

2016 考研数学二真题-解答题

新东方在线

解答题：15~23 小题，共 94 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

(15) (本题满分 10 分)

(16) (本题满分 10 分)

设函数 $f(x) = \int_0^1 |t^2 - x^2| dt (x > 0)$ ，求 $f'(x)$ 并求 $f(x)$ 的最小值。

(17) (本题满分 10 分)

已知函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $(x^2 + y^2)z + \ln z + 2(x + y + 1) = 0$ 确定，求

$z = z(x, y)$

的极值。

(18) (本题满分 10 分)

设 D 是由直线 $y = 1$ ， $y = x$ ， $y = -x$ 围成的有界区域，计算二重积分

$$\iint_D \frac{x^2 - xy - y^2}{x^2 + y^2} dx dy.$$

(19) (本题满分 10 分)

已知 $y_1(x) = e^x$ ， $y_2(x) = u(x)e^x$ 是二阶微分方程 $(2x-1)y'' - (2x+1)y' + 2y = 0$ 的解，

若 $u(-1) = e$ ， $u(0) = -1$ ，求 $u(x)$ ，并写出该微分方程的通解。

(20) (本题满分 11 分)

设 D 是由曲线 $y = \sqrt{1-x^2} (0 \leq x \leq 1)$ 与 $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases} (0 \leq t \leq \frac{\pi}{2})$ 围成的平面区域，求 D

绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积和表面积。

(21)(本题满分11分)

已知 $f(x)$ 在 $[0, \frac{3\pi}{2}]$ 上连续, 在 $(0, \frac{3\pi}{2})$ 内是函数 $\frac{\cos x}{2x-3\pi}$ 的一个原函数 $f(0)=0$ 。

(I) 求 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{3\pi}{2}]$ 上的平均值;

(II) 证明 $f(x)$ 在区间 $(0, \frac{3\pi}{2})$ 内存在唯一零点。



(22)(本题满分11分)

设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1-a \\ 1 & 0 & a \\ a+1 & 1 & a+1 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2a-2 \end{pmatrix}$, 且方程组 $Ax = \beta$ 无解。

(I) 求 a 的值;



(II) 求方程组 $A^T Ax = A^T \beta$ 的通解。

(23)(本题满分11分)

已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$



(I) 求 A^{99}



(II) 设3阶矩阵 $B = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ 满足 $B^2 = BA$ 。记 $B^{100} = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$, 将 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$

分别表示为 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 的线性组合。