

宝山区 2015 学年度第一学期期末 高一年级数学学科教学质量监测试卷

本试卷共有 21 道试题，满分 100 分，考试时间 90 分钟。

考生注意：

1. 本试卷包括试题卷和答题纸两部分，答题纸另页，正反面；
2. 在本试题卷上答题无效，必须在答题纸上的规定位置按照要求答题；
3. 可使用符合规定的计算器答题。

一、填空题（本大题共有 12 题，满分 36 分）考生应在答题纸相应编号的空格内直接填写结果，每个空格填对得 3 分，否则一律得零分。

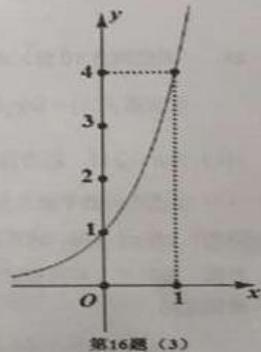
1. 设集合 $P = \{-3, 0, 2, 4\}$ ，集合 $Q = \{x | -1 < x < 3\}$ ，则 $P \cap Q = \{0, 2\}$.
2. 函数 $y = \log_2(1-x)$ 的定义域为 $x < 1$.
3. 函数 $y = x^{-2}$ 的单调递增区间为 $(-\infty, 0)$.
4. 已知正数 x, y 满足 $xy = 1$ ，则 $x^2 + y^2$ 的最小值为 2 .
5. 设 x_1 和 x_2 是方程 $x^2 + 7x + 1 = 0$ 两个根，则 $x_1^2 + x_2^2 = 47$.
6. 设常数 $a > 1$ ，则 $f(x) = -x^2 - 2ax + 1$ 在区间 $[-1, 1]$ 上的最大值为 $1 - a$.
7. 若函数 $f(x) = x^2 - mx + 3$ 在 R 上存在零点，则实数 m 的取值范围是 $(-\infty, -2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3}, +\infty)$.
8. 设命题 $\alpha: x > 0$ ，命题 $\beta: x > m$ ，若 α 是 β 的充分条件，则实数 m 的取值范围是 $(-\infty, 0]$.
9. 已知 $f(x) = x^2 + 1$ 是定义在闭区间 $[-1, a]$ 上的偶函数，则 $f(a)$ 的值为 2 .
10. 设 $\log_2 3 = t$ ， $s = \log_6 72$ ，若用含 t 的式子表示 s ，则 $s = \frac{7t}{2}$.
11. 设常数 $a \in (0, 1)$ ，已知 $f(x) = \log_a(x^2 - 2x + 6)$ 是区间 $(m, m + \frac{5}{2})$ 上的增函数，则最大负整数 m 的值为 $-\frac{3}{2}$.
12. 记 $\min\{a, b, c\}$ 为实数 a, b, c 中最小的一个。已知函数 $f(x) = -x + 1$ 图象上的点 $(x_1, x_2 + x_3)$ 满足：对一切实数 t ，不等式 $-t^2 - 2x_1 t - 2x_2^2 - x_3^2 + 4x_1^2 - 4x_2^2 \leq 0$ 均成立。如果 $\min\{-x_1, -x_2, -x_3\} = -x_1$ ，那么 x_1 的取值范围是 $x_1 \leq \frac{1}{2}$.

二、选择题（本大题共有4题，满分12分）每题有且只有一个正确答案，考生应在答题纸的相应编号上，将代表答案的小方格涂黑，选对得3分，否则一律得零分。

13. 若 $f(x) = 2x^3 + m$ 为奇函数，则实数 m 的值为..... (D)
 (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 0
14. 函数 $f(x) = x^2 - 1$ ($2 < x < 3$) 的反函数为..... (DB)
 (A) $f^{-1}(x) = \sqrt{x-1}$ ($3 < x < 8$) (B) $f^{-1}(x) = \sqrt{x+1}$ ($3 < x < 8$)
 (C) $f^{-1}(x) = \sqrt{x-1}$ ($4 < x < 9$) (D) $f^{-1}(x) = \sqrt{x+1}$ ($4 < x < 9$)
15. “ $x > y > 0, m < n < 0$ ”是“ $xm < yn$ ”的..... (A)
 (A) 充分非必要条件 (B) 必要非充分条件
 (C) 充要条件 (D) 既非充分又非必要条件

16. 给出以下命题：

- (1) 函数 $f(x) = \sqrt{x^2}$ 与函数 $g(x) = |x|$ 是同一个函数；
 (2) 函数 $f(x) = a^x + 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象恒过定点 $(0, 1)$ ；
 (3) 设指数函数 $f(x)$ 的图象如右图所示，若关于 x 的方程 $f(x) = \frac{m-1}{m+1}$ 有负数根，则实数 m 的取值范围是 $(1, +\infty)$ ；
 (4) 若 $f(x) = \begin{cases} 2^x + t & (x \geq 0) \\ g(x) & (x < 0) \end{cases}$ 为奇函数，则 $g(f(-2)) = -7$.
 (5) 设集合 $M = \{m \mid \text{函数 } f(x) = x^2 - mx + 2m \text{ 的零点为整数, } m \in \mathbb{R}\}$ ，则 M 的所有元素之和为15.



第16题(3)

- 其中所有正确命题的序号为..... (D)
 (A) (1) (2) (3) (B) (1) (3) (5)
 (C) (2) (4) (5) (D) (1) (3) (4)

三、解答题（本大题共有5题，满分52分）解答下列各题必须在答题纸相应编号的规定区域内写出必要的步骤。

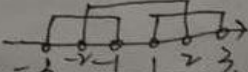
17. (本题满分8分)

解不等式组：
$$\begin{cases} \frac{2}{x-2} < -1 \Rightarrow \\ 1 < |x| < 3 \end{cases}$$

$$\frac{2}{x-2} + 1 < 0 \quad (x+2)(x-2) < 0$$

$$\frac{2+x}{x-2} < 0 \quad -2 < x < 2$$

$$1 < x < 3 \quad -3 < x < -1$$



$$(-2, -1) \cup (1, 2)$$

18. (本题满分8分) 本题共有2个小题, 第1题满分4分, 第2题满分4分.

某公司欲制作容积为 16米^3 , 高为1米的无盖长方体容器, 已知该容器的底面造价是每平方米1000元, 侧面造价是每平方米500元. 记该容器底面一边的长为 x 米, 容器的总造价为 y 元.

- (1) 试用 x 表示 y ;
 (2) 求 y 的最小值及此时该容器的底面边长.

解: (1) 用题知一边长为 x , 总高 y 元. 得另一边为 $\frac{16}{x}$.
 $16 \times 1000 + 2x \times 500 + \frac{16}{x} \times 500 \times 2$. $(16000 + 1000x + \frac{16000}{x})$

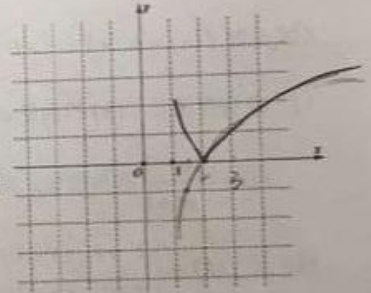
(2) ≥ 20000
 $x = 4$

19. (本题满分10分) 本题共有2个小题, 第1题满分3分, 第2题满分7分.

设函数 $f(x) = \log_2(x-a)$ ($a \in \mathbb{R}$).

(1) 当 $a=2$ 时, 解方程 $f(x) - f(x+1) = -1$; $x > 3$

(2) 如图所示的平面直角坐标系中, 每一个小方格的边长均为1. 当 $a=1$ 时, 试在该坐标系中作出函数 $y = |f(x)|$ 的简图, 并写出 (不需要证明) 它的定义域、值域、奇偶性、单调区间.



$$\log_2(x-1) \geq 0 \Rightarrow f(x) = \log_2(x-1)$$

$$x-1 \geq 1$$

$$x \geq 2$$

$$\log_2(x-1) < 0 \Rightarrow y = -\log_2(x-1)$$

$$x-1 < 1$$

$$1 < x < 2$$

$$\frac{2}{x} + x > 2\sqrt{2}$$

$$x^2 = 2x - 2$$

$$x = \pm\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}$$

20. (本题满分12分) 本题共有3个小题, 第1题满分3分, 第2题满分3分, 第3题满分6分.

设函数 $f(x)$ 是 $2x$ 与 $\frac{2a}{x}$ 的平均值 ($x \neq 0$, 且 $x, a \in \mathbb{R}$).

$$f(x) = \frac{2x + \frac{2a}{x}}{2} = \frac{2x^2 + 2a}{2x} = \frac{x^2 + a}{x}$$

(1) 当 $a=1$ 时, 求 $f(x)$ 在 $[\frac{1}{2}, 2]$ 上的值域;

(2) 若不等式 $f(2^x) < -2^x + \frac{1}{2^x} + 1$ 在 $[0, 1]$ 上恒成立, 试求实数 a 的取值范围;

(3) 设 $g(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{1+x^2}$, 是否存在正数 a , 使得对于区间 $[-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}]$ 上的任意三个实数 m, n, p , 都存在以 $f(g(m)), f(g(n)), f(g(p))$ 为边长的三角形? 若存在, 试求出这样的 a 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.

$$f(t) < -t + \frac{1}{t} + 1 \quad -t + \frac{1}{t} + 1 > f(t) \quad [0, 1]$$

$$-f(t) = 2$$

21. (本题满分14分) 本题共有3个小题, 第1题满分3分, 第2题满分5分, 第3题满分6分.

设函数 $f(x) = |f_1(x) - f_2(x)|$, 其中幂函数 $f_1(x)$ 的图象过点 $(2, \sqrt{2})$, 且函数 $f_2(x) = ax + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

(1) 当 $a=0, b=1$ 时, 写出函数 $f(x)$ 的单调区间: $(-\infty, 3) \uparrow, (3, +\infty) \downarrow$

(2) 设 μ 为常数, a 为关于 x 的偶函数 $y = \log_4[(\frac{1}{2})^x + \mu \cdot 2^x]$ ($x \in \mathbb{R}$) 的最小值, 函数 $f(x)$ 在 $[0, 4]$ 上的最大值为 $u(b)$, 求函数 $u(b)$ 的最小值;

(3) 若对于任意 $x \in [0, 1]$, 均有 $|f_2(x)| \leq 1$, 求代数式 $(a+1)(b+1)$ 的取值范围.

$$f(x) = \sqrt{2}^{3-x} - 1$$