测评编号______ 姓名______ 班级______ 学校______

密封线内不要答题

太原市 2014 ～ 2015 学年第二学期高一年级期末测评

数 学 试 卷

（考试时间：上午 7：30——9：00）

说明：本试卷为闭卷笔答，答题时间 90 分钟，满分 100 分.

题 号	一	二	三					总 分
			17	18	19	20	21	
得 分								

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的. 请将其字母标号填入下表相应位置.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	A	C	D	A	D	C	B	B	C	A	C

1. 在等差数列 2，5，8，… 中，第 4 项是

考点：等差数列的通项公式

A. 11　　B. 13

C. 14　　D. 17

2. $\cos 120^\circ =$

考点：特殊角的三角函数值

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 数列$\{a_n\}$中，如果 $a_n = 2^n$，$n \in \mathbf{N}^*$，那么这个数列是

考点：等比数列

A. 公差为 2 的等差数列　　B. 首项为 1 的等差数列

C. 公比为 2 的等比数列　　D. 首项为 1 的等比数列

4. 已知平面向量 $\boldsymbol{a} = (1,2)$，$\boldsymbol{b} = (-2, m)$，且$(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}) \parallel \boldsymbol{b}$，则实数 m 的值为

考点：向量的位置关系

A. 1　　B. -1

C. 4　　D. -4

5. 若数列$\{a_n\}$满足 $a_1 = 1$，$a_{n+1} = a_n + 2(n \in N^*)$，则 a_4 等于

考点：等差数列

A. 7　　B. 9

C. 11　　D. 13

6. 如果 $a < b < 0$，那么

考点：不等式

A. $a - b > 0$　　B. $ac < bc$

C. $a^2 < b^2$　　D. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

7. $\triangle ABC$ 中，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 所对的边分别为 a，b，c. 若 $a = 3$，$b = 4$，$\angle C = 60^\circ$，则 c 等于

考点：余弦定理

A. $25 - 12\sqrt{3}$　　B. 13

C. $\sqrt{13}$　　D. $\sqrt{37}$

8. $\triangle ABC$ 中，若 $BC = 3$，$\angle B = 60^\circ$，$\triangle ABC$ 的面积为$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，则 $AB =$

考点：三角形面积公式

A. $\frac{1}{2}$　　B. 2

C. 1　　D. $2\sqrt{3}$

9. 如果$\{a_n\}$为递增数列，则$\{a_n\}$的通项公式可以是

考点：单调性

A. $a_n = -n + 2\ (n \in \mathbf{N}^*)$　　B. $a_n = 1 + \log_3 n\ (n \in \mathbf{N}^*)$

C. $a_n = \frac{1}{2^n}\ (n \in \mathbf{N}^*)$　　D. $a_n = n^2 - 3n\ (n \in \mathbf{N}^*)$

10. △ABC 中，若 $a:b=\cos A:\cos B$，则 △ABC 是　　考点：解三角形

A. 直角三角形　　B. 等边三角形

C. 等腰三角形　　D. 等腰直角三角形

11. 函数 $y=1-2\cos^2(x-\frac{\pi}{4})$ 是　　考点：三角函数的性质

A. 最小正周期为 π 的奇函数　　B. 最小正周期为 π 的偶函数

C. 最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的奇函数　　D. 最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的偶函数

12. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d\in(-1,0)$，且 $\frac{\sin^2 a_3\cos^2 a_6-\cos^2 a_3\sin^2 a_6}{\sin(a_2+a_7)}=1$，仅当 $n=9$ 时，数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 取得最大值，则首项 a_1 的取值范围是　　考点：三角与数列综合.

A. $(\frac{7\pi}{6},\frac{4\pi}{3})$　　B. $[\frac{7\pi}{6},\frac{4\pi}{3}]$

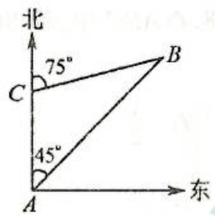
C. $(\frac{4\pi}{3},\frac{3\pi}{2})$　　D. $[\frac{4\pi}{3},\frac{3\pi}{2}]$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分 .

13. 已知正数 a 是 2 和 32 的等比中项，则 $a=$ ___8___.　　考点：等比中项.

14. 不等式 $2x^2-x<0$ 的解集为 ___$(0,\frac{1}{2})$___.　　考点：解一元二次不等式

15. 如图，一艘船以 20 千米 / 小时的速度向正北方向航行，船在 A 处看见灯塔 B 在船的东北方向，1 小时后船在 C 处看见灯塔 B 在船的北偏东 75° 的方向上，这时船与灯塔的距离 BC 等于 ___$20\sqrt{2}$___ 千米.



考点：解三角形应用题.

16. 已知 △ABC 的面积为 2，在 △ABC 所在的平面内有两点 P,Q，满足 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{0}$，$\overrightarrow{QA}+\overrightarrow{QB}+\overrightarrow{QC}=\overrightarrow{BC}$，则 △$APQ$ 的面积为 ___$\frac{2}{3}$___.

考点：向量的线性运算与三角形面积

三、解答题：本大题共 5 小题，共 52 分 . 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤 .

17.（本小题满分 10 分）

已知 $|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 60°.

(1) 求 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 与 $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$；　　考点：向量的运算

(2) 求 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$.

解：(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos 60^\circ=1$

$(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})=\vec{a}^2-\vec{b}^2=1-4=-3$

(2) $|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{|\vec{a}-\vec{b}|^2}$

$=\sqrt{\vec{a}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2}$

$=\sqrt{1-2+4}$

$=\sqrt{3}$

密　封　线　内　不　要　答　题

密 封 线 内 不 要 答 题

18.(本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期和最大值;

(2) 求 $f(x)$ 的单调递增区间.

考点：恒等变换 和三角函数的性质

(1) $f(x)=\sin\frac{\pi}{6}\cdot\cos 2x+\cos\frac{\pi}{6}\cdot\sin 2x+\frac{1}{2}$

$=\sin(2x+\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}$

$f(x)$ 的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$

$f(x)_{max}=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

(2) 令 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x+\frac{\pi}{6}\le\frac{\pi}{2}+2k\pi\ (k\in Z)$

求得 $f(x)$ 的单调增区间为 $[k\pi-\frac{\pi}{3},k\pi+\frac{\pi}{6}]\ (k\in Z)$.

19.(本小题满分 10 分)

在 △ABC 中，∠A,∠B,∠C 所对的边分别为 a,b,c. 若 $c=3$, 且 $\frac{\sin C}{\sin B}=\frac{3}{5}$.

(1) 求 b;

(2) 若 $a=7$, 求 ∠A.

考点：正弦定理 和余弦定理.

(1) 由正弦定理,得

$\frac{c}{b}=\frac{\sin C}{\sin B}=\frac{3}{5}$ 又 $c=3$

$\therefore b=5$

(2) 由余弦定理,得

$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

$=\frac{1}{2}$

$\therefore A=120°$

20.（本小题满分 10 分）

某地计划修建一个长方体形无盖蓄水池，其底面积为 1800 平方米，深度为 2 米．经测算，池底每平方米的造价为 160 元，池壁每平方米的造价为 130 元．设池底长方形长为 x 米．

（1）用含 x 的表达式表示池壁面积 S；　考点：基本不等式

（2）怎样设计水池底面边长能使总造价最低？最低造价是多少？（精确到 1 元）

(1) 设池底长方形长为 x 米，则宽为 $\frac{1800}{x}$ 米

则 $S = 2(2x + 2\times\frac{1800}{x}) = 4(x+\frac{1800}{x})$

(2) 设总造价为 y 元，则

$y = 160\times1800 + 130\times4(x+\frac{1800}{x})$

$\geq 288000 - 31200\sqrt{2}$

≈ 332117

当且仅当 $x=\frac{1800}{x}$，即 $x=30\sqrt{2}$ 时等号成立.

所以 $x=30\sqrt{2}$ 时，总造价最低约为 332117 元.

21.（本小题满分 12 分）说明：请考生在（甲）、（乙）两个小题中任选一题作答．

（甲）已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $S_n = n^2 - 19n(n \in N^*)$．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）从数列$\{a_n\}$中依次取出 $a_1, a_2, a_4, a_8, \cdots, a_{2^{n-1}}$，构成一个新的数列$\{b_n\}$，求$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n．

考点：数列综合.

（乙）已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $S_n = 2a_n + n^2 - 3n - 2(n \in N^*)$．

（1）求证：数列$\{a_n - 2n\}$为等比数列；

（2）令 $b_n = \frac{1}{a_n - 2n + 1}$，记 $T_n = b_1b_2 + 2b_2b_3 + 2^2b_3b_4 + \cdots + 2^{n-1}b_nb_{n+1}$，求 T_n．

(甲) (1) $a_1 = S_1 = -18$

当 $n\geq2$ 时，$a_n = S_n - S_{n-1}$

$= 2n - 20$

a_1 在上式中，故 $a_n = 2n-20$

(2) 由题意可知，$b_n = 2^n - 20$

$T_n = b_1 + b_2 + \cdots + b_n$

$= (2^1-20) + (2^2-20) + \cdots + (2^n-20)$

$= (2^1+2^2+\cdots+2^n) - 20n$

$= 2^{n+1} - 20n - 2$

(乙) (1) $S_n = 2a_n + n^2 - 3n - 2$　①

$S_{n+1} = 2a_{n+1} + (n+1)^2 - 3(n+1) - 2$　②

②-①，得 $a_{n+1} = 2a_n - 2n + 2$

$\frac{a_{n+1} - 2(n+1)}{a_n - 2n} = 2$

$\therefore \{a_n - 2n\}$ 是公比为 2 的等比数列.

(2) 由题意可得 $b_n = \frac{1}{2^n+1}$

$T_n = b_1\cdot b_2 + 2b_2\cdot b_3 + \cdots + 2^{n-1}\cdot b_n\cdot b_{n+1}$

$= \frac{1}{2^1\times1}\times\frac{1}{2^2+1} + \cdots + 2^{n-1}\times\frac{1}{2^n+1}\times\frac{1}{2^{n+1}+1}$

$= \frac{1}{6} - \frac{1}{2^{n+2}+2}$

密　封　线　内　不　要　答　题