

2015年长春中考数学试卷及解析

长春新东方优能中学部

2015年长春市初中毕业生学业考试

数 学

本试卷包括三道大题，共 24 道小题，共 6 页，全卷满分 120 分，考试时间为 120 分钟，考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并将条形码准确粘贴在条形码区域内。

2. 答题时，考生务必按照考试要求在答题卡上的指定区域内作答，在草稿纸、试卷上答题无效。

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. -3 的绝对值是

- (A) 3. (B) -3 . (C) $\frac{1}{3}$. (D) $-\frac{1}{3}$.

【解析】本题考查绝对值的定义。

【难度】容易题

【答案】A

2. 在长春市“暖房子工程”实施过程中，某工程队做了面积为 $632\,000\text{ m}^2$ 的外墙保暖， $632\,000$ 这个数用科学记数法表示为

- (A) 63.2×10^4 . (B) 6.32×10^5 . (C) 0.632×10^6 . (D) 6.32×10^6 .

【解析】本题考查科学记数法的定义。

【难度】容易题

【答案】B

3. 计算 $(a^2)^3$ 的结果是

- (A) $3a^2$. (B) a^5 . (C) a^6 . (D) a^8 .

【解析】本题考查幂的运算。

【难度】容易题

【答案】C

4. 图中的两个圆柱体底面半径相同而高度不同，关于这两个圆柱体的视图说法正确的是

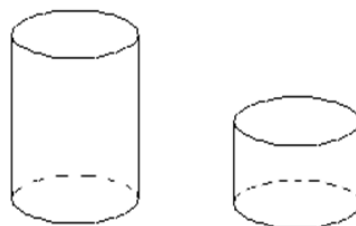
- (A) 主视图相同. (B) 俯视图相同.

(C) 左视图相同. (D) 主视图、俯视图、左视图都相同.

【解析】本题考查三视图的定义。

【难度】容易题

【答案】B



5. 方程 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 的根的情况是

(A) 有两个相等的实数根.

(B) 只有一个实数根.

(C) 没有实数根.

(D) 有两个不相等的实数根.

【解析】本题考查一元二次方程根的判别式。

【难度】容易题

【答案】C

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$. 过点 A 作 $AD \parallel BC$. 若 $\angle 1 = 70^\circ$, 则 $\angle BAC$ 的大小为

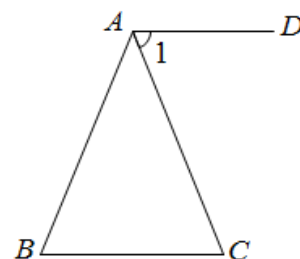
(A) 30° .

(B) 40° .

(C) 50° .

(D)

70° .



【解析】本题考查平行线、等腰三角形的性质。

【难度】容易题

【答案】B

7. 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$. 若四边形 $ABCO$ 是平行四边形, 则 $\angle ADC$ 的大小为

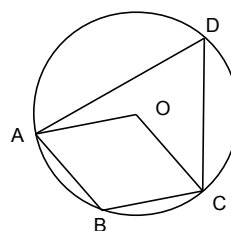
(A) 45° .

(B) 50° .

(C) 60° .

(D)

75° .



【解析】本题考查圆内接四边形的性质 (对角互补)。

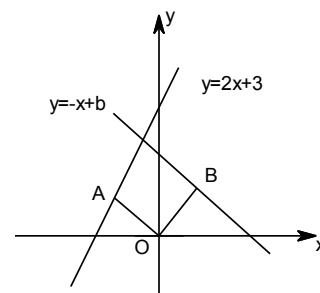
【难度】较难题

【答案】C

8. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 $A(-1, m)$ 在直线 $y = 2x + 3$ 上. 连

结 OA , 将线段 OA 绕点 O 顺时针旋转 90° , 点 A 的对应点 B 恰好落

在直线 $y = -x + b$ 上, 则 b 的值为



- (A) -2 . (B) 1 . (C) $\frac{3}{2}$. (D) 2 .

【解析】本题考查三垂模型类全等及一次函数知识点求线、知线求点。

【难度】较难题

【答案】D

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

9. 比较大小： $\sqrt{2}$ _____ 1 .（填“>”、“=”或“<”）

【解析】本题考查无理数比较大小。

【难度】容易题

【答案】>

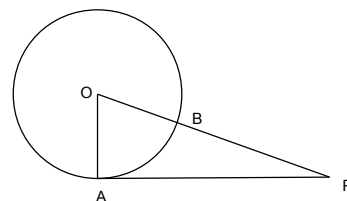
10. 不等式 $3x - 12 \geq 0$ 的解集为_____.

【解析】本题考查解一元一次不等式。

【难度】容易题

【答案】 $x \geq 4$

11. 如图， PA 为 $\odot O$ 的切线， A 为切点， B 是 OP 与 $\odot O$ 的交点. 若 $\angle P = 20^\circ$ ， $OA = 3$ ，则弧 AB 的长为_____（结果保留 π ）.



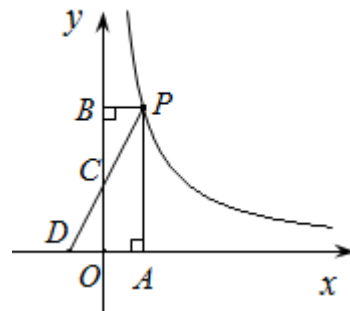
【解析】本题考查切线性质及弧长公式。

【难度】容易题

【答案】 $\frac{7}{6}\pi$

12. 如图，在平面直角坐标系中，点 P 在函数 $y = \frac{6}{x} (x > 0)$ 的图象上，过点

P 分别作 x 轴、 y 轴的垂线，垂足分别为点 A 、 B ，取线段 OB 的中点 C ，连结 PC 并延长交 x 轴于点 D ，则 $\triangle APD$ 的面积为_____.

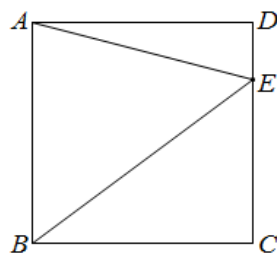


【解析】本题考查反比例函数的几何意义。

【难度】中档题

【答案】6

13. 如图, 点 E 在正方形 $ABCD$ 的边 CD 上, 若 $\triangle ABE$ 的面积为 8, $CE = 3$, 则线段 BE 的长为_____.

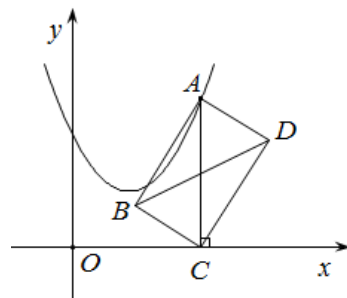


【解析】本题考查勾股定理。

【难度】中档题

【答案】5

14. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 在抛物线 $y = x^2 - 2x + 2$ 上运动, 过点 A 作 $AC \perp x$ 轴于点 C , 以 AC 为对角线作矩形 $ABCD$, 连结 BD , 则对角线 BD 的最小值为_____.



【解析】本题考查矩形对角线相等及二次函数最值。

【难度】较难题

【答案】1

三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 78 分)

15. (6 分) 先化简, 再求值: $(x+1)^2 + x(x-2)$, 其中 $x = \sqrt{3}$.

【解析】本题考查整式的运算。

【难度】容易题

【答案】

$$\begin{aligned} & (x+1)^2 + x(x-2) \\ &= x^2 + 2x + 1 + x^2 - 2x \\ &= 2x^2 + 1 \end{aligned}$$

当 $x = \sqrt{3}$ 时

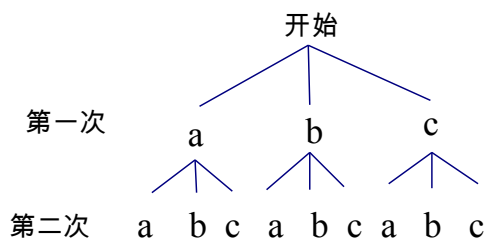
$$\begin{aligned} \text{原式} &= 2 \times (\sqrt{3})^2 + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

16. (6 分) 一个不透明的盒子中有三张卡片, 卡片上面分别标有字母 a , b , c , 每张卡片除字母不同外其它都相同。小玲先从盒子中随机抽出一张卡片, 记下字母后放回并搅匀; 再从盒子中随机抽出一张卡片记下字母。用树状图 (或列表) 的方法, 求小玲两次抽出的卡片上的字母相同的概率。

【解析】本题考查树状图或列表求概率问题。

【难度】容易题

【答案】



$$P_{\text{(结果相同)}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

17. (6 分) 为了美化环境, 某地政府计划对辖区内 60km^2 的土地进行绿化。为了尽快完成任务, 实际平均每月的绿化面积是原计划的 1.5 倍, 结果提前 2 个月完成任务。求原计划平均每月的绿化面积。

【解析】本题考查分式方程的应用。

【难度】容易题

【答案】

解: 设原计划平均每月的绿化面积为 $x\text{km}^2$ 。

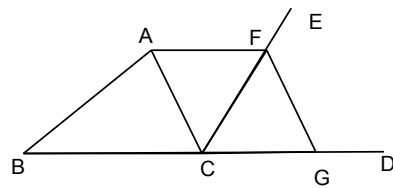
$$\text{由题意得: } \frac{60}{x} = \frac{60}{1.5x} + 2$$

解得: $x = 10$

经检验: $x = 10$ 是原方程的解且符合题意。

答: 原计划平均每月的绿化面积为 10km^2

18. (7 分) 如图, CE 是 $\triangle ABC$ 外角 $\angle ACD$ 的平分线。 $AF \parallel CD$ 交 CE 于点 F , $FG \parallel AC$ 交 CD 于点 G 。 求证: 四边形 $ACGF$ 是菱形。



【解析】本题考查平行四边形判定 (两组对边分别平行) 及菱形定义。

【难度】中档题

【答案】

证明: $\because AF \parallel CD, FG \parallel AC$.

\therefore 四边形 $ACGF$ 是平行四边形。

又 $\because CE$ 是 $\angle ACD$ 的平分线

$\therefore \angle ACF = \angle DCF$

又 $\because AF \parallel CD$

$\therefore \angle AFC = \angle DCF$

$\therefore \angle AFC = \angle ACF$

$\therefore AF = AC$

\therefore 四边形 $ACGF$ 是菱形

19. (7分) 如图, 海面上 B 、 C 两岛分别位于正东和正北方向, 一艘船从 A 岛出发, 以每小时 18 海里/时的速度向正北方向航行 2 小时到达 C 岛, 此时测得 B 岛在 C 岛的南偏东 43° , 求 A 、 B 两岛之间的距离。(结果精确到 0.1 海里)

【参考数据: $\sin 43^\circ = 0.68$, $\cos 43^\circ = 0.73$, $\tan 43^\circ = 0.93$ 】

【解析】本题考查正切函数定义。

【难度】容易题

【答案】

由题意: $\angle A = 90^\circ$, $AC = 2 \times 18 = 36$

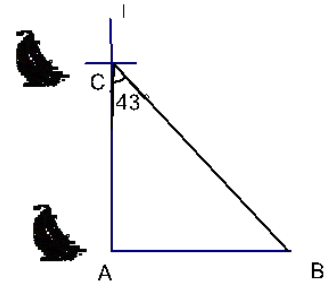
在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$

$$\tan 43^\circ = \frac{AB}{AC}$$

$$\therefore 0.93 = \frac{AB}{36}$$

$$\therefore AB = 36 \times 0.93 = 33.48 \approx 33.5$$

答: AB 两岛之间的距离为 33.5 海里。



20. (7分) 在“世界家庭日”前夕, 某校团委随机抽取了 n 名本校学生, 对“世界家庭日”当天所喜欢的家庭活动方式进行问卷调查, 问卷中的家庭活动方式包括:

A . 在家庭聚餐; B . 去影院看电影; C . 到公园游戏; D . 进行其他活动

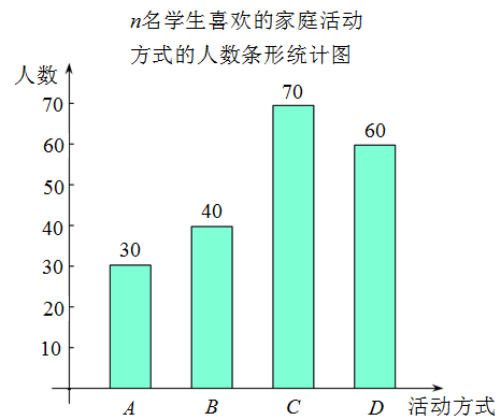
每位学生在问卷调查时都按要求只选择了其中一种喜欢的活动方式, 该校团委收回全部问卷后, 将收集到的数据整理绘制如下的统计图, 根据统计图提供的信息

解答以下问题:

(1) 求 n 的值

(2) 四种方式最后学生喜欢的方式为_____ (用 A 、 B 、 C 、 D 作答); 选择该种方式的学生人数占被调查的学生人数的百分比为_____

(3) 根据统计结果, 估计该校 1800 名学生中喜欢 C 方式的学生比喜欢 B 方式的学生多的人数



【解析】本题考查统计——数据的分析及条形统计图的相关知识。

【难度】容易题

【答案】

(1) $n=30+40+70+60=200$

(2) $C \quad 35\%$

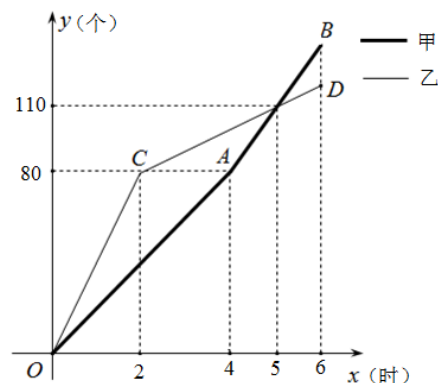
(3) $1800 \times \frac{70}{200} - 1800 \times \frac{40}{200} = 270$

21. (8 分) 甲、乙两台机器共同加工一批零件，在加工过程中两台机器均改变了一次工作效率。从工作开始到加工完这批零件两台机器恰好同时工作 6 小时。甲、乙两台机器各自加工的零件个数 y (个) 与加工时间 x (时) 之间的函数图像分别为折线 $OA-AB$ 与折线 $OC-CD$ ，如图所示。

(1) 求甲机器改变工作效率前每小时加工零件的个数。

(2) 求乙机器改变工作效率后 y 与 x 之间的函数关系式。

(3) 求这批零件的总个数。



【解析】本题考查一次函数应用——工作效率问题，一次函数解析式求法，函数解析式和应用之间的思路转换。

【难度】稍难题

【答案】

(1) $80 \div 4 = 20$

(2) 设 $y=kx+b$

将 $(2,80)$, $(5, 110)$

$$\begin{cases} 80 = 2k + b \\ 110 = 5k + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} k = 10 \\ b = 60 \end{cases}$$

$$y=10x+60$$

(3) 当 $x=6$ 时, $y=10 \times 6 + 60=120$

设 $y_{\text{甲}}=mx+n$

$$\begin{cases} 80 = 4m + n \\ 110 = 5m + n \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 30 \\ n = -40 \end{cases}$$

$$y_{\text{甲}} = 30x - 40$$

$$\text{当 } x=6 \text{ 时, } y_{\text{甲}} = 30 \times 6 - 40 = 140$$

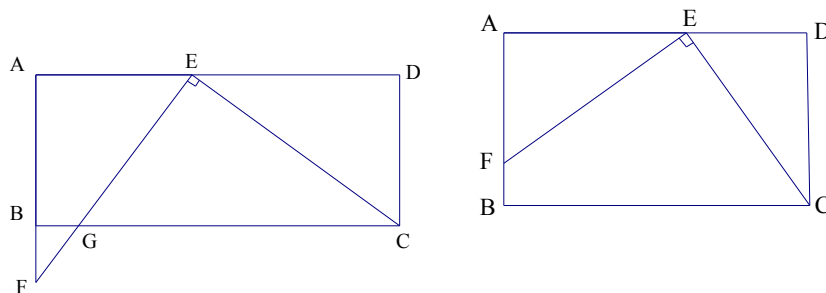
$$\text{零件总数为 } 140 + 120 = 260$$

22. (9分) 在矩形 $ABCD$ 中, 已知 $AD > AB$. 在边 AD 上取点 E , 使 $AE = AB$, 连接 CE , 过点 E 作 $EF \parallel CE$, 与边 AB 或其延长线交于点 F .

猜想: 如图①, 当点 F 在边 AB 上时, 线段 AF 与 DE 的大小关系为_____

探究: 如图②, 当点 F 在边 AB 的延长线上时, EF 与边 BC 交于点 G . 判断线段 AF 与 DE 的大小关系, 并加以证明.

应用: 如图②, 若 $AB=2$, $AD=5$, 利用探究得到的结论, 求线段 BG 的长.



【解析】 本题考查图形变换, 规律探究。涉及到全等三角形的判定及相似三角形的性质 (对应边成比例)。

【难度】 中档题

【答案】

猜想: 相等

探究: 相等

证明:

$$\because AE = AB, AB = CD$$

$$\therefore AE = CD$$

$$\because \angle AEF + \angle DEC = 90^\circ$$

$$\angle DCE + \angle DEC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle AEF = \angle DCE$$

\therefore 在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle CDE$ 中

$$\begin{cases} AE = CD \\ \angle AEF = \angle DCE \\ \angle A = \angle D \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle CDE (ASA)$$

$$\therefore AF = DE$$

应用：

$$\because AB = 2$$

$$AD = 5$$

$$AB = AE$$

$$\therefore DE = 3$$

$$\therefore AF = 3$$

$$\therefore BF = 1$$

$$\because \triangle FBG \sim \triangle FAE$$

$$\therefore \frac{BF}{AF} = \frac{BG}{AE}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{BG}{2}$$

$$\therefore BG = \frac{2}{3}$$

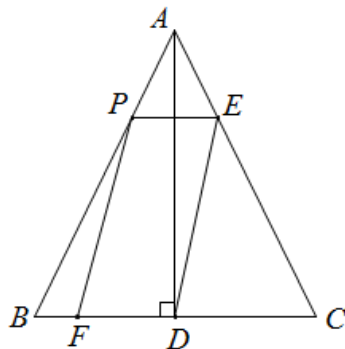
23. (10分) 如图，在等边 $\triangle ABC$ 中， $AB=6$ ， $AD \perp BC$ 于点 D ，点 P 在边 AB 上运动，过点 P 作 $PE \parallel BC$ ，与边 AC 交于点 E ，连结 ED ，以 PE 、 ED 为邻边作平行四边形 $PEDF$ ，设平行四边形 $PEDF$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分图形的面积为 y ，线段 AP 长为 x ($0 < x < 6$)

(1) 求线段 PE 的长 (用含 x 的代数式表示)

(2) 当四边形 $PEDF$ 为菱形时，求 x 的值

(3) 求 y 与 x 之间的函数关系式

(4) 设点 A 关于直线 PE 的对称点为点 A' ，当线段 $A'B$ 的垂直平分线与直线 AD 相交时，设其交点为 Q ，当点 P 与点 Q 位于直线 BC 同侧 (不包括点 Q 在直线 BC 上) 时，直接写出 x 的取值范围



【解析】本题考查 1、相似三角形的性质；2、菱形与平行四边形的区别；3、分类讨论求重叠部分面积；4、垂直平分线的性质，对称的性质。

【难度】难题

【答案】

(1)

$$\because PE \parallel BC$$

$\therefore \triangle APE$ 为等边三角形

$$\therefore PE = AP$$

$$\because AP = x$$

$$\therefore PE = x$$

(2)

设 AD 与 PE 的交点为 G

$$\text{当 } DE = PE = 2EG$$

$$\text{即 } DG = \sqrt{3}GE \text{ 时}$$

四边形 $PEDF$ 为菱形

$$DG = 3\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}x$$

$$GE = \frac{x}{2}$$

$$\therefore 3\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}x = \sqrt{3} \cdot \frac{x}{2}$$

$$\therefore x = 3$$

(3)

当 $0 < x \leq 3$ 时 (如图1)

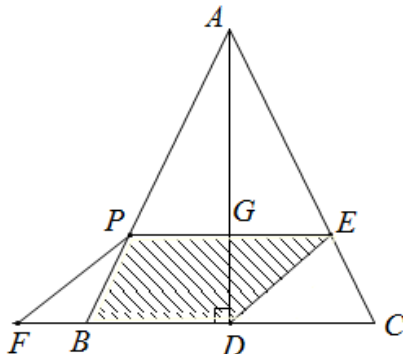
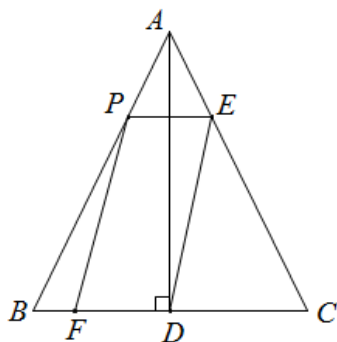
$$y = PE \cdot DG = x \left(3\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}x \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + 3\sqrt{3}x$$

当 $3 < x < 6$ 时 (如图2)

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}(BD + PE) \cdot DG = \frac{1}{2}(3 + x) \left(3\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}x \right) \\ &= -\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \frac{3\sqrt{3}}{4}x + \frac{9}{2}\sqrt{3} \end{aligned}$$

(4)

$$0 < x < 3 - \sqrt{3}, 3 < x < 3 + \sqrt{3}$$



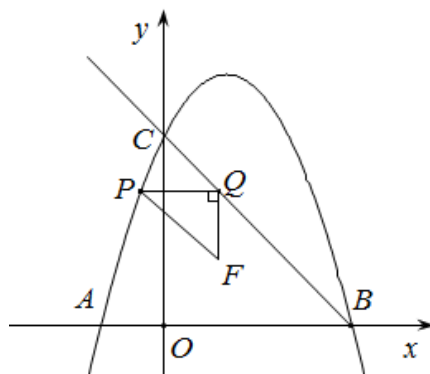
24. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系下, 抛物线 $y=a(x-1)^2+4$ 与 x 轴交于点 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C , 且点 B 的坐标为 $(3, 0)$ 点 P 在这条抛物线上, 且不与 B 、 C 重合, 过点 P 作 y 轴的垂线与射线 BC 交于点 Q , 以 PQ 为边作 $Rt\triangle PQF$, 使 $\angle PQF=90^\circ$, 点 F 在点 Q 的下方, 且 $QF=1$, 设线段 PQ 的长度为 d , 点 P 的横坐标为 m .

(1) 求这条抛物线所对应的函数表达式

(2) 求 d 与 m 之间的函数关系式

(3) 当 $Rt\triangle PQF$ 的边 PF 被 y 轴平时, 求 d 的值

(4) 以 OB 为边作等腰直角三角形 OBD , 当 $0 < m < 3$ 时, 直接写出点 F 落在 $\triangle OBD$ 的边上时 m 的值



【解析】本题考查 1、二次函数解析式求法；2、点的坐标表示长度，水平两点间距离表示；3、中点的性质，分类讨论点的位置；4、讨论等腰直角三角形分别在 x 轴上方或下方时点 F 落在直角边或斜边几种情况。

【难度】难题

【答案】

(1)

由题意得, 将 $B(3, 0)$ 代入 $y=a(x-1)^2+4$

$$a=-1 \quad y=-(x-1)^2+4=-x^2+2x+3$$

(2)

设 PQ 与 OC 的交点为 M ,

$$-1 \leq m < 0$$

$$P(m, -m^2 + 2m + 3)$$

$$y_Q = -m^2 + 2m + 3$$

$$\because y_{BC} = -x + 3$$

$$\therefore x_Q = -x^2 + 2x$$

$$PQ = x_Q - x_P$$

$$d = m^2 - 3m (-1 \leq m < 0)$$

$$d = -m^2 + 3m (0 < m < 3)$$

(3)

当 $-1 \leq m < 0$ 时无解

$0 < m < 3$ 时

$$2m = 2m - m^2$$

$$\therefore m = 1 \text{ 或 } m = 0 \text{ (舍)}$$

当 $m = 1$ 时

$$d = 3m - m^2 = 2$$

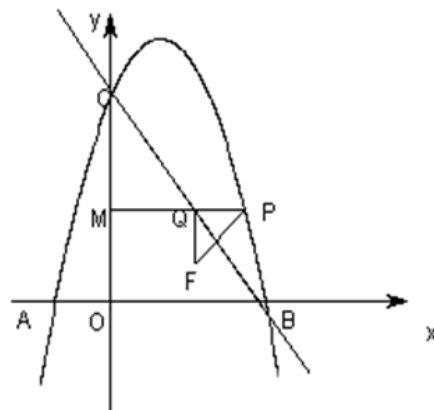
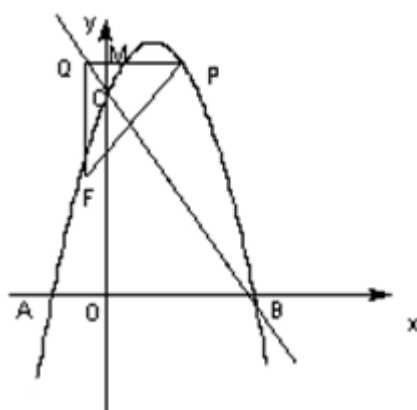
(4)

$$m_1 = 2$$

$$m_2 = 1 + \sqrt{3}$$

$$m_3 = 1 + \sqrt{2}$$

$$m_4 = 1 + \frac{\sqrt{14}}{2}$$



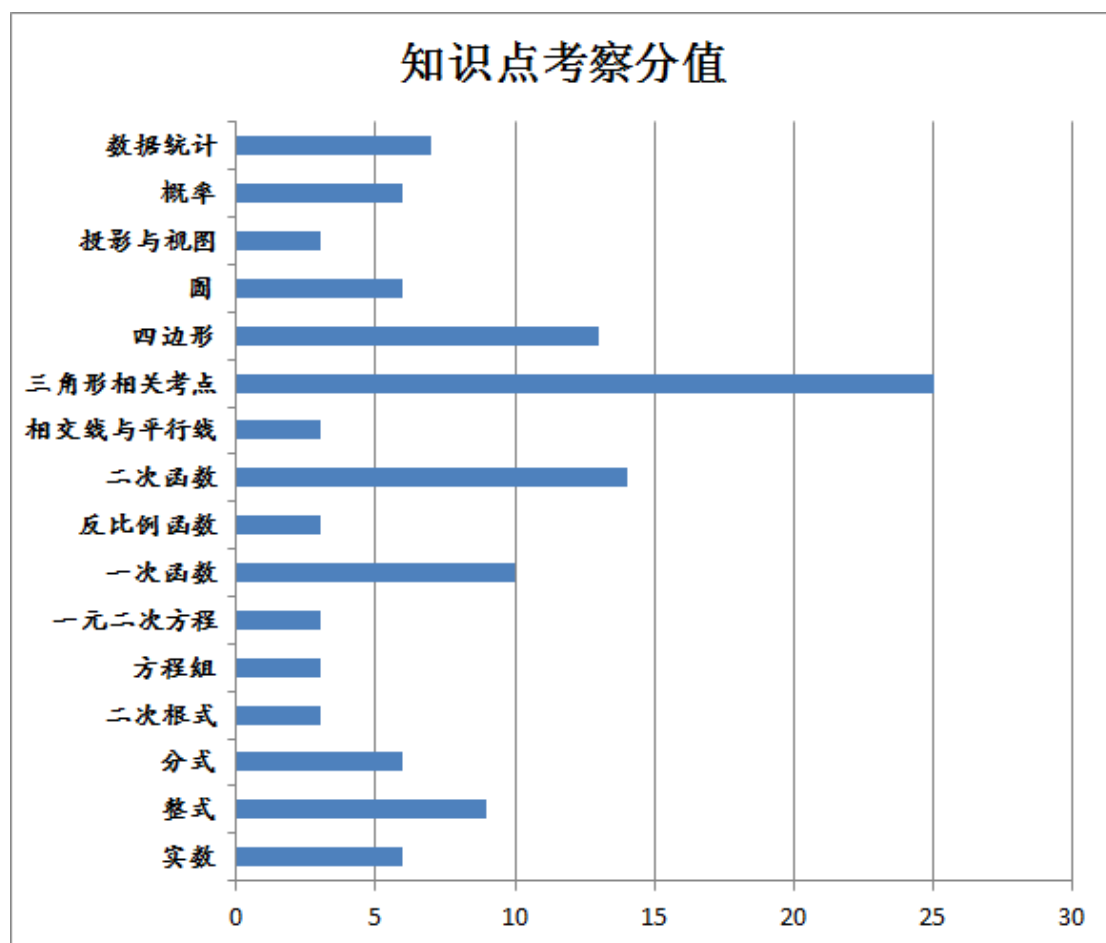
一、2015 长春中考数学试卷分析

1、试卷整体试题考点、难易程度、分值分析

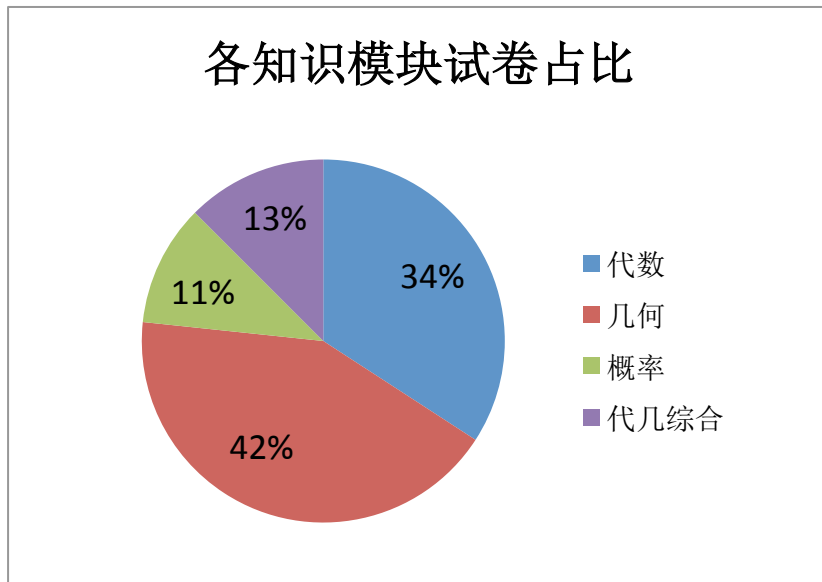
2015 年				
题型	题号	考点	难易程度	分值
选择题	1	有理数	★☆☆☆☆	3 分
	2	科学计数法	★☆☆☆☆	3 分
	3	幂的运算	★☆☆☆☆	3 分
	4	三视图	★☆☆☆☆	3 分
	5	方程的判别式	★☆☆☆☆	3 分
	6	平行线	★☆☆☆☆	3 分
	7	圆	★★☆☆☆	3 分
	8	全等证明	★★★☆☆	3 分
	总分	24 分		
填空题	9	实数运算	★☆☆☆☆	3 分
	10	不等式	★☆☆☆☆	3 分
	11	切线性质	★☆☆☆☆	3 分
	12	反比例函数	★★☆☆☆	3 分
	13	勾股定理	★★☆☆☆	3 分
	14	代几小综合	★★★☆☆	3 分
	总分	18 分		
解答题	15	整式的运算	★☆☆☆☆	6 分
	16	概率	★☆☆☆☆	6 分
	17	分式方程	★★☆☆☆	6 分
	18	四边形	★★☆☆☆	7 分

	19	三角函数	★★☆☆☆	7 分
	20	统计	★★★☆☆	7 分
	总分	39 分		
解答题	21	一次函数应用	★★★☆☆	8 分
	22	图形变换	★★★☆☆	9 分
	总分	17 分		
解答题	23	几何综合	★★★★☆	10 分
	24	代几综合	★★★★★	12 分
	总分	22 分		
试卷总分	120 分			

2、知识点分值图



3、各知识模块占比



二、15年整体分析及16年趋势预测

1. 考试题型及分值分布

2015 年长春中考数学分为选择题（24 分），填空题（18 分），解答题（78 分），这承袭了长春中考题的一贯标准，预计 2016 年也会保持这一点。就考题难易程度而言，大致分布情况为：较易试题 70 分；中档试题约 36 分；较难试题约 14 分。同学们应该针对自身情况，合理分配时间，这样才能考出一个理想的成绩。

2. 考试范围及考点分析

2015 年中考数学试题仍注重对基础知识、基本技能和基本思想方法的考查，体现义务教育阶段数学课程的基础性和普及性。考卷突出了重点知识重点考查的传统，试题较好地联系教学实际，试题的要求与平时的教学要求基本保持一致。

考试范围以教育部制定的《全日制义务教育课程标准》规定的学习内容为考试范围，涉及数与代数、空间与图形、统计与概率三大板块。回顾历年考卷，可以发现在考察知识点方面有着惊人的一致性。例如第一题考察代数基本概念，第二题考察科学计数法等。预计 2016 年也不会有太大的变化。

代数部分的命题从“数与式”到“方程与不等式”再到“函数”呈递增趋势。考察“三基”，淡化特殊技巧，注重考察基础素质，考验学生对代数基础运算的熟练程度。另外，函数图像是近年来的热点之一，同学们要对数学问题注意形象的理解，深刻理解“数形结合”的思想。

几何部分将通过探索基本图形的基本性质及其相互关系，进一步丰富对空间图形的认识和感受；通过考查图形的全等、相似的基本性质，并体验图形的变换在现实生活中的应用。注重培养发现问题、解决问题的能力。

统计与概率部分虽然所占分值较小，但概念多。考试重点仍然为“平均数”等基础概念的理解和计算；但也考查了学生对概率的理解和应用。在日常的学习中，应当注意将统计与概率问题与其他领域知识相结合，提高综合实践能力。

总的说来，整张考卷的考察点和往年基本相同，整体难度不大，压轴题难度较高，是学生失分之处。题的模式也没有太大变化，只是最后两题的位置调换。主要看的就是选择最后一题、填空最后一题以及最后两道综合题。在近三年的中考和模拟试题中，这五个题都在重点考察学生综合运用代数和几何知识的能力。比如 24 题（最后一道题）考查了代几综合知识，特殊三角形及二次函数的性质等，考查了分类讨论和数形结合的思想。

3.考察风格及趋势预测

虽然从考试范围和考点上看，2015 年并没有体现出多大的不同，但是，我们一定不能忽视的是，2015 年中考数学，从题风上看，更加偏向应用性，更加注重考察学生探究的意识和能力。

今年的中考数学试题非常关注与实际生活的联系，数学知识与生活实际联系密切，强调人与自然、社会协调发展的现代意识，引导学生关注社会生活和经济发展的基本走向，密切联系最新的科技成果和社会热点。注重促进学生数学学习方式的改善、数学学习效率的提高，激发并保持学生的学习兴趣，使学生体会到数学就在我们身边。

今年的中考数学试卷，继续关注对学生的阅读能力、动手实践能力、探索发现能力以及合情推理能力、抽象归纳能力的考查。在数学试题中，或设计了阅读材料，让考生通过阅读试题提供的材料去获取相关信息，进而加工、整合，形成解决问题的方案；或设计了问题的情景，让考生分析、说理，从而考查考生交流和表达的能力；或设计了一些新颖的动态场景，让考生通过观察、分析、归纳来发现规律，等等。从而达到考查考生基本数学素养和一般能力的目的，促进学生的全面发展。

预计 2016 年的中考数学试题中，在综合题的考查上，会更加注重应用性问题的背景设置，题型会更加丰富多彩，涉及知识面也会大为拓宽，体现数学的人文教育价值和时代的生活气息等特质将更为明显。在试题的取材上，将更注意联系现实生活，将有更多亲切又真实的背景材料，涉及面将更宽广，信息量将更大，寓情感、态度和价值观念于试题中。