

2015年山西省中考数学

答案与解析

第 I 卷 (选择题共 30 分)

一、选择题 (每题 3 分, 共 30 分)

1、计算 $-3+(-1)$ 的结果是 ()

- A.2 B.-2 C.4 D.-4

答案: D

考点: 实数计算

解析: $-3+(-1)=-3-1=-4$

2、下列运算错误的是 ()

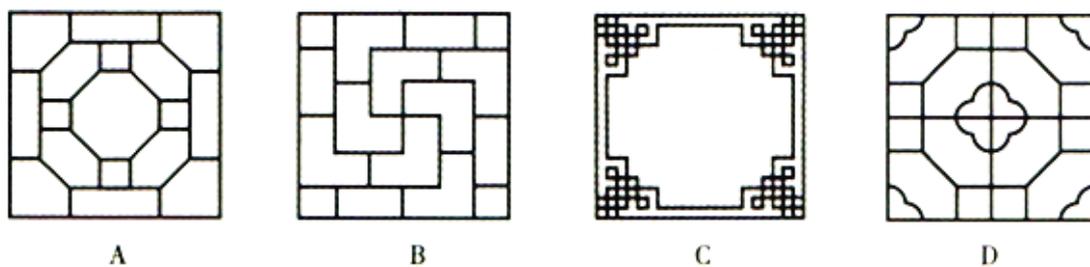
- A. $\left(\frac{1}{2}\right)^0=1$ B. $x^2+x^2=2x^4$ C. $|a|=|-a|$ D. $\left(\frac{b}{a^2}\right)^3=\frac{b^3}{a^6}$

答案: B

考点: 整式运算

解析: $x^2+x^2=2x^2$

3、晋商大院的许多窗格图案蕴含着对称之美, 现从中选取以下四种窗格图案, 其中是中心对称图形但不是轴对称图形的是 ()



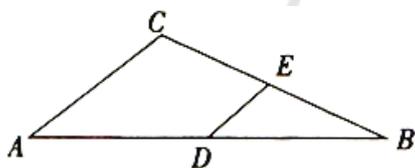
答案：B

考点：轴对称图形与中心对称图形

解析：A、C、D 既是轴对称图形又是中心对称图形

4、如图，在 $\triangle ABC$ 中，点D、E分别是边AB、BC的中点，若 $\triangle DBE$ 的周长是6，则 $\triangle ABC$ 的周长是（ ）

- A. 8 B. 10 C. 12 D. 14



答案：C

考点：相似的性质

解析： $\triangle BDE$ 与 $\triangle BAC$ 相似，且相似比为1:2，周长比等于相似比， $\triangle BDE$ 的周长是6，所以 $\triangle BAC$ 的周长是12.

5、我们解一元二次方程 $3x^2 - 6x = 0$ 时，可以运用因式分解法，将此方程化为 $3x(x-2) = 0$ ，从而得到两个一元一次方程： $3x = 0$ 或 $x - 2 = 0$ ，进而得到原方程的解为 $x_1 = 0$ ， $x_2 = 2$ 。这种解法体现的数学思想是（ ）

- A. 转化思想 B. 函数思想 C. 数形结合思想 D. 公理化思想

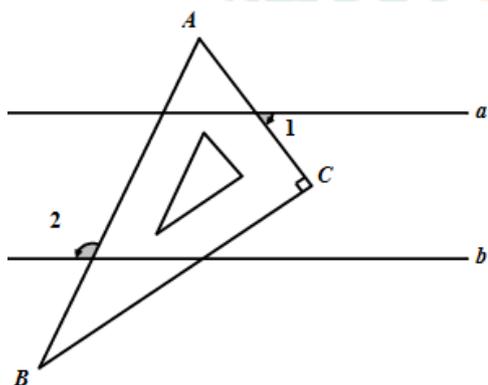
答案：A

考点：数学思想

解析：将一元二次方程通过因式分解，转化为两个一元一次方程。

6、如图，直线 $a \parallel b$ ，一块含 60° 角的直角三角板 ABC ($\angle A = 60^\circ$) 按如图所示放置。若 $\angle 1 = 55^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()

- A. 105° B. 110° C. 115° D. 120°



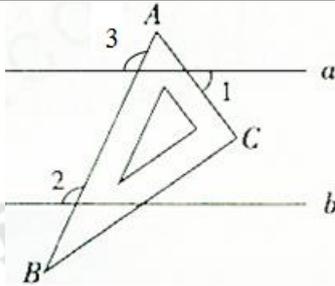
答案：C

考点：平行线的性质

解析：将 $\angle 3$ 看做三角形的外角，即 $\angle 3$ 等于与它不相邻的两个内角 ($\angle A$ 和 $\angle 1$ 的对顶角) 的和，

$$\therefore \angle 3 = \angle A + \angle 1 = 60^\circ + 55^\circ = 115^\circ,$$

$$\text{又} \because a \parallel b, \therefore \angle 3 = \angle 2 = 115^\circ$$



7、化简 $\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2} - \frac{b}{a-b}$ 的结果是 ()

- A. $\frac{a}{a-b}$ B. $\frac{b}{a-b}$ C. $\frac{a}{a+b}$ D. $\frac{b}{a+b}$

答案：A

考点：分式的混合运算

解析：原式 = $\frac{(a+b)^2}{(a+b)(a-b)} - \frac{b}{(a-b)}$

$$= \frac{(a+b)-b}{(a-b)}$$

$$= \frac{a}{a-b}$$

8、我国古代秦汉时期有一部数学著作，堪称是世界数学经典名著，它的出现，标志着我国古代数学体系的正式确立。它采用按类分章的问题集的形式进行编排，其中方程的解法和正负数加减运算法则在世界上遥遥领先，这部著作的名称是 ()

- A. 《九章算术》 B. 《海岛算经》 C. 《孙子算经》 D. 《五经算术》



答案：A

考点：数学常识

9、某校举行春季运动会，需要在初一年级选取一名志愿者，初一（1）班、初一（2）班、初一（3）班各有 2 名同学报名参加，现从这 6 名同学中随机选取一名志愿者，则被选中的这名同学恰好是初一（3）班同学的概率是（ ）

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

答案：B

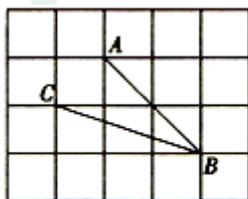
考点：概率

解析：∵一共有 6 名同学报名，被选中的概率相同

∴则被选中的这名同学恰好是初一（3）班同学的概率 $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

10、如图，在网格中，小正方形的边长均为 1，点 A, B, C 都在格点上，则 $\angle ABC$ 的正切值是（ ）

- A. 2 B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{1}{2}$



(第 10 题)

答案：D

考点：锐角三角函数、勾股定理逆定理

解析：连接 AC，在 $\triangle ABC$ 中， $AC=\sqrt{2}$ ， $AB=2\sqrt{2}$ ， $BC=\sqrt{10}$ ，即 $AC^2+AB^2=BC^2$ ， $\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形， $\angle CAB=90^\circ$ ， $\therefore \tan \angle ABC = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$ 。

第 II 卷 (非选择题共 90 分)

二、填空题 (每题 3 分，共 18 分)

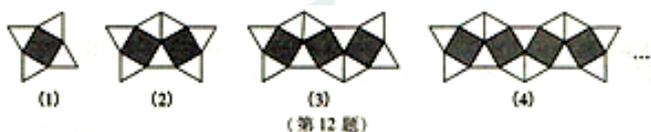
11、不等式组 $\begin{cases} 2x-1 > 7 \\ 3x > 6 \end{cases}$ 的解集是_____。

答案： $x > 4$

考点： 一元一次不等式组

解析： 解不等式①，得 $x > 4$ ，解不等式②，得 $x > 2$ ， \therefore 原不等式组的解集是 $x > 4$ 。

12、如图是一组有规律的图案，它们是由边长相同的正方形和正三角形镶嵌而成，第 (1) 个图案有 4 个三角形，第 (2) 个图案有 7 个三角形，第 (3) 个图案有 10 个三角形，……依此规律，第 n 个图案有_____个三角形 (用含 n 的代数式表示)。

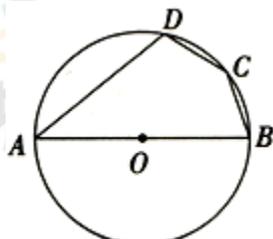


答案： $(3n+1)$

考点： 找规律

解析： 第 (1) 个图案有 4 个三角形，第 (2) 个图案有 7 个三角形，第 (3) 个图案有 10 个三角形，……即后一个图案比前一个图案多 3 个三角形，所以第 (n) 个图案中正三角形的个数用含 n 的代数式表示为 $4+3(n-1)=3n+1$ 。由于带单位，则须要给 $3n+1$ 加括号。

13、如图，四边形 ABCD 内接于 $\odot O$ ，AB 为 $\odot O$ 的直径，点 C 为 \widehat{BD} 的中点.若 $\angle A=40^\circ$ ，则 $\angle B=$ 度.



(第 13 题)

答案：70

考点：圆周角与圆心角

解析：连接 OC、OD， $\angle A = \frac{1}{2} \angle BOD$ ， \because 点 C 为 \widehat{BD} 的中点，所以 $\angle BOC = \frac{1}{2} \angle BOD$ ，所以 $\angle BOC = \angle A = 40^\circ$ ，在 $\triangle OBC$ 中， $OB = OC$ ，所以 $\angle B = (180^\circ - 40^\circ) / 2 = 70^\circ$ 。

14、现有两个不透明的盒子，其中一个装有标号分别为 1, 2 的两张卡片，另一个装有标号分别为 1, 2, 3 的三张卡片，卡片除标号外其他均相同.若从两个盒子中各随机抽取一张卡片，则两张卡片标号恰好相同的概率是_____.

答案： $\frac{1}{3}$

考点：列表法或者树状图法求概率.

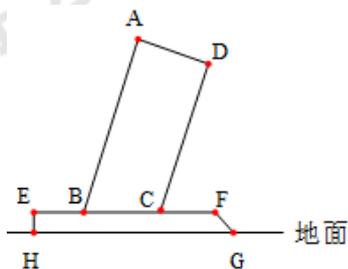
解析：列表法得：

	1	2	3
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)

\because 共有 6 种等可能的结果，共有 2 次摸到相同标号卡片的情况.

\therefore 两张卡片标号恰好相同的概率是 $\frac{1}{3}$.

15、太原市公共自行车的建设速度、单日租骑量等四项指标稳居全国首位，公共自行车车桩的截面示意图如图所示， $AB \perp AD$ ， $AD \perp DC$ ，点 B、C 在 EF 上， $EF \parallel HG$ ， $EH \perp HG$ ， $AB=80\text{cm}$ ， $AD=24\text{cm}$ ， $BC=25\text{cm}$ ， $EH=4\text{cm}$ ，则点 A 到地面的距离是_____cm.



答案：80.8 (或 $\frac{404}{5}$)

考点：相似的判定及性质

解析：过 A 作 $AP \perp EF$ 于 P，过 C 作 $CO \perp AB$ 于 O，

$\because AB \perp AD$ ， $AD \perp DC$ ， $CO \perp AB$

\therefore 四边形 AOCD 是矩形

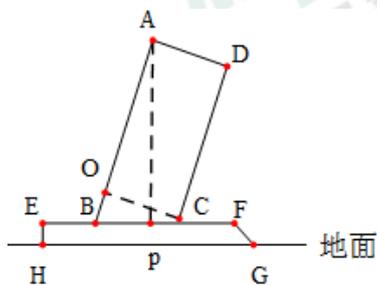
$\therefore AD=OC=24\text{cm}$

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle CBO$ 中， $\angle B$ 是公共角， $\angle APB = \angle COB$

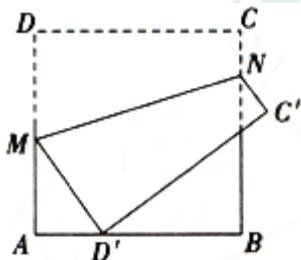
$\therefore \triangle ABP \sim \triangle CBO$

$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{AP}{CO}$ ，即 $\frac{80}{25} = \frac{AP}{24}$ ， $\therefore AP=76.8\text{cm}$

\therefore 点 A 到地面的距离是 $AP+EH=76.8\text{cm}+4\text{cm}=80.8\text{cm}$.



16、如图，将正方形纸片 ABCD 沿 MN 折叠，使点 D 落在边 AB 上，对应点为 D'，点 C 落在 C' 处。若 AB=6，AD' =2，则折痕 MN 的长为_____。



答案： $2\sqrt{10}$

考点： 四边形折叠问题、勾股定理、相似的判定及性质

解析： 过 N 作 $NF \perp AD$ 于 F，设 $D'C'$ 与 BC 交于点 E。

$\because AD' = 2$ ，则 $D'B = 4$ ，

设 $DM = x$ ，则 $D'M = x$ ， $AM = 6 - x$ ，由勾股定理得 $AM^2 + AD'^2 = MD'^2$ ，

即 $(6-x)^2 + 2^2 = x^2$ ，解得 $x = \frac{10}{3}$ ， $\therefore AM = \frac{8}{3}$ ，

又 $\because \triangle AD'M \sim \triangle BE D'$

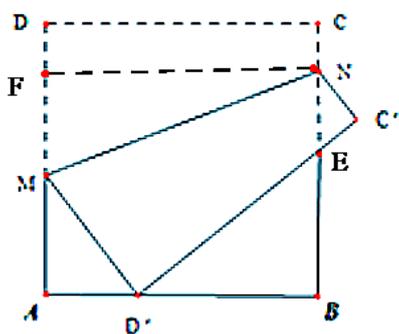
$\therefore \frac{D'M}{D'E} = \frac{AM}{D'B}$ ，即 $\frac{\frac{10}{3}}{D'E} = \frac{\frac{8}{3}}{4}$ ， $\therefore D'E = 5$ ， $\therefore BE = 3$ ， $C'E = 1$ ，

又 $\because \triangle C'EN \sim \triangle BE D'$

$\therefore \frac{C'E}{BE} = \frac{NC'}{D'B}$ ，即 $\frac{1}{3} = \frac{NC'}{4}$ ， $\therefore NC' = \frac{4}{3}$ ， $\therefore NC = \frac{4}{3}$

$\therefore MF = DM - NC = \frac{10}{3} - \frac{4}{3} = 2$

$\therefore MN = \sqrt{MF^2 + FN^2} = \sqrt{4 + 36} = 2\sqrt{10}$



三、解答题 (共 72 分)

17、(本题共 2 个小题，每小题 5 分，共 10 分)

(1) 计算： $(-3-1) \times (-\frac{3}{2})^2 - 2^{-1} \div (-\frac{1}{2})^3$

答案：-5

考点：实数的计算

解析：解：原式 = $-4 \times \frac{9}{4} - \frac{1}{2} \div (-\frac{1}{8}) = -9 - (-4) = -5$

(2) 解方程： $\frac{1}{2x-1} = \frac{1}{2} - \frac{3}{4x-2}$

答案： $x = 3$

考点：解分式方程

解析：解：方程两边同时乘以 $2(2x-1)$ ，得 $2 = 2x - 1 - 3$

化简，得 $2x = 6$ ，解得 $x = 3$

检验：当 $x = 3$ 时， $2(2x-1) = 2(2 \times 3 - 1) \neq 0$

所以， $x = 3$ 是原方程的解

18、(本题 6 分) 阅读与计算：请阅读以下材料，并完成相应的任务。

斐波那契（约 1170-1250）是意大利数学家，他研究了一列数，这列数非常奇妙，被称为斐波那契数列（按照一定顺序排列着的一列数称为数列）。后来人们在研究它的过程中，发现了许多意想不到的结果。在实际生活中，很多花朵（如梅花、飞燕草、万寿菊等）的瓣数恰是斐波那契数列中的数，斐波那契数列还有很多有趣的性质，在实际生活中也有广泛的应用。

斐波那契数列中的第 n 个数可以用 $\frac{1}{\sqrt{5}}[(\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n - (\frac{1-\sqrt{5}}{2})^n]$ 表示（其中， $n \geq 1$ ），

任务：请根据以上材料，通过计算求出斐波那契数列中的第 1 个数和第 2 个数。

答案： $n=1$ 时，结果为 1； $n=2$ 时，结果为 1。

考点： 代数式求值，根式的计算，平方差公式

解析：

解：第 1 个数：当 $n=1$ 时，

$$\frac{1}{\sqrt{5}}[(\frac{1+\sqrt{5}}{2})^1 - (\frac{1-\sqrt{5}}{2})^1] = \frac{1}{\sqrt{5}}(\frac{1+\sqrt{5}}{2} - \frac{1-\sqrt{5}}{2}) = \frac{1}{\sqrt{5}} \times \sqrt{5} = 1$$

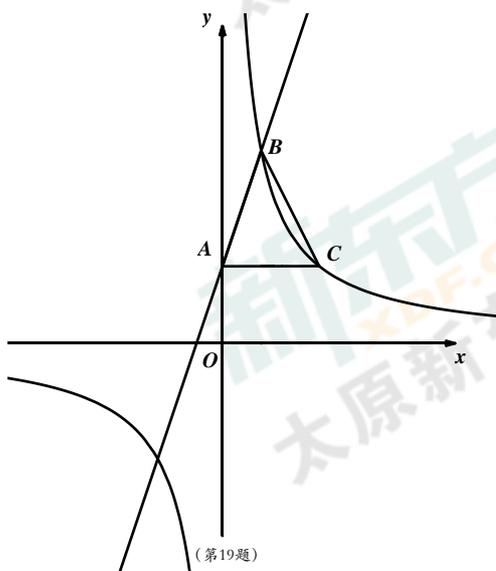
第 2 个数：当 $n=2$ 时，

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{5}}[(\frac{1+\sqrt{5}}{2})^2 - (\frac{1-\sqrt{5}}{2})^2] &= \frac{1}{\sqrt{5}}[(\frac{1+\sqrt{5}}{2})^2 - (\frac{1-\sqrt{5}}{2})^2] \\ &= \frac{1}{\sqrt{5}}[(\frac{1+\sqrt{5}}{2} + \frac{1-\sqrt{5}}{2})(\frac{1+\sqrt{5}}{2} - \frac{1-\sqrt{5}}{2})] = \frac{1}{\sqrt{5}} \times 1 \times \sqrt{5} = 1 \end{aligned}$$

19、(本题 6 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y=3x+2$ 的图象与 y 轴交于点 A , 与反比例函数 $y=\frac{k}{x} (k \neq 0)$ 在第一象限内的图象交于点 B , 且点 B 的横坐标为 1. 过点 A 作 $AC \perp y$ 轴交反比例函数 $y=\frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象于点 C . 连接 BC .

(1) 求反比例函数的表达式.

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.



答案: (1) $y=\frac{5}{x}$; (2) $\frac{15}{4}$

考点: 反比例函数与一次函数图像及性质的综合应用。

解析:

(1) \because 点 B 在一次函数 $y=3x+2$ 的图象上, 且点 B 的横坐标为 1,

$\therefore y=3 \times 1+2=5$, \therefore 点 B 的坐标为 $(1,5)$,

又 \because 点 B 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上, $\therefore 5=\frac{1}{k}$, $\therefore k=5$

\therefore 反比例函数的表达式为 $y=\frac{5}{x}$.

(2) \because 一次函数 $y=3x+2$ 的图象与 y 轴交于点 A ,

\therefore 当 $x=0$ 时, $y=2$, \therefore 点 A 的坐标为 $(0,2)$,

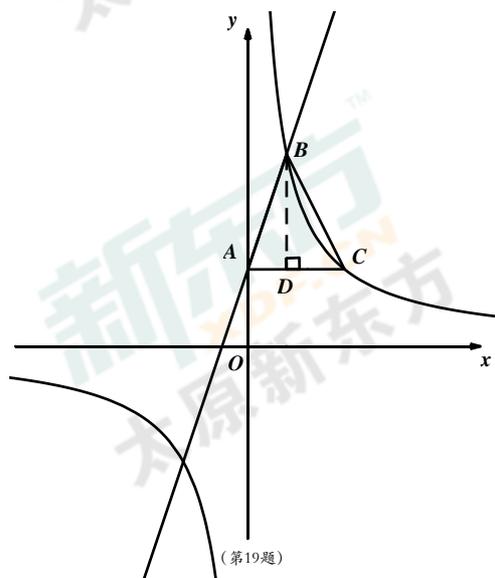
∵ $AC \perp y$ 轴，∴ 点 C 的纵坐标为 2，

∵ 点 C 在反比例函数 $y = \frac{5}{x}$ 的图象上，

∴ 当 $y = 2$ 时， $2 = \frac{5}{x}$ ， $x = \frac{5}{2}$ ，∴ $AC = \frac{5}{2}$ ，

过点 B 作 $BD \perp AC$ 于点 D，∴ $BD = y_B - y_C = 5 - 2 = 3$ ，

∴ $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 3 = \frac{15}{4}$ 。



20、(本题 8 分)

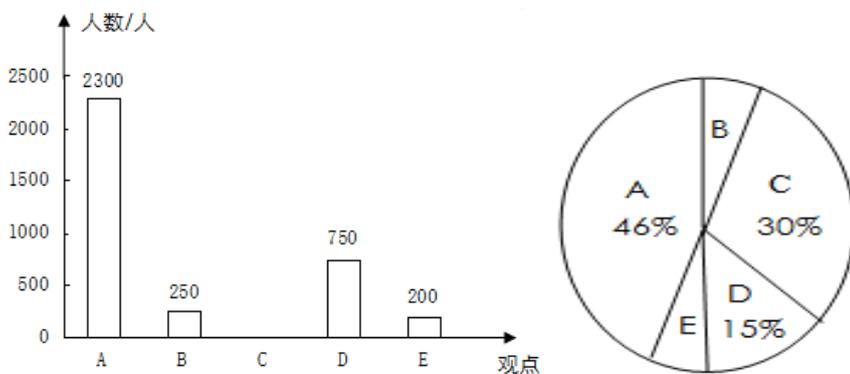
您如何看待数字化阅读问卷调查表

您好！这是一份关于您如何看待数字化阅读问卷调查表，请在表格中选择一项您最认同的观点，在其后空格内打“√”，非常感谢您的合作。

代码	观点	
A	获取信息方便，可以随时随地观看	
B	价格便宜易得	
C	使得人们成为“低头族”，不利于人际交往	
D	内容丰富，比纸质书涉猎更广	
E	其他	

随着互联网、移动终端的迅速发展，数字化阅读越来越普及，公交、地铁上的“低头族”越来越多，某研究机构针对“您如何看待数字化阅读”问题进行了随机问卷调查（问卷调查表如上图所示），并将调查结果绘制成图 1 和图 2 所示的统计图（均不完整），请根据统计图中提供的信息，解答下列问题：

- (1) 本次接受调查的总人数是_____人。
- (2) 请将条形统计图补充完整。

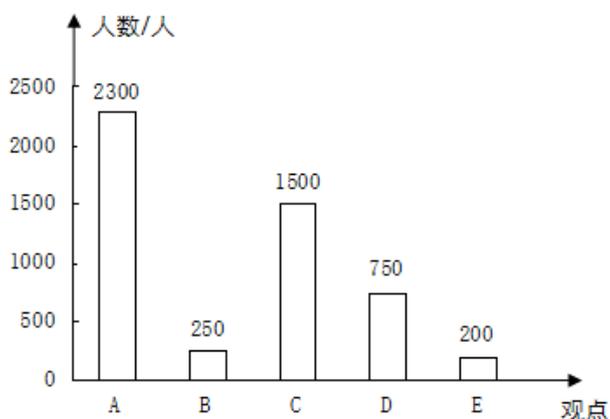


- (3) 在扇形统计图中，观点 E 的百分比是_____，表示观点 B 的扇形的圆心角度数为_____度。
- (4) 假如你是该研究机构的一名成员，请根据以上调查结果，就人们如何对待数字化阅读提出你的建议。

考点：条形统计图，扇形统计图。

解析：

- (1) 总人数： $1500 \div 30\% = 5000$ ；
- (2) 如下图所示；
- (3) $200 \div 5000 = 4\%$ ； $250 \div 5000 \times 360^\circ = 18^\circ$ ；
- (4) 答案不唯一。如：应充分利用数字化阅读获取信息方便等优势，但不要成为“低头族”而影响人际交往。

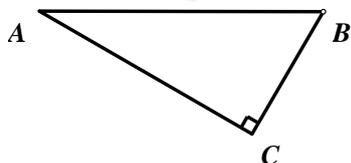


21、(本题 10 分) 实践与操作

如图， $\triangle ABC$ 是直角三角形， $\angle ACB=90^\circ$ 。

(1) 尺规作图：作 $\odot C$ ，使它与 AB 相切于点 D ，与 AC 相交于点 E 。保留作图痕迹，不写作法，请标明字母。

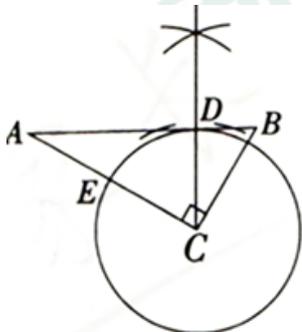
(2) 在你按 (1) 中要求所作的图中，若 $BC=3$ ， $\angle A=30^\circ$ ，求弧 DE 的长。



(第21题)

考点：尺规作图（过一点作已知直线的垂线），锐角三角函数，弧长公式

解析： (1) 如图



(2) 解： $\because \odot C$ 切 AB 于点 D ， $\therefore CD \perp AB$ ， $\therefore \angle ADC=90^\circ$ ，

$\because \angle ACB=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$, $\therefore \angle B=\angle ACD=60^\circ$,

在 $Rt\triangle BCD$ 中, $BC=3$, $\therefore CD=BC \cdot \sin B=3 \cdot \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

\therefore 弧 DE 的长为: $l = \frac{60\pi \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2}}{180} = \frac{\sqrt{3}}{2}\pi$

22、(本题 7 分) 某蔬菜经营户从蔬菜批发市场批发蔬菜进行零售, 部分蔬菜批发价格与零售价格如下表:

蔬菜品种	西红柿	青椒	西兰花	豆角
批发价 (元 /kg)	3.6	5.4	8	4.8
零售价 (元 /kg)	5.4	8.4	14	7.6

请解答下列问题:

(1) 第一天, 该经营户批发西红柿和西兰花两种蔬菜共 300kg, 用去了 1520 元钱, 这两种蔬菜当天全部售完后一共能赚多少元钱?

(2) 第二天, 该经营户用 1520 元钱仍然批发西红柿和西兰花, 要想当天全部售完后所赚钱数不少于 1050 元, 则该经营户最多能批发西红柿多少 kg?

考点: 二元一次方程组的应用, 一元一次不等式的应用

解析: (1) 解: 设批发西红柿 x kg, 批发西兰花 y kg.

$$\text{由题意得: } \begin{cases} x + y = 300 \\ 3.6x + 8y = 1520 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x = 200 \\ y = 100 \end{cases}$$

所以所赚钱数为： $200 \times (5.4 - 3.6) + 100 \times (14 - 8) = 960$ (元)

答：这两种蔬菜当天全部售完后一共能赚 960 元钱.

(2) 解：设批发西红柿 z kg.

由题意得： $(5.4 - 3.6)z + (14 - 8) \cdot \frac{1520 - 3.6z}{8} \geq 1050$

解得： $z \leq 100$

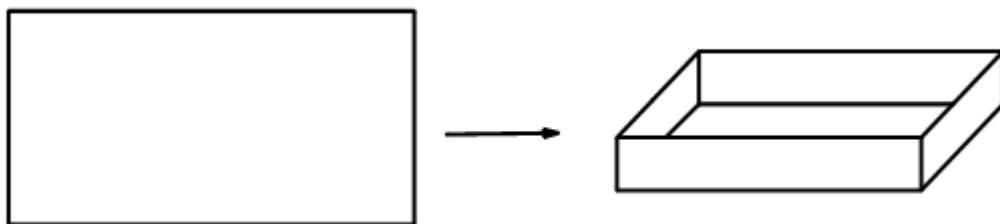
答：该经营户最多能批发西红柿 100kg.

23、(本题 12 分) 综合与实践：制作无盖盒子

任务一：如图 1，有一块矩形纸板，长是宽的 2 倍，要将其四角各剪去一个正方形，折成高为 4cm，容积为 616cm^3 的无盖长方体盒子（纸板的厚度忽略不计）.

(1) 请在图 1 的矩形纸板中画出示意图，用实线表示剪切线，虚线表示折痕.

(2) 请求出这块矩形纸板的长和宽.

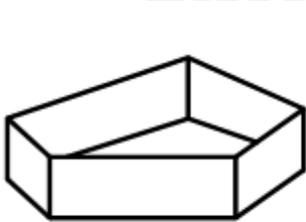


(第 23 题图 1)

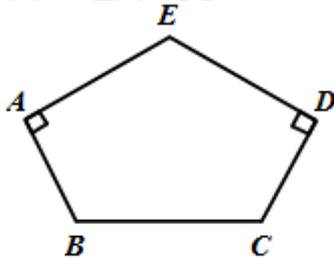
任务二：图 2 是一个高为 4cm 的无盖的五棱柱盒子（直棱柱），图 3 是其底面，在五边形 ABCDE 中， $BC=12\text{cm}$ ， $AB=DC=6\text{cm}$ ， $\angle ABC=\angle BCD=120^\circ$ ， $\angle EAB=\angle EDC=90^\circ$.

(1) 试判断图 3 中 AE 与 DE 的数量关系，并加以证明.

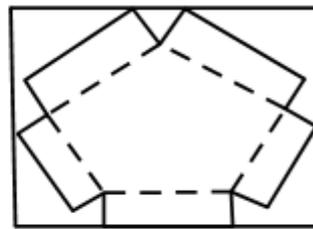
(2) 图 2 中的五棱柱盒子可按图 4 所示的示意图，将矩形纸板剪切折合而成，那么这个矩形纸板的长和宽至少各为多少 cm？请直接写出结果（图中实线表示剪切线，虚线表示折痕，纸板厚度及剪切接缝处损耗均忽略不计）。



第 23 题图 2



第 23 题图 3



第 23 题图 4

考点：长方体，全等，折叠，特殊角求长度

解析：

任务一：（1）如下图

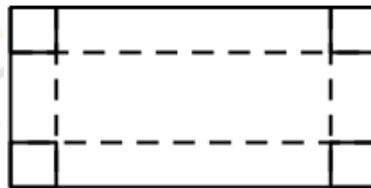
（2）解：设矩形纸板的宽为 $x\text{cm}$ ，则长为 $2x\text{cm}$ 。

$$\text{由题意得， } 4(x-2 \times 4)(2x-2 \times 4) = 616.$$

$$\text{解得， } x_1 = 15, x_2 = -3 \text{ (不合题意，舍去).}$$

$$2x = 2 \times 15 = 30.$$

答：矩形纸板的长为 30cm，宽为 15cm。



任务二：（1） $AE=DE$ ，证明如下。

证明：延长 EA、ED 分别交直线 BC 于点 M、N。

$$\because \angle ABC = \angle BCD = 120^\circ, \therefore \angle ABM = \angle DCN = 60^\circ,$$

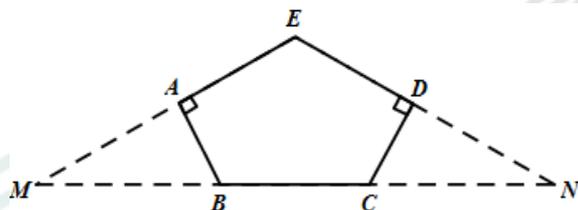
$$\text{又 } \because \angle EAB = \angle EDC = 90^\circ, \therefore \angle M = \angle N = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ, \therefore EM = EN$$

在 $\triangle MAB$ 与 $\triangle NDC$ 中，

$$\begin{cases} \angle M = \angle N \\ \angle ABM = \angle DCN \\ AB = DC \end{cases}$$

$\therefore \triangle MAB \cong \triangle NDC$ (AAS), $\therefore AM = ND$, $\therefore EM - AM = EN - DN$, $\therefore AE = DE$

(2) 长至少为 $(18 + 4\sqrt{3})$ cm, 宽至少为 $(4 + 8\sqrt{3})$ cm.



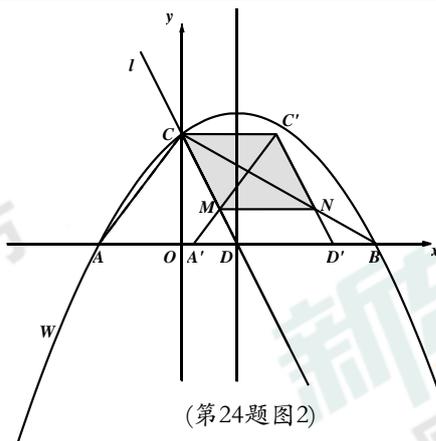
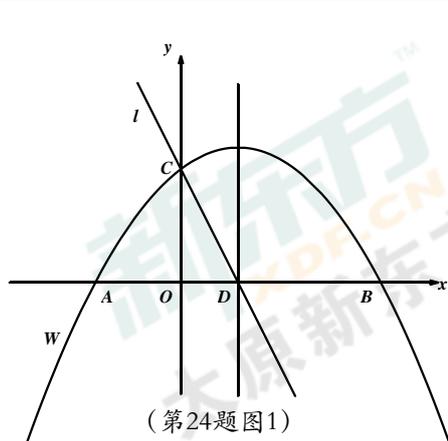
24、(本题 13 分) 综合与探究

如图 1, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 W 的函数表达式为 $y = -\frac{4}{21}x^2 + \frac{16}{21}x + 4$ 。抛物线 W 与 x 轴交于 A, B 两点 (点 B 在点 A 的右侧), 与 y 轴交于点 C , 它的对称轴与 x 轴交于点 D , 直线 l 经过 C, D 两点。

(1) 求 A, B 两点的坐标及直线 l 的函数表达式。

(2) 将抛物线 W 沿 x 轴向右平移得到抛物线 W' , 设抛物线 W' 的对称轴与直线 l 交于点 F , 当 $\triangle ACF$ 为直角三角形时, 求点 F 的坐标, 并直接写出此时抛物线 W' 的函数表达式。

(3) 如图 2, 连接 AC, CB 。将 $\triangle ACD$ 沿 x 轴向右平移 m 个单位 ($0 < m \leq 5$), 得到 $\triangle A'C'D'$, 设 $A'C'$ 交直线 l 于点 M , $C'D'$ 交 CB 于点 N , 连接 CC', MN , 求四边形 $CMNC'$ 的面积 (用含 m 的代数式表示)。



考点：几何与二次函数综合

解析：

解：(1) 当 $y=0$ 时， $-\frac{4}{21}x^2 + \frac{16}{21}x + 4 = 0$ 。解得 $x_1 = -3, x_2 = 7$

\therefore 点 A 的坐标为 $(-3, 0)$ ，点 B 的坐标为 $(7, 0)$

$$\therefore -\frac{b}{2a} = -\frac{\frac{16}{21}}{2 \times (-\frac{4}{21})} = 2$$

\therefore 抛物线 W 的对称轴为直线 $x=2$ \therefore 点 D 的坐标为 $(2, 0)$

当 $x=0$ 时， $y=4$ \therefore 点 C 的坐标为 $(0, 4)$

设直线 l 的表达式为 $y=kx+b$ ，则

$$\begin{cases} b=4 \\ 2k+b=0 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k=-2 \\ b=4 \end{cases}$$

\therefore 直线 l 的函数表达式为 $y=-2x+4$

(2) \therefore 抛物线 W 向右平移，只有一种情况符合要求，即 $\angle FAC = 90^\circ$

设此时抛物线 W' 的对称轴交 x 轴于点 G。

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ, \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3, \therefore \tan \angle 1 = \tan \angle 3$$

$$\therefore \frac{FG}{AG} = \frac{AO}{CO}$$

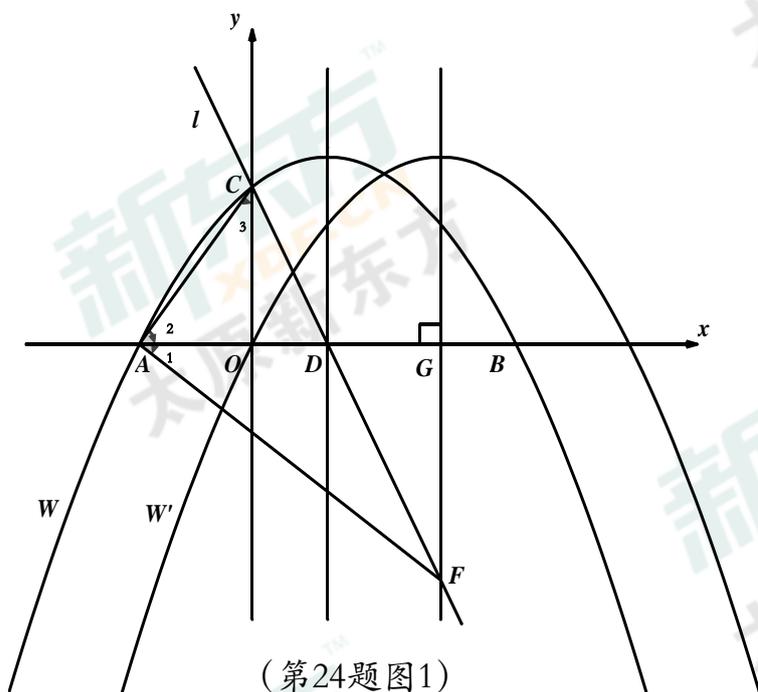
设点 F 的坐标为 $(x_F, -2x_F + 4)$

$$\therefore \frac{-(-2x_F + 4)}{x_F - (-3)} = \frac{3}{4}$$

解得 $x_F = 5, -2x_F + 4 = -6$

\therefore 点 F 的坐标为 $(5, -6)$

此时抛物线 W' 的函数表达式为 $y = -\frac{4}{21}x^2 + \frac{40}{21}x$



(3) 由平移可得：点 C' ，点 A' ，点 D' 的坐标分别为 $C' (m, 4)$ ， $A' (-3 + m, 0)$ ， $D' (2 + m, 0)$ ， $CC' // x$ 轴， $C'D' // CD$

可用待定系数法求得：

直线 $A'C'$ 的表达式为： $y = \frac{4}{3}x + 4 - \frac{4}{3}m$

直线 BC 的表达式为： $y = -\frac{4}{7}x + 4$

直线 $C'D'$ 的表达式为： $y = -2x + 2m + 4$

分别解方程组 $\begin{cases} y = \frac{4}{3}x + 4 - \frac{4}{3}m, \\ y = -2x + 4. \end{cases}$ 和 $\begin{cases} y = -2x + 2m + 4, \\ y = -\frac{4}{7}x + 4. \end{cases}$

得 $\begin{cases} x = \frac{2}{5}m, \\ y = -\frac{4}{5}m + 4. \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x = \frac{7}{5}m, \\ y = -\frac{4}{5}m + 4. \end{cases}$

点M, N的坐标分别为 $M(\frac{2}{5}m, -\frac{4}{5}m + 4)$, $N(\frac{7}{5}m, -\frac{4}{5}m + 4)$

$\therefore y_M = y_N \quad \therefore MN \parallel x$ 轴

$\therefore CC' \parallel x$ 轴 $\therefore CC' \parallel MN$

$\therefore C'D' \parallel CD \quad \therefore$ 四边形 $CMNC'$ 为平行四边形

$\therefore S_{CMNC'} = m \left[4 - \left(-\frac{4}{5}m + 4\right) \right] = \frac{4}{5}m^2$