
考点: 循环程序和等比数列求和



7. 已知某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为 *B*

- A. $2 + \sqrt{3} + \sqrt{2}$
- B. $3 + \sqrt{3} + \sqrt{2}$
- C. $3 + 2\sqrt{3}$
- D. $3 + 2\sqrt{2}$

考点: 三视图



11) $\sin \angle ABD = \sin(\angle BDC - \angle BAC) = \sin \angle BDC \cos 60^\circ - \cos \angle BDC \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{14}$

(2) 由正弦定理 $\frac{BD}{\sin \angle BAC} = \frac{AB}{\sin \angle ADB} \Rightarrow BD=7$

$S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot CD \cdot \sin \angle BDC = 4\sqrt{3} \Rightarrow CD=2$

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 12 分) $BC^2 = BD^2 + CD^2 - 2BD \cdot CD \cdot \cos \angle BDC \Rightarrow BC=7$

如图，在 $\triangle ABC$ 中， $A = \frac{\pi}{3}$ ， $AB = 8$ ，点 D 在 AC 上，且 $\cos \angle BDC = \frac{1}{7}$ 。

(I) 求 $\sin \angle ABD$ ；

(II) 若 $\triangle BCD$ 的面积为 $4\sqrt{3}$ ，求 BC 。

考点：正弦、余弦定理以及两角关系
三角形的面积等

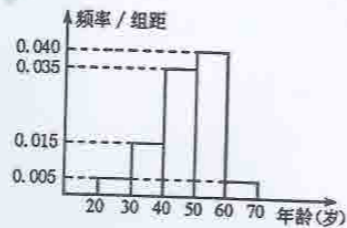


18. (本小题满分 12 分)

跳广场舞是现在广大市民喜爱的户外运动，某健身运动公司为了了解本地区市民对跳广场舞的热衷程度，随机抽取了 100 名跳广场舞的市民，统计其年龄(单位：岁)并整理得到如下的频率分布直方图(其中年龄的分组区间分别为 $[20, 30)$ ， $[30, 40)$ ， $[40, 50)$ ， $[50, 60)$ ， $[60, 70]$)，其中女性市民有 55 名。将所抽样本中年龄不小于 50 岁跳广场舞的市民称为“广场舞迷”，已知其中有 30 名女性广场舞迷。

(I) 根据已知条件完成下面的 2×2 列联表，能否在犯错误的概率不超过 0.05 的前提下认为广场舞迷与性别有关？

	广场舞迷	非广场舞迷	合计
男	15	30	45
女	30	25	55
合计	45	55	100



(II) 将所抽样本中年龄不小于 60 岁的广场舞迷称为“超级广场舞迷”，现从广场舞迷中随机抽取 2 名市民，求其中超级广场舞迷人数 ξ 的分布列与期望。

附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.05	0.025	0.010	0.005
k_0	3.841	5.024	6.635	7.879

超级广场舞人数的分布列

ξ	0	1	2
P	$\frac{26}{99}$	$\frac{20}{99}$	$\frac{1}{99}$

$E\xi = 0 \times \frac{26}{99} + 1 \times \frac{20}{99} + 2 \times \frac{1}{99} = \frac{2}{9}$

设广场舞

$k = \frac{100(15 \times 25 - 30 \times 30)^2}{45 \times 55 \times 45 \times 55} \approx 4.5$

考点：独立性检验问题

超几何分布

可以在犯错误的概率不超过 0.05

的前提下认为广场舞与性别有关

19. (本小题满分 12 分) 证明： $\because PA \perp$ 平面 $ABCD \therefore PA \perp CD$

$\because ABCD$ 为正方形 $\therefore AD \perp CD$

$\therefore CD \perp$ 平面 $ADP \therefore CD \perp AP$

$\because AP=AD$ ，点 F 是 PD 中点

$\therefore AF \perp PD$ ， $AF \perp$ 平面 PCD

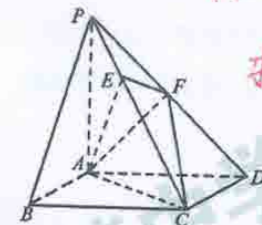
19. (本小题满分 12 分)

如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是正方形， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ， $AP=AD$ ，点 E 在 PC 上，且 $PE = \frac{1}{2}EC$ ，点 F 是 PD 的中点。

(I) 求证： $PC \perp$ 平面 AEF ；

(II) 求二面角 $C-AF-E$ 的余弦值。

考点：空间向量解立体几何



(2) 利用空间向量法可

求得二面角余弦值为 $\frac{1}{3}$

20. (本小题满分 12 分)

已知定圆 $M: (x+1)^2 + y^2 = 16$ ，动圆 N 过点 $D(1,0)$ ，且与圆 M 相切，记圆心 N 的轨迹为曲线 C 。

(I) 求曲线 C 的方程；

(II) 已知点 $P(x,y)$ ($x > 0$) 在圆 $E: x^2 + y^2 = 3$ 上，过点 P 作圆 E 的切线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两个不同点，求证： $\triangle ABD$ 的周长为定值。

(2) 由圆的位置关系和相切圆的定义求得

$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

考点：圆锥曲线综合

(4) 当直线斜率不存在

时， $A(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ， $B(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

$\therefore \triangle ABD$ 的周长为

$|AB| + |AD| + |BD| = 4$

2° 直线斜率存在时

设其方程为 $y = kx + m$

由直线与圆相切 $\Rightarrow m = \sqrt{3(1+k^2)}$

联立 $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \\ y = kx + m \end{cases}$

$y = kx + m$

求得 $(3+4k^2)x^2 + 8kmx + 4m^2 - 12 = 0$

$|AD| = 2 - \frac{1}{2}x_1$ ， $|BD| = 2 - \frac{1}{2}x_2$

考点：导数的几何意义及构造函数

$\therefore |AD| + |BD| + |AB| = 4$

(I) $f'(x) = \frac{1}{e^x}(x \cdot \ln x - \ln x - kx + k - 2)$

$f'(1) = -\frac{2}{e} = -\frac{2}{m} \Rightarrow m = e$

$f(1) = \frac{k+1}{e} = \frac{2}{e} \Rightarrow k=1$

$m(x) > m(0) = 0 \therefore \frac{x+1}{e^x} < 1$

$\frac{1}{2} n(x) = x - x \cdot \ln x + 1$ ， $n'(x) = -\ln x$

$n(x)$ 在 $(0,1)$ 上 \uparrow ， $(1,+\infty)$ 上 $\downarrow \therefore n(x) \leq n(1) = 2$

(II) $g(x) = \frac{x+1}{e^x} \cdot (x - x \cdot \ln x + 1)$

$\frac{1}{2} m(x) = e^x - (x+1)$ ($x > 0$)

$m'(x) = e^x - 1 > 0$

$\therefore g(x) = \frac{x+1}{e^x} (x - x \cdot \ln x + 1) < x - x \cdot \ln x + 1 \leq 2$

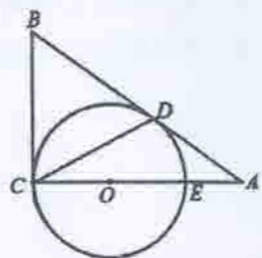
请考生在第 22、23、24 三题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分. 作答时
请把答题卡上所选题目题号后的方框涂黑.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-1: 几何证明选讲

如图, AB 和 BC 分别与圆 O 相切于点 D, C , AC 经过圆心 O , 且与圆 O 相交于点 E , $BC = 2OC$.

(I) 求证: $AC = 2AD$;

(II) 若 $BD = 4$, 求 AE .



23. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

已知在直角坐标系 xOy 中, 圆 $C_1: x^2 + y^2 = 4$, 圆 $C_2: x^2 + (y - 2)^2 = 4$.

(I) 以 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 求圆 C_1, C_2 的极坐标方程及其交点的极坐标;

(II) 求圆 C_1 与 C_2 公共弦的参数方程.

24. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |2x - a| + |x + 1|$.

(I) 当 $a = 1$ 时, 求不等式 $f(x) > 2x + 2$ 的解集;

(II) 若不等式 $f(x) > 2x + 2$ 的解集为 \mathbb{R} , 求实数 a 的取值范围.