太原市2015—2016学年高三年级第一学期期中考试

高三数学

1. 已知集合 $A=\{0,1,2\},B=\{1,m\}$. 若 $A\cap B=B$，则实数 m 的值是

$A.0$ $B.2$

$C.0$或2 $D.0$或1或2

答案：C

难度：☆

解析：由题知 B 是 A 的子集，得 m=0 或 2

2. 下列函数中，与函数 $f(x)=\ln x$ 有相同定义域的是

$A.f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$ $B.f(x)=\sqrt{x}$

$C.f(x)=|x|$ $D.f(x)=2^x$

答案：A

难度：☆

解析：由题知 $f(x)=\ln x,x\in(0,+\infty)$，故选 A

3. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列，其前 n 项和为 S_n，若 $a_3=6,S_3=12$，则公差 d 等于

$A.1$ $B.\frac{5}{3}$

$C.2$ $D.3$

答案：C

难度：☆

解析：$S_3=3a_2=12,\therefore a_2=4$ 故公差为 2.

4. 若$0<x<y$，则下列各式正确的是

$A.x^3<y^3$ $B.\log_{\frac{1}{3}}x<\log_{\frac{1}{3}}y$

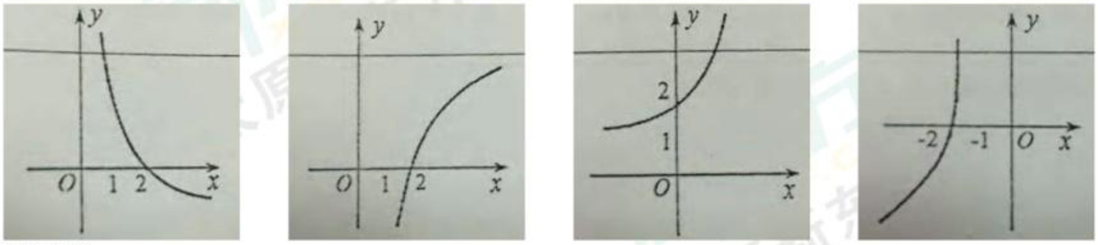
$C.\left(\frac{1}{3}\right)^x<\left(\frac{1}{3}\right)^y$ $D.\frac{3}{x}<\frac{3}{y}$

答案：A

难度：☆

解析：由题知$y>x>0$，$y^3>x^3$ A 正确；选项 B 和 C，为减函数.

5. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x+1$的图象关于直线$y=x$对称的图象大致是



A B C D

答案：A

难度：☆☆

解析：关于直线$y=x$对称，则与原函数$y=(\frac{1}{2})^x+1$互为反函数，单调性相同，原函数为减函数，值域为$\left(1,+\infty\right)$，则对应函数的定义域$\left(1,+\infty\right)$，且为减函数。

6. 设函数$D\left(x\right)=\begin{cases}1,x为有理数,\\0,x为无理数,\end{cases}$则下列结论正确的是

$A.D\left(x\right)$的值域是$\left[0,1\right]$ $B.D\left(x\right)$是偶函数

$C.D\left(x\right)$不是周期函数 $D.D\left(x\right)$是单调函数

答案：B

难度：☆

解析：$D(-x)=D(x)$ 知 $D(x)$ 为偶函数：故选 B，$D(x)$ 值域为 $\{0,1\}$ 故 A 错.

7. 等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_5+a_6=4$，则 $\log_2\left(2^{a_1}\cdot 2^{a_2}\cdots 2^{a_{10}}\right)=$

A.10 B.20

C.40 D.$2+\log_2 5$

答案：B

难度：☆☆

解析：$\log_2 2^{a_1}\cdot 2^{a_2}\cdots 2^{a_{10}}=\log_2 2^{a_1+a_2+\cdots a_n}=\log_2 2^{5(a_5+a_6)}=\log_2 2^{20}=20$

8. 已知对任意实数 x，有 $f(-x)=-f(x),g(-x)=g(x)$，且 $x>0$ 时，$f'(x)>0,g'(x)>0$，则 $x<0$ 时，下列结论正确的是

A.$f'(x)>0,g'(x)>0$ B.$f'(x)>0,g'(x)<0$

C.$f'(x)<0,g'(x)>0$ D.$f'(x)<0,g'(x)<0$

答案：B

难度：☆☆

解析：函数 $f(x)$ 为奇函数，当 $x<0$ 时，$f'(x)>0$；$g(x)$ 为偶函数，当 $x<0$ 时 $g'(x)<0$，故选 B

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列，$a_4+a_7=2,a_5\cdot a_6=-8$，则 a_1+a_{10} 的值为

A.2 B.-5

C.-8 D.-7

答案：D

难度：☆☆

解析：$\{a_n\}$ 是等比数列，$\therefore a_5a_6=a_4a_7=-8$，$a_4+a_7=2\therefore\begin{cases}a_4=-2\\a_7=4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a_4=4\\a_7=-2\end{cases}$，$\therefore q^3=-2$ 或 $q^3=-\frac{1}{2}$

故选 D

10. 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x)=\begin{cases}\log_2(4-x),x\le 0,\\ f(x-1)-f(x-2),x>0,\end{cases}$ 则 $f(3)$ 的值为

A.-1 B.-2

C.1 D.2

答案：B

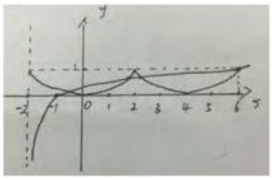
难度：★★

解析：由题可知：$f(3)=f(2)-f(1)=f(1)-f(0)-f(0)+f(-1)=f(0)-f(-1)-2f(0)+f(-1)=-f(0)$

$=-\log_2 4=-2$

11. 设 $f(x)$ 使定义在 R 上的偶函数，且 $f(2+x)=f(2-x)$，当 $x\in[0,2]$ 时，$f(x)=\left(\sqrt{2}\right)^x-1$，若关于 x 的方程

$f(x)-\log_a(x+2)=0(a>0且a\neq1)$ 在区间 $(-2,6)$ 内恰好有 4 个不相等的实数根，则实数 a 的取值范围是



$A.\left(\frac{1}{4},1\right)$ $B.(1,4)$

$C.(1,8)$ $D.(8,+\infty)$

答案：D

难度：★★★

解析：$\because f(2+x)=f(2-x)\therefore f(x)$ 关于 $x=2$ 对称．$\because f(x)$ 在 R 上的偶函数，$\therefore f(x)$ 为周期为4的周期函数．

可得图象：

$\therefore \log_a 8<1,\therefore a>8$

12. 设函数 $f(x)=x^2-1$，对任意 $x\in\left[\frac{3}{2},+\infty\right)$，$f\left(\frac{x}{m}\right)-4m^2f(x)\leq f(x-1)+4f(m)$ 恒成立，则实数 m 的取值范围是

$A.\left[-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ $B.\left[\frac{3}{2},+\infty\right)$

$C.\left(0,\frac{3}{2}\right]$ $D.\left(-\infty,-\frac{\sqrt{3}}{2}\right]\cup\left[\frac{\sqrt{3}}{2},+\infty\right)$

答案：D

难度：★★★☆

解析：由题可知：$\frac{x^2}{m^2}-1-4m^2(x^2-1)\leq(x-1)^2-1+4(m^2-1)\Rightarrow x^2\left(\frac{1}{m^2}-4m^2\right)\leq x^2-2x-3$

$\Rightarrow \frac{1}{m^2}-4m^2 \le \left(\frac{x^2-2x-3}{x^2}\right)_{\min}=-\frac{5}{3}$

化简得：$m\ge\frac{\sqrt{3}}{2}$或$m\le-\frac{\sqrt{3}}{2}$

13. 在公比小于零的等比数列$\left\{a_n\right\}$中，若$a_1=2,a_3=8$,则数列$\left\{a_n\right\}$的前三项和$S_3=$.

答案：6
难度：★

解析：$a_2^2=a_1\cdot a_3=2\times8=16$，$q<0,\therefore a_2=-4,\therefore S_3=a_1+a_2+a_3=2+(-4)+8=6$

14. 已知函数$y=f(x)$的图象在点$M(1,f(1))$处的切线方程是$y=\frac{1}{2}x+2$,则$f(1)+f'(1)=$.

答案：3
难度：★

解析：$M(1,f(1))$在$y=\frac{1}{2}x+2$的图象上，$\therefore f(1)=\frac{1}{2}\times1+2=\frac{5}{2}$，且$f'(1)=\frac{1}{2}$，$\therefore f(1)+f'(1)=3$

15. 若函数$f(x)=ax+1-2a$在区间$(-1,1)$上存在一个零点，则实数a的取值范围是.

答案：$\left(\frac{1}{3},1\right)$

难度：★★

解析：$f(x)$是关于x的一次函数，只需满足$f(1)\cdot f(-1)<0$，即$(1-a)(1-3a)<0,\therefore\frac{1}{3}<a<1$

16. 函数$f(x)$在$[a,b]$上有定义，若对任意$x_1,x_2\in[a,b]$,有$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)\le\frac{1}{2}\left[f(x_1)+f(x_2)\right]$，则称$f(x)$在$[a,b]$上具有性质$P$．设$f(x)$在$[1,3]$上具有性质$P$．现给出如下结论：

① $f(x)=2x^2$在$[1,3]$上具有性质P；

② $f(x^2)$在$[1,\sqrt{3}]$上具有性质P；

③ $f(x)$在$[1,3]$上的图象是连续不断的；

④若$f(x)$在$x=2$处取得最大值1，则$f(x)=1, x\in[1,3]$；

其中正确结论的序号是.

答案：①④

难度：★★★★

解析：①显然是正确的；

②是错误的，不妨设$f(x)=-x$，很显然$f(x)$满足性质P，但$f(x^2)=-x^2$，不满足性质P；

③设$f(x)=\begin{cases} x, x\in[1,3), \\ 100, x=3, \end{cases}$满足性质$P$，但不连续；

④是正确的，$1=f(2)=f\left(\dfrac{x+4-x}{2}\right)\le\dfrac{1}{2}[f(x)+f(4-x)]$，$\therefore\begin{cases} f(x)+f(4-x)\ge 2 \\ f(x)\le f_{\max}=1 \\ f(4-x)\le f_{\max}=1 \end{cases}$，$f(x)=f(4-x)=1$

17. 已知函数$f(x)=a-\dfrac{1}{2^x+1}$.

（1）确定a的值，使$f(x)$为奇函数；

（2）当$f(x)$为奇函数时，求$f(x)$的值域.

答案：（1）$a=\dfrac{1}{2}$ （2）$(-\dfrac{1}{2},+\dfrac{1}{2})$

难度 ★

解析：（1）

$\because x\in R, f(x)$为奇函数

$\therefore f(0)=0 \therefore a=\dfrac{1}{2}$

（2）

$\because f(x)$为奇函数，$\therefore f(x)=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2^x+1}$

$2^x+1\in(0,+\infty)$

$\therefore \dfrac{1}{2^x+1}\in(0,1)$

$\therefore f(x)\in(-\dfrac{1}{2},+\dfrac{1}{2})$

18. 已知 $\{a_n\}$ 为等比数列，其前 n 项和为 S_n，且 $S_n=2^n+3\left(n\in N^*\right)$.

（1）求 a 的值及数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）若 $b_n=(2n-1)a_n$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

答案：（1）$a_n=2^{n-1}$

（2）$T_n=3+(2n-3)2^n$

难度：★★

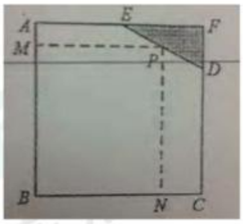
解析：（1）
$\because S_n=2^n+a$
当$n\ge 2$时，$a_n=S_n-S_{n-1}=2^n+a-(2^{n-1}+a)=2^{n-1}$
$\because \{a_n\}$为等比数列
又$\because S_1=2+a$，当$n=1$时，$a_1=S_1\ \therefore a_1=-1$

（2）
$b_n=(2n-1)a_n=(2n-1)2^{n-1}$
$T_n=1\cdot 2^0+3\cdot 2^1+\cdots+(2n-1)2^{n-1}$
$2T_n=0+1\cdot 2^1+3\cdot 2^2+\cdots+(2n-1)2^n$
$-T_n=-3+(3-2n)\cdot 2^n$
$\therefore T_n=3+(2n-3)\cdot 2^n$

19. 如图所示，已知边长为 8 米的正方形钢板有一个角被锈蚀，其中 $AE=4$ 米，$CD=6$ 米. 为了合理利用这块钢板，将五边形 $ABCDE$ 内截取一个矩形块 $BNPM$，使点 P 在边 DE 上.

（1）设 $MP=x$ 米，$PN=y$ 米，将 y 表示成 x 的函数，求该函数的解析式及定义域；

（2）求矩形 $BNPM$ 面积的最大值.



答案：（1）$y=10-\dfrac{x}{2}(4\le x\le 8)$

（2）48

难度：★★

解析：（1）以 B 为原点，建立如图所示坐标系

$\therefore D(8,6), E(4,8)$

$\therefore DE$ 的直线方程为 $y=-\frac{1}{2}x=10(4\le x\le 8)$

（2）$S_{BNPM}=x\cdot y=x\left(-\frac{1}{2}x+10\right)$

$=-\frac{1}{2}(x-10)^2=50$

当 $x=8$ 时，$S_{\max}=48$

20. 已知函数 $f(x)=(2x^2-4ax)\ln x+x^2(a>0)$.

（1）求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（2）对 $\forall x\in[1,+\infty)$，不等式 $(2x-4a)\ln x>-x$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

答案：（1）当 $0<a<\frac{1}{e}$ 时，$f(x)$ 增区间 $(0,a),\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$，减区间 $\left(a,\frac{1}{e}\right)$

当 $a=\frac{1}{e}$ 时，$f(x)$ 增区间 $(0,+\infty)$

当 $a>\frac{1}{e}$ 时，$f(x)$ 增区间 $\left(0,\frac{1}{e}\right),(a,+\infty)$，减区间 $\left(\frac{1}{e},a\right)$

（2）$a\in(0,\sqrt{e})$

难度：★★★

解析：（1）$f'(x)=4(x-a)(\ln x+1),(x>0,a>0)$

令 $f'(x)=0$，则 $x_1=a,x_2=\frac{1}{e}$

当 $0<a<\frac{1}{e}$ 时，$f(x)$ 增区间 $(0,a),\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$，减区间 $\left(a,\frac{1}{e}\right)$

当$a=\frac{1}{e}$时，$f(x)$增区间$(0,+\infty)$

当$a>\frac{1}{e}$时，$f(x)$增区间$\left(0,\frac{1}{e}\right),(a,+\infty)$，减区间$\left(\frac{1}{e},a\right)$

（2）方法一：不等式$(2x-4a)\ln x>-x$恒成立，即$a<\frac{1}{4}\left(2x+\frac{x}{\ln x}\right)$恒成立

设$g(x)=2x+\frac{x}{\ln x}$，$g'(x)=\frac{2(\ln x)^2+\ln x-1}{(\ln x)^2}=\frac{(\ln x+1)(2\ln x-1)}{(\ln x)^2}(x\geq 1)$

令$g'(x)=0$，则$x_1=\frac{1}{e},x_2=\sqrt{e}$

$g(x)$在$\left(\sqrt{e},+\infty\right)$单调递增，$[1,\sqrt{e})$单调递减

$\therefore g(x)$在$x=\sqrt{e}$上取得最小值

$\therefore g_{\min}(x)=g(1)=\sqrt{e}$

∴a的取值范围为$\left(0,\sqrt{e}\right)$

方法二：不等式$(2x-4a)\ln x>-x$恒成立，在$x\in[1,+\infty)$

即$\frac{f(x)}{x}>0$在$x\in[1,+\infty)$恒成立

$\therefore$当$0<a\leq 1$时，$f(x)\geq f(1)>0$恒成立

当$a>1$时，由（1）得$f(x)$在$(1,a)$上单调递减，$(a,+\infty)$上单调递增

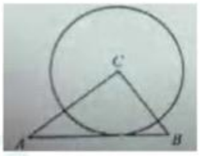
$\therefore f_{\min}(x)=f(a)=a^2\left(1-\ln a^2\right)>0$

$\therefore 0<a<\sqrt{e}$

∴a的取值范围为$\left(0,\sqrt{e}\right)$

几何证明

1. 如图，ΔABC 中，$AB=5, BC=3, AC=4$，以点 C 为圆心的圆与 AB 相切，则⊙ C 的半径为



A. 2.3
B. 2.4
C. 2.5
D. 2.6

答案：B

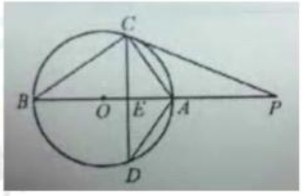
难度：★★

解析：由题知 ΔABC 为直角三角形，AB 为切线，由射影定理知 $r=2.4$

2. 如图，PC 与圆 O 相切于点 C，直线 PO 交圆 O 于 A,B 两点，弦 CD 垂直 AB 于 E，则下列结论中，错误的是

A. $\Delta BEC \backsim \Delta DEA$

B. $\angle ACE = \angle ACP$



C. $DE^2 = OE \cdot EP$

D. $PC^2 = PA \cdot AB$

答案：D

难度：★★

解析：A、同弧所对的圆周角相等，得 $\Delta BEC \sim \Delta DEA$；

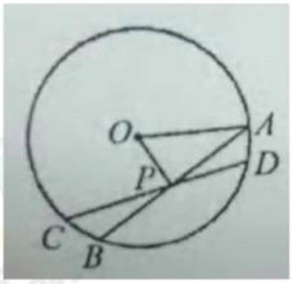
B、弦切角等于弧所对的圆周角：$\angle ACP = \angle B = \angle ADC = \angle ACD$；

C、PC 为圆 O 的切线，$\therefore OC \perp PC, \therefore CE^2 = OE \cdot PE$；

D、由切割线定理知：$PC^2 = PA \cdot PB$

3. 如图，AB, CD 是半径为 a 的圆 O 的两条弦，它们相交于 AB 的中点 P。

若 $PD = \dfrac{2a}{3}, \angle OAP = 30^\circ$，则 $CP =$（用 a 表示）.



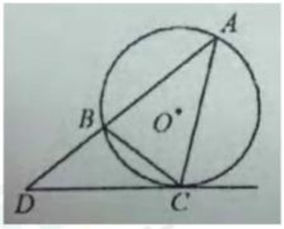
答案：$\dfrac{9}{8}a$

难度：★★★

解析：相交弦定理，垂径定理知：$OP = \dfrac{1}{2}a$，$AP = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$

$\therefore AP^2 = CP \cdot DP \therefore CP = \dfrac{9}{8}a$

4. 如图，点 A,B,C 都在⊙O上，过点 C 的切线交 AB 的延长线于点 D，若 $AB=5,BC=3,CD=6$，则线段 AC 的长为.



答案：$\frac{9}{2}$

难度：★★

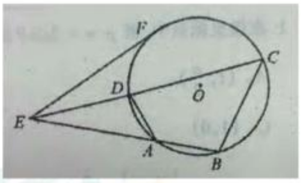
解析：由切割线定理知：$\Delta DBC \sim \Delta DCA \therefore \frac{DC}{DA}=\frac{BC}{CA}=\frac{DB}{DC}$

$\therefore BD=4, \therefore CA=\frac{9}{2}$

5. 已知四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，$AD:BC=1:2$，BA,CD 的延长线交于点 E，且 EF 切⊙O 于 F.

（1）求证：$EB=2ED$；

（2）若 $AB=2,CD=5$，求 EF 的长.



难度：★★

解析：（1）由切割线定理知：

$\Delta EDA \sim \Delta EBC \therefore \frac{ED}{EB}=\frac{DA}{BC}=\frac{1}{2} \therefore EB=2ED$；

（2）设 $ED=x, EB=2x, EA=2(x-1), EC=x+5$

由切割线定理：$EA \cdot EB=ED \cdot EC$

$\therefore 2(x-1)\cdot 2x=x(x+5) \therefore x=3$

又 $\because EF^2=EA\cdot EB=24 \therefore EF=2\sqrt{6}$

极坐标与参数方程

1. 在极坐标系中，圆 $\rho=-2\sin\theta$ 的圆心的极坐标是

$A.\left(1,\frac{\pi}{2}\right)$ $B.\left(1,-\frac{\pi}{2}\right)$ $C.(1,0)$ $D.(1,\pi)$

答案：B

难度：★

解析：$\because \rho=-2\sin\theta \therefore \rho^2=-2\rho\sin\theta$ 所以 $x^2+y^2+2y=0, x^2+(y+1)^2=1$，圆心 $(0,-1)$，极坐标为 $\left(1,-\frac{\pi}{2}\right)$

2. 若直线$l_1:\begin{cases}x=1-2t,\\y=2+kt,\end{cases}$（$t$为参数）与直线$l_2:\begin{cases}x=s,\\y=1-2s,\end{cases}$（$s$为参数）垂直，则实数$k=$

$A.\frac{1}{2}$ $B.-\frac{1}{2}$

$C.1$ $D.-1$

答案：D

难度：★

解析：因为$l_1:\begin{cases}x=1-2t,\\y=2+kt,\end{cases}$（$t$为参数）$\therefore k_{l_1}=-\frac{k}{2}$，$l_2=\begin{cases}x=s,\\y=1-2s,\end{cases}$（$s$为参数），

$\therefore k_{l_2}=-2 \therefore k_{l_1}\times k_{l_2}=\left(-\frac{k}{2}\right)\times(-2)=-1 \therefore k=-1$

3. 在极坐标系中，点$\left(2,\frac{\pi}{3}\right)$到圆$\rho=2\cos\theta$的圆心的距离为.

答案：$\sqrt{3}$

难度：★

解析：因为点$\left(2,\frac{\pi}{3}\right)$，$\therefore\begin{cases}x=1\\y=\sqrt{3}\end{cases}$，由$\rho=2\cos\theta,\rho^2=2\rho\cos\theta$，即$x^2+y^2=2x,(x-1)^2+y^2=1$，圆心$(1,0)$

$d=\sqrt{(1-1)^2+(\sqrt{3}-0)^2}=\sqrt{3}$

4. 在直角坐标系xOy中，以原点O为极点，x轴的正半轴为极轴建立直角坐标系，已知射线$\theta=\frac{\pi}{4}$与曲线$\begin{cases}x=t,\\y=(t-2)^2,\end{cases}$（$t$为参数）相交于$A,B$两点，则线段$AB$的中点的直角坐标为.

答案：$\left(\frac{5}{2},\frac{5}{2}\right)$

难度：★★

解析：由$\theta=\frac{\pi}{4}$知普通方程为$y=x(x>0)$，曲线$\begin{cases}x=t,\\y=(t-2)^2,\end{cases}$（$t$为参数）的普通方程为$y=(x-2)^2$，联立解得

$A(1,1)$，$B(4,4)$，所以线段AB的中点的直角坐标为$\left(\frac{5}{2},\frac{5}{2}\right)$。

5. 极坐标系与直角坐标系 xOy 有相同的长度单位，以原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴，已知曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$，曲线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases}x=m+t\cos\alpha,\\ y=t\sin\alpha,\end{cases}$（$t$ 为参数，$0\le\alpha<\pi$），射线 $\theta=\varphi$，$\theta=\varphi+\dfrac{\pi}{4}$，$\theta=\varphi-\dfrac{\pi}{4}$ 与曲线 C_1 交于（不包括极点 O）三点 A,B,C.

（1）求证：$|OB|+|OC|=\sqrt{2}|OA|$；

（2）当 $\varphi=\dfrac{\pi}{12}$，时，B,C 两点在曲线 C_2 上，求 m 的值.

答案：(1) 略，(2) $m=2$

难度：★★

解析：（1）根据题意得 $|OA|=\rho_A=4\cos\varphi$，$|OB|=\rho_B=4\cos\left(\varphi+\dfrac{\pi}{4}\right)=2\sqrt{2}(\cos\varphi-\sin\varphi)$，

$|OC|=\rho_C=4\cos\left(\varphi-\dfrac{\pi}{4}\right)=2\sqrt{2}(\cos\varphi+\sin\varphi)$，$\therefore |OB|+|OC|=4\sqrt{2}\cos\varphi$，所以 $|OB|+|OC|=\sqrt{2}|OA|$

（2）由题意得 B, C 的极坐标分别为 $\left(2,\dfrac{\pi}{3}\right)$，$\left(2\sqrt{3},-\dfrac{\pi}{6}\right)$，B, C 的直角坐标分别为 $(1,\sqrt{3})$，$(3,-\sqrt{3})$

B, C 的直线方程为 $y=-\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$，由题意知 C_2 过定点 $(m,0)$，代入 $y=-\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$ 得 $m=2$。

不等式

1. 不等式 $\dfrac{2}{x}<-3$ 的解集是

$A.\left(-\infty,-\dfrac{2}{3}\right)$ $B.\left(-\infty,-\dfrac{2}{3}\right)\cup(0,+\infty)$

$C.\left(-\dfrac{2}{3},0\right)\cup(0,+\infty)$ $D.\left(-\dfrac{2}{3},0\right)$

答案：D

难度：★

解析：

$\because \dfrac{2}{x}<-3$

$\therefore \dfrac{2}{x}+3<0$，则$\dfrac{3x+2}{x}<0$

解得$x\in(-\dfrac{2}{3},0)$

2. 不等式$|x+1|-|x-3|\geq 0$的解集是

$A.\left[1,+\infty\right)$ $B.\left(-\infty,-1\right]\cup\left[1,+\infty\right)$

$C.\left[-1,3\right]$ $D.\left(-\infty,1\right]$

答案:A

难度：★★

解析：

令$f(x)=|x+1|-|x-3|$

当$x<-1$时，$f(x)=-x-1-(3-x)=-4$

当$-1\leq x\leq 3$时，$f(x)=x+1-(3-x)=2x-2$

当$x>3$时，$f(x)=x+1-(x-3)=4$

画出函数的图像可得$x\in[1,+\infty)$

3. 不等式$|3x-1|\geq 2$的解集是.

答案：$(-\infty,-\dfrac{1}{3}]\cup[1,+\infty)$

难度：★

解析：

$|3x-1|\geq 2$

$\therefore 3x-1\geq 2$即$x\geq 1$，或$3x-1\leq -2$即$x\leq -\dfrac{1}{3}$

$\therefore x\in(-\infty,--\dfrac{1}{3})\cup[1,+\infty)$

4. 对于实数x,y，若$|x-1|\leq 1,|y-2|\leq 1$，则$|x-2y+1|$的最大值为.

答案：5

难度：★★

解析：

$\because |x-2y+1| = |(x-1)-2(y-1)|$

$\le |x-1| + 2|(y-2)+1|$

$\le |x-1| + 2|(y-2)| + 2$

再由$|x-1|\le 1, |(y-2)|\le 1$可得$|x-1| + 2|(y-2)| + 2 \le 1+2+2=5$

所以$|x-2y+1|$的最大值为5

5. 对于任意的实数$a(a\neq 0)$和b，不等式$|a+b|+|a-b|\ge M\cdot|a|$恒成立，记实数M的最大值是m.

（1）求m的值；

（2）解不等式$|x-1|+|x+2|\le m$.

答案：（1）$m=2$；（2）$\frac{1}{2}\le x\frac{5}{2}$

难度：★★★

解析：（1）由题：$\because |a+b|+|a-b|\ge M\cdot|a|$恒成立； 即只要左边恒小于或等于右边的最小值

$\because |a+b|-|a-b| \ge |(a+b)+(a-b)| = 2|a|$

当且仅当$(a-b)(a+b)\ge 0$时，等号成立；$\therefore M$的最大值为2

（2）由（1）得

当$x\le 1$时，$-(x-1)-(x-2)\le 2$，得$\frac{1}{2}\le x\le 1$

当$1<x<2$时，$x-1-(x-2)\le 2$，得$1<x<2$

当$x\ge 2$时，$x-1+x-2\le 2$，得$2\le x\le\frac{5}{2}$

综上所述：$\frac{1}{2}\le x\le\frac{5}{2}$

不等式解集为：$\left[\frac{1}{2},\frac{5}{2}\right]$