太原市 2015—2016 学年高二年级第一学期期中考试

高二数学

一。选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

1.过原点和点 $A(1,1)$ 的直线的倾斜角是

$A.45^\circ$ $B.60^\circ$

$C.120^\circ$ $D.135^\circ$

答案：A
难度：☆

解析：$\tan\alpha = k = \dfrac{1-0}{1-0} = 1, \therefore \alpha = 45^\circ$，故选 A

2.直线 $2x-y-4=0$ 在 y 轴上得截距是

$A.4$ $B.-4$

$C.2$ $D.-2$

答案：B
难度：☆

解析：令 $x=0$,得$y=-4$，故选 B

3.若一个几何体的正视图是三角形，则该几何体可能是

$A.$ 正方形 $B.$ 圆柱

$C.$ 圆锥 $D.$ 球

答案：C
难度：☆
解析：A,B,D 均不可能，故选 C

4.在空间直角坐标系中，点 $A.(7,-3,0)$ 与 $B(1,0,2)$ 的距离为

$A.6 \quad B.7$
$C.8 \quad D.9$

答案：B
难度：☆
解析：$d=\sqrt{(7-0)^2+(-3-0)^2+(0-2)^2}=\sqrt{49}=7$，故选 B

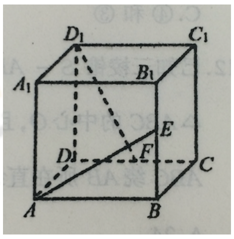
5.已知 m,n 是两条不同的直线，α 是一个平面，则下列说法正确的是

$A.$若$m//\alpha,n//\alpha,$则$m//n$ $\quad B.$若$m\perp\alpha,n\subset\alpha,$则$m\perp n$

$C.$若$m\perp\alpha,m\perp n,$则$n//\alpha$ $\quad D.$若$m//\alpha,m\perp n,$则$n\perp\alpha$

答案：B
难度：☆
解析：A 错，m,n 可能相交或者异面；C 错，可能 $n\subset\alpha$；D 错，可能 n 与 α 的位置有很多种，故选 B

6.如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E,F 分别是 BB_1,CD 的中点，则直线 AE 与 D_1F 所成的角为



$A.30^\circ \quad B.45^\circ$

$C.60^\circ \quad D.90^\circ$

答案：D
难度：☆
解析：通过平移可知 AE,D_1F 垂直，故选 D

7.已知直线 l 与直线 $y=2x+1$ 关于 y 轴对称，则直线 l 的方程为

$A.y=-2x+1 \quad B.y=-\frac{1}{2}x+1$

$C.y=-2x-1 \quad D.y=-\frac{1}{2}x-1$

答案：A
难度：☆

解析：$\because l$ 与 $y=2x+1$ 关于 y 轴对称，$\therefore k_l=-2$，又$\because l$ 过点 $(0,1)$，得 $l:y=-2x+1$，故选 A

8.已知点 A,B 均不在直线 l 上，则过点 A,B 且与直线 l 平行的平面个个数是

$A.$0 个　$B.$1 个

$C.$无数个　$D.$以上三种情况均有可能

答案：D

难度：☆☆

解析：由空间位置关系可得，以上三种情况均有可能，故选 D

9.已知直线 $l_1:x+my=2m+2$ 与直线 $l_2:mx+y=m+1$ 平行，则实数 $m=$

$A.1$　$B.-1$

$C.-1$或1　$D.0$或1

答案：A

难度：☆☆

解析：$\because l_1//l_2$，则 $\dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}\neq\dfrac{C_1}{C_2}$，得 $m^2=1,m\neq-1$，$\therefore m=1$，故选 A

10.已知点 P,Q 分别在直线 $3x+4y-12=0$ 和 $6x+8y+5=0$ 上，则 $|PQ|$ 的最小值为

$A.\dfrac{9}{5}$　$B.\dfrac{18}{5}$

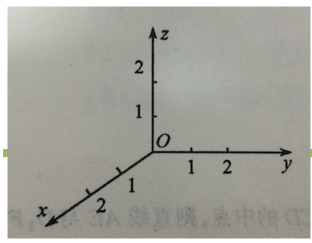
$C.\dfrac{29}{10}$　$D.\dfrac{29}{5}$

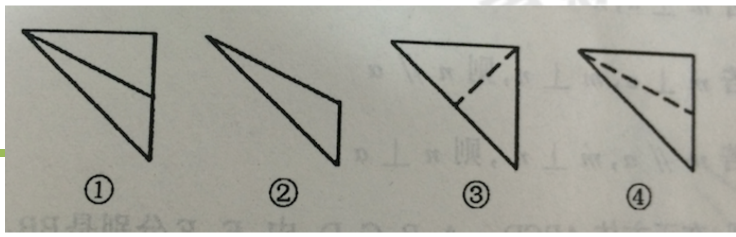
答案：C

难度：☆

解析：平行直线距离为 $d=\dfrac{|C_1-C_2|}{\sqrt{A^2+B^2}}$，$\therefore d=\dfrac{|5-(-24)|}{\sqrt{6^2+8^2}}=\dfrac{29}{10}$，故选 C

11.如图所示的空间直角坐标系 $O-xyz$ 中，一个四面体的顶点坐标分别是 $(0,0,2),(2,2,0),(1,2,1),(2,2,2)$，给出编号为①、②、③、④的四个图，则该四面体的正视图和俯视图分别是





A.①和② B.③和①
C.④和③ D.④和②

答案：D
难度：☆☆
解析：把每一个点放回到直角坐标系中，可观察得三视图为 D

12.已知三棱锥 $S-ABC$ 的底面 ABC 是边长为 6 等边三角形，顶点 S 在底面上的射影是 ΔABC 的中心 O，且 $SO=2\sqrt{6}$，现将三棱锥底面 ABC 放在平面 α 上，并使三棱锥 $S-ABC$ 绕 AB 所在直线旋转，则三棱锥 $S-ABC$ 在平面 α 射影面积的最大值是
A.24 B.18
C.$9\sqrt{3}$ D.$4\sqrt{6}$

答案：B
难度:☆☆☆
解析：以 α 为轴旋转到 $SC//$面α 时，此时投影面积最大，投影为对角线互相垂直的四边形，且对角线的长度均为 6，则面积为 $S=\dfrac{6\times 6}{2}=18$.

二. 填空题（本大题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分）

13.圆 $x^2+y^2-2x+2y=0$ 的半径 $r=$ ________.

答案：$\sqrt{2}$
难度：☆
解析：$\because x^2+y^2-2x+2y=0$，$\therefore D=-2,E=2,F=0,\therefore r=\dfrac{\sqrt{D^2+E^2-4F}}{2}=\sqrt{2}$

14.过点 $P(1,2)$ 的圆 $x^2+y^2=5$ 的切线方程为__________.

答案：$x+2y-5=0$
难度：☆
解析：（方法一）$\because P(1,2)$在圆 $x^2+y^2=5$上，设圆心为 $O(0,0)$，$\therefore k_{op}=2$，$\therefore$ 切线的斜率 $k=-\dfrac{1}{2}$，$\therefore$ 切线方程为 $y-2=-\dfrac{1}{2}(x-1)$，即 $x+2y-5=0$。

（方法二）$\because$ 过圆上一点 (x_0, y_0) 的切线方程为 $x_0x + y_0y = r^2$，$\therefore$ 切线方程为 $x + 2y - 5 = 0$。

15. 已知等边三角形 ABC 的边长为 2, BC 边上的高为 AD，将三角形 ABC 沿高 AD 折成三棱锥 $A-BCD$，若棱 $BC = \sqrt{2}$，则二面角 $B-AD-C$ 的大小为 ________.

答案：90° 或 $\dfrac{\pi}{2}$

难度：☆☆

解析：由题意知 $AD \perp BD, AD \perp CD, \therefore \angle BDC$ 为二面角 $B-AD-C$ 的平面角，

$\because BD = CD = 1, BC = \sqrt{2}, \therefore BD^2 + CD^2 = BC^2, \therefore \angle BDC = 90^\circ, \therefore$ 二面角 $B-AD-C$ 的大小为 90° 或 $\dfrac{\pi}{2}$.

16. 在平面直角坐标系中，A, B 分别是 x 轴和 y 轴上的动点，若以 AB 为直径的圆 C 与直线 $x + 2y - 6 = 0$ 相切，则圆 C 面积的最小值为 ________.

答案：$\dfrac{9\pi}{5}$

难度：☆☆☆

解析：$\because AB$ 为直径，$\angle AOB = 90^\circ$，$\therefore$ 原点 O 必在圆 C 上，由 O 向直线 $x + 2y - 6 = 0$ 做垂线，垂足为 D，则当 D 恰为圆 C 与直线 $x + 2y - 6 = 0$ 的切点时，圆 C 的半径最小.

此时，圆 C 的直径为点 $O(0,0)$ 到直线 $x + 2y - 6 = 0$ 的距离 $d = \dfrac{6}{\sqrt{5}}$，$\therefore r = \dfrac{1}{2}d = \dfrac{3}{\sqrt{5}}$,

$\therefore$ 圆 C 面积的最小值为 $\pi r^2 = \dfrac{9\pi}{5}$

三. 解答题（本大题共 5 小题，共 52 分）

17.（本题 10 分）

已知ΔABC的顶点$A(3,4), B(6,4)$,点$H(5,-2)$是ΔABC的垂心

（1）求BC边上的高所在的直线的方程

（2）求直线BC的方程

答案：（1）$y+3x-13=0$

（2）$3y-x-6=0$

难度：☆

解析：（1）BC边上的高所在的直线为直线AH

由已知$A(3,4)$，$H(5,-2)$

直线AH的方程为$\frac{y-4}{-2-4}=\frac{x-3}{5-3}$

化简得$y+3x-13=0$

因为BC边上的高所在的的直线为AH

所以$k_{BC}\cdot k_{AH}=-1$，又因为$k_{AH}=-3$，所以$k_{BC}=\frac{1}{3}$

直线BC的方程为$y-4=\frac{1}{3}(x-6)$

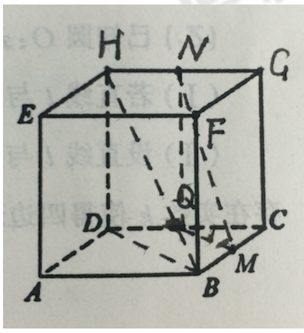
化简得$3y-x-6=0$

更 18.一个正方体的平面展开图及该正方体的直观图的示意图如图所示，在正方体中，设 BC 的中点为 M，GH 的中点为 N

请将字母 F,G,H,N 标记在正方体相应的点处（不需说明理由）

证明：直线MN//平面BDH

答案：如图所示



难度：☆☆

解析：（2）连结MN,DB,BH

取CD的中点Q，连结NQ,QM

因为

$NQ//HD,QM//BD$
$NQ\cap QM=Q$
$HD\cap BD=D$

所以面$MNQ//$面BDH

又因为$MN\subset$平面MNG

所以直线MN//平面BDH

19.已知圆 C_1：$x^2+y^2=9$ 与圆 C_2：$x^2+y^2-6x-2my+m^2+5=0(m\in R)$

(1)若圆 C_1 与圆 C_2 相外切，求 m 的值；

(2)求过原点，且经过直线 $x-y+3=0$ 与圆 C_1 交点的圆的一般方程。

答案：（1） $m=\pm4$，（2） $x^2+y^2+3x-3y=0$

难度：☆☆

解析：（1） $C_1(0,0)$ ，$r_1=3$，$C_2(3,m)$ ，$r_2=2$

因为圆 C_1 与圆 C_2 相外切，所以 $\sqrt{3^2+m^2}=5$，解得 $m=\pm4$

（2）设圆的方程为 $x^2+y^2-9+\lambda(x-y+3)=0$，因为过原点，解得 $\lambda=3$

圆的一般方程为 $x^2+y^2+3x-3y=0$

20. 已知三棱锥 $P-ABC$ 中，$PC\perp$平面ABC, $PC=3$，$AC=AD=\sqrt{2}$, $CD=2DB=2$,

（1）证明：$AD\perp$平面PAC

（2）求三棱锥 $B-PAD$ 的体积。

答案：（2）$\frac{1}{2}$

难度：☆☆

解析：证明：（1）因为 $PC\perp$平面ABC，$AD\subset$平面ABC,所以 $AD\perp PC$

又因为 $AC=AD=\sqrt{2}$，$CD=2$,,所以 $AC^2+AD^2=CD^2$，所以 $AC\perp AD$

又因为 $PC\cap AC=C$所以 $AD\perp$平面PAC。

（2）$V_{B-PAD}=V_{P-ABD}$

过点 A 作 $AE\perp CB$,垂足为 E,所以 $AE=1$

所以$V_{B-PAD}=V_{P-ABD}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABD}.PC=\frac{1}{2}$

21.（甲）已知圆 $O: x^2+y^2=2$，直线 $l: y=kx+1(k\in R)$.

（Ⅰ）证明：直线 l 与圆 O 相交；

（Ⅱ）设直线 l 与圆 O 交于 A、B 两点，点 M 为 AB 的中点，延长 OM 交圆 O 于点 P，是否存在实数 k 使得四边形 $OAPB$ 为平行四边形？若存在，求实数 k 的值；若不存在，请说明理由.

答案：（1）见解析.

(2)存在，$k=\pm 1$.

难度：★★★★

解析：(1) 证明：将直线 l 与圆联立，得：$x^2+(kx+1)^2=2$，整理，得：$(k^2+1)x^2+2kx-1=0$，所以 $\Delta=(2k)^2+4(k^2+1)=8k^2+4>0$，即直线 l 与圆 O 相交.

(2) 假设存在 k，使 $OAPB$ 为平行四边形.由题意知 AB 与 OP 互相平分，又因为 $OA=OB$，所以 $AB\perp OP$，即原点 O 到 AB 的距离为 $\frac{r}{2}$，$(0,0)$ 到 $y=kx+1$ 的距离 $d=\frac{1}{\sqrt{k^2+1}}$，即 $\frac{1}{\sqrt{k^2+1}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，解，得：$k=\pm 1$，故存在 $k=\pm 1$，使四边形 $OAPB$ 为平行四边形.

(乙)已知圆$O: x^2+y^2=k^2(k\neq 0)$，直线$l: y=kx+1(k\in R)$.

(Ⅰ)若直线l与圆O相交，求k的取值范围；

(Ⅱ)设直线l与圆O交于 A、B 两点，点 M 为 AB 中点，延长 OM 交圆 O 与点 P，是否存在实数k使得四边形$OAPB$为平行四边形？若存在，求实数k的值；若不存在，请说明理由.

答案：（1）：$k>\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$，或$k<-\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$；

（2）：$k=\pm\sqrt{\frac{-1+\sqrt{17}}{2}}$.

难度：★★★★

解析：（1）圆 O 到直线l的距离$d=\frac{1}{\sqrt{k^2+1}}<|k|$，所以$\frac{1}{k^2+1}<k^2$，整理，得：$k^4+k^2-1>0$，解，得：$k>\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$，或$k<-\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$.

（2）$x^2+(kx+1)^2=k^2$，整理，得：$(1+k^2)x^2+2kx+1-k^2=0$.

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，M 为 AB 中点，则$M\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$，$\frac{x_1+x_2}{2}=-\frac{k}{1+k^2},\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{k(x_1+x_2)+2}{2}=\frac{1}{1+k^2}$，则点 P $\left(-\frac{2k}{1+k^2},\frac{2}{1+k^2}\right)$在圆 O 上，所以$\frac{4k^2}{(1+k^2)^2}+\frac{4}{(1+k^2)^2}=k^2$，整理，得：$k^4+k^2-4=0,k^2=\frac{-1+\sqrt{17}}{2},k=\pm\sqrt{\frac{-1+\sqrt{17}}{2}}$.