太原市 2016 年高三年级模拟试题（一）

数学试卷(理工类)

(考试时间:下午 3:00—5:00)

注意事项:

1.本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分，第 I 卷 1 至 3 页，第 II 卷 4 7 页.

2.回答第 I 卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目涂写在答题卡上.

3.回答第 I 卷时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上的对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,写在本试卷上无效.

4.回答第 II 卷时,将答案写在答题卡相应位置上写在本试卷上无效.

5.考试结束，将本试卷和答题卡一并交回.

第 I 卷

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分.共 60 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1、 已知全集 U=$\{0,1,2,3,4,5,6\}$,集合 A=$\{0,1,3\}$,集合 B=$\{2,6\}$,则$(C_UA)\cap(C_UB)$为

A.$\{5,6\}$　　B.$\{4,5\}$

C.$(0,3)$　　D.$\{2,6\}$

答案:B

考点:集合的交、并、补的运算，基础题

解析:方法 1:$C_UA=\{2,4,5,6\}$,$C_UB=\{0,1,3,4,5\}$,二者相交为 B 选

方法 2:$(C_UA)\cap(C_UB)=C_U(A\cup B)$,为 B 选项

2、 已知 i 是虚数单位,则复数 $\frac{5+3i}{4-i}$ 的共轭复数是

A．1-i　　B.-1+i

C．1+I　　D.-1-i

答案:A

考点:复数的四则运算及共轭复数,基础题

解析: $\frac{5+3i}{4-i}=\frac{(5+3i)(4+i)}{(4-i)(4+i)}=\frac{20+5i+12i-3}{17}=1+i$,共轭复数为 A 选项

3、 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线方程是 $y=\sqrt{3}x$,它的一个焦点坐标为(2,0),则双曲线的方程为

A． $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{6}=1$　　B. $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{2}=1$

C． $x^2-\frac{y^2}{3}=1$　　D。 $\frac{x^2}{3}-y^2=1$

答案:C

考点:双曲线的基础知识,渐近线方程,a,b,c 的关系,基础题

解析:由题意得 $\frac{b}{a}=\sqrt{3},c=2,a^2+b^2=c^2$,联立.得 a=1,c=2.所以方程为 C 选项

4、 等比数列中 $\{a_n\}$,若 $a_1=1$,公比 q=2,前 n 项和为 S_n,则下列结论正确的是

A. $\exists n_0\in N^*,a_{n_0}+a_{n_0+2}=2a_{n_0+1}$　　B. $\forall n\in N^*,a_n\cdot a_{n+1}\le a_{n+2}$

C． $\forall n\in N^*,S_n<a_{n+1}$　　D. $\exists n_0\in N^*,a_{n_0}+a_{n_0+3}=a_{n_0+1}+a_{n_0+2}$

答案:C

考点:等比数列的通项、前 n 项和、性质,基础题

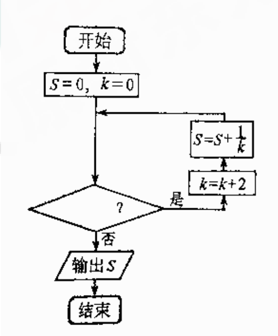
解析:A 选项, $a_{n_0+2}=a_{n_0}q^2,2a_{n_0+1}=2a_{n_0}q$ 代入式中,得,1+4=4,不成立

B 选项, $a_n \cdot a_{n+1} \le a_{n+2} = 2a_{n+1}$, 得 $a_n \le 2$,不成立

C 选项 $S_n = \dfrac{1-2^n}{1-2} < 0, a_{n+1} = 2^n > 0$,C 选项正确

D 选项用 A 同样的方法得 1+8=2+4 不成立.所以答案为 C 选项

5.执行如图所示的程序框图,所输出的 $S=\dfrac{25}{24}$,则判断框内填入的条件可以是



$A.k^{3}7$

$B.k>7$

$C.k$£8

$D.k<8$

答案：D

解析：第一步，$k=2, S=\dfrac{1}{2}$；

第二步，$k=4, S=\dfrac{3}{4}$；

第三步，$k=6, S=\dfrac{11}{12}$；

第四步，$k=8, S=\dfrac{25}{24}$。

故答案为 D

6.设函数 $f(x)=e^x+x-2, g(x)=\ln x+x^2-3$,若实数 a,b 满足 $f(a)=g(b)=0$,则

$A.f(b)<0<g(a)$ $B.g(a)<0<f(b)$ $C.0<g(a)<f(b)$ $D.f(b)<g(a)<0$

答案：B

解析：$f(0)<0, f(1)>0$，所以 $0<a<1$；

$g(1)<0, g(2)>0$，所以 $1<b<2$

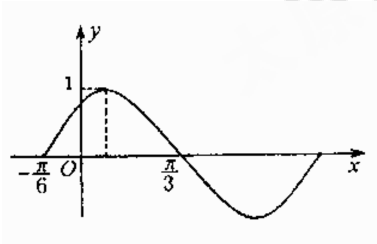
又 $f(x),g(x)$ 为增函数

所以 $g(a)<0<f(b)$

7. 函 数 $f\left(x\right)=A\sin\left(wx+j\right)\left(A>0,w>0,|j|<\frac{p}{2}\right)$ 的 部 分 图 象 如 图 所 示，若 $x_1,x_2\in\left(-\frac{p}{6},\frac{p}{3}\right)$，且

$f\left(x_1\right)=f\left(x_2\right)$,

则 $f\left(x_1+x_2\right)=$



$A.1$ $B.\frac{1}{2}$

$C.\frac{\sqrt{2}}{2}$ $D.\frac{\sqrt{3}}{2}$

答案：D

解析：由图 A=1，$\frac{T}{2}=\frac{\pi}{3}-\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{2}$，所以 $\omega=2$，又 $f\left(\frac{\pi}{12}\right)=1\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{3}$

所以 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，又 $x_1+x_2=\frac{\pi}{6}$，所以 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

8.现有 12 张不同的卡片,其中红色、黄色、蓝色、绿色卡片各 3 张.从中任取 3 张卡片,要求这 3 张卡片不同是同一种颜色,且红色卡片至多有 1 张.不同的取法种数是

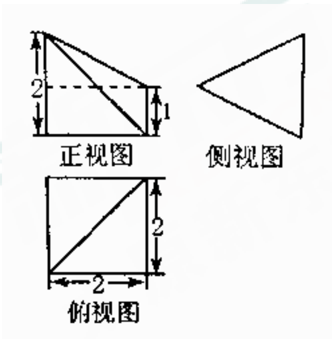
$A.135$ $B.172$ $C.189$ $D.162$

考点：排列组合

答案：C

解析：$C_{12}^3-4-C_3^2C_9^1=189$

9.某几何体的三视图如图所示,则该几何体的体积是



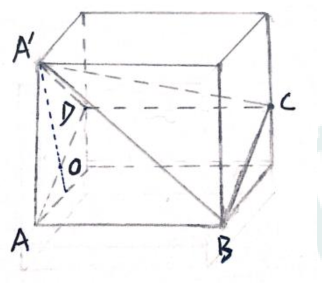
$A.2$ $B.\frac{8}{3}$

$C.4$ $D.\frac{20}{9}$

考点：三视图

答案：B

解析：如图所示，四棱锥$A^{'}-ABCD$为此三视图的直观图。



$$V_{A^{'}-ABCD}=\frac{1}{3}\cdot S_{ABCD}\cdot A^{'}O=\frac{1}{3}\cdot 2\cdot\sqrt{5}\cdot\frac{4\sqrt{5}}{5}=\frac{8}{3}$$

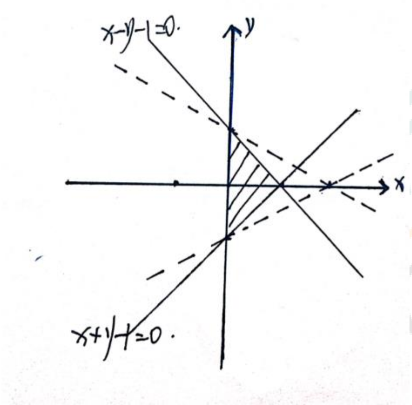
10.已知变量x,y满足约束条件$\begin{cases}x+y-1\leq 0\\ x-y-1\leq 0\\ x-a\geq 0\end{cases}$,若$\left|\frac{y}{x-2}\right|\leq\frac{1}{2}$恒成立,则实数$a$的取值范围是

$A.(0,1]$ $B.[0,1)$ $C.[0,1]$ $D.(0,1)$

考点：简单线性规划

答案：C

解析：$-\frac{1}{2}\leq\frac{y}{x-2}\leq\frac{1}{2}$，如图所示，



当$a=0$时，$\dfrac{y}{x-2}=\pm\dfrac{1}{2}$，当$a=1$时，$\dfrac{y}{x-2}=0$

11.在三棱锥$A-BCD$中,底面BCD为边长是 2 的正三角形,顶点A在底面BCD上的射影为DBCD的中心,若E为BC的中心,且直线AE与底面BCD所成角的正切值为$2\sqrt{2}$,则三棱锥$A-BCD$外接球的表面积是

$A.3p$ $B.4p$ $C.5p$ $D.6p$

答案：C

考点：几何体的外接球

解析：设△BCD的中心为O'，连接AO'，因为E是BC中点，所以中线DE必过点O'，且$EO'=\dfrac{1}{3}ED=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,因为$AO'\perp$底面$BCD$，所以直线$AE$与底面$BCD$所成角的正切值为$\angle AEO'$，$\tan\angle AEO'=\dfrac{AO'}{EO'}=2\sqrt{2},AO'=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$,外接球球心$O$在$AO'$上，由可知，$Rt\Delta AO'C$中，$AO=OC$,设$AO=r$，$OO'^2+O'C^2=OC^2$,即$\left(\dfrac{2\sqrt{6}}{3}-r\right)^2+\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2=r^2,r=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，故外接球表面积为$4\pi r^2=6\pi$.

12.若函数$f\left(x\right)=x^2+\dfrac{2}{x}-a\ln x\left(a>0\right)$有唯一零点$x_0$,且$m<x_0<n$（$m,n$为相邻整数）,则$m+n$的值为

$A.1$ $B.3$ $C.5$ $D.7$

答案：c

考点：特殊值法在零点问题小题中的应用.

解析：令 $g(x)=x^2+\frac{2}{x}, t(x)=a\ln x$ ，$g'(x)=2x-\frac{2}{x^2}=\frac{2(x^3-1)}{x^2}$ ，所以 $g(x)_{min}=g(1)=3$, $g(x)$ 在 $(0,1)$ 单调递减，$(1,+\infty)$ 单调递增，$t(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增， $t(1)=0<g(1)$ ，所以零点 $x_0>1$。分析答案知，m 可能等于 0,1,2,3 ， $f(1)=3, f(2)=5-a\ln 2, f(3)=\frac{29}{3}-a\ln 3, f(4)=\frac{33}{2}-a\ln 4$

13.若 $(a+x)(1+x)^4$ 的展开式中, x 的奇数次幂项的系数之和为 32,则展开式中 x^3 的系数为.

答案：18

考点：二项式定理求特定项

解析：$(a+x)(1+x)^4=(a+x)(x^4+4x^3+6x^2+4x+1)=x^5+(a+4)x^4+(6+4a)x^3+(6a+4)x^2+(4a+1)x+a$ ，所以 $1+6+4a+4a+1=32, a=3$ ，所以展开式中 x^3 的系数 $(6+4a)=6+4\times 3=18$.

14.圆心在曲线 $y=\frac{2}{x}(x>0)$ 上,且与直线 $2x+y+1=0$ 相切的面积最小的圆的方程为.

知识点：圆的方程

答案：$(x-1)^2+(y-2)^2=5$

解析：设圆心坐标为 $(a,\frac{2}{a})$ ，则圆心到直线的距离为 $d=\frac{2a+\frac{2}{a}+1}{\sqrt{5}}$ ，

圆的面积最小时圆的半径最小，即 $r_{\min}=\sqrt{5}$。此时圆心坐标为 $(1,2)$ ，所以圆的方程为 $(x-1)^2+(y-2)^2=5$。

15.在锐角 ΔABC 中,已知 $\angle B=\frac{\pi}{3}, \left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|=2$,则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ 的取值范围是.

知识点：平面向量数量积

答案：$(0,12)$

解析：以 B 为原点，BA 所在直线为 x 轴建立坐标系，因为 $\angle B=\frac{\pi}{3}$ ，$\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{BC}\right|=2$,所以

$C(1,\sqrt{3})$，设 $A(x,0)$ 因为 ΔABC 是锐角三角形，所以 $A+C=120°$，$\therefore 30°<a<90°$，即 A 在线段 DE 上（不与 D,E）（D,E 点分别为 X 轴上的点且 $CD\perp AB, BC\perp CE$）重合，所以 $1<x<4$。

则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=x^2-x=(x-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}$，所以 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ 范围为（0，,12）

16.若数列满足 $a_n-\left(-1\right)^n a_{n-1}=n\left(n\geq 2\right)$，$S_n$ 是 $\left\{a_n\right\}$ 的前 n 项和,则 S_{40} =.

知识点：数列与函数

答案：440

解析：由已知条件可知：$a_1=a_1, a_2=2+a_1, a_3=3-a_2=1-a_1$

……. $a_{4n-3}=a_1, a_{4n-2}=4n-2+a_1, a_{4n-1}=1-a_1, a_{4n}=4n+1-a_1$，

$\therefore S_{40}=a_1+(a_2+a_3)+\ldots+(a_{38}+a_{39})+a_{40}=a_1+3+5+\ldots+39+41-a_1$

17.已知 a,b,c 分别为锐角 ΔABC 内角 A,B,C 的对边,且 $\sqrt{3}a=2c\sin A$.

(1)求角 C；

(2)若 $c=\sqrt{7}$,且 ΔABC 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$,求 $a+b$ 的值.

考点：解正余弦定理，解三角形

(1) $\sqrt{3}a=2c\sin A$

$\sqrt{3}\sin A=2\sin C\sin A$

$\sin A\neq 0$

$\therefore \sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$C=\frac{\pi}{3}$

(2) $S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}ab\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

$ab=6$

$\cos C = \frac{1}{2} = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{a^2+b^2-7}{2ab} = \frac{(a+b)^2-2ab-7}{2ab}$

解得 a+b = 5

18.在某娱乐节目的一期比赛中,有 6 位歌手(1 至 6 号)登台演出,由现场的百家大众媒体投票选出最受欢迎的歌手,各家媒体彼此独立地在投票器上选出 3 位候选人.其中媒体甲是 1 号歌手的歌迷,必选 1 号,另在 2 号至 6 号中随机选 2 名;媒体乙不欣赏 2 号歌手,必不选 2 号,在其他 5 为歌手中随机选出 3 名;媒体丙对 6 位歌手的演唱没有偏爱,因此在 1 至 6 号歌手中随机选出 3 名.

(1)求媒体甲选中 3 号且媒体乙未选出 3 号歌手的概率;

(2)X 表示 3 号歌手得到甲、乙、丙的票数之和,求 X 得分布列及数学期望.

考点：古典概型，独立事件概率

(1)$P_{甲中3} \cdot P_{乙未中3} = \frac{2}{5}\left(1-\frac{3}{5}\right) = \frac{4}{25}$

(2)$P_{(0)} = \left(1-\frac{2}{5}\right)\left(1-\frac{3}{5}\right)\left(1-\frac{3}{6}\right) = \frac{3}{25}$

$P_{(1)} = \frac{2}{5}\left(1-\frac{3}{5}\right)\left(1-\frac{3}{6}\right) + \left(1-\frac{2}{5}\right)\frac{3}{5}\left(1-\frac{3}{6}\right) + \left(1-\frac{2}{5}\right)\left(1-\frac{3}{5}\right)\frac{3}{6} = \frac{19}{50}$

$P_{(2)} = \left(1-\frac{2}{5}\right)\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{6} + \frac{2}{5}\left(1-\frac{3}{5}\right)\frac{3}{6} + \frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}\left(1-\frac{3}{6}\right) = \frac{19}{50}$

$P_{(3)} = \frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{6} = \frac{3}{25}$

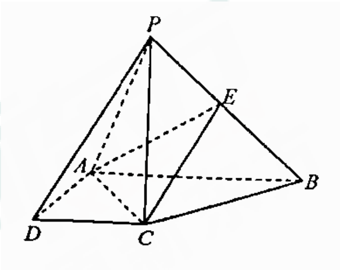
X	0	1	2	3
P	$\frac{3}{25}$	$\frac{19}{50}$	$\frac{19}{50}$	$\frac{3}{25}$

$E_X = 0 \times \frac{3}{25} + 1 \times \frac{19}{50} + 2 \times \frac{19}{50} + 3 \times \frac{3}{25} = \frac{3}{2}$

19. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PC\perp$ 底面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 是直角梯形，

$AB\perp AD, AB // CD, AB=2AD=2CD=2,$

E 是 PB 上的一点.



(1)求证:平面 $EAC\perp$ 平面 PBC;

(2)若 E 是 PB 的中点,且二面角 $P-AC-E$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$,

求直线 PA 与平面 EAC 所成角的正弦值.

知识点：立体几何 面面垂直，二面角，线面角

解析：

（1）$\because PC\perp$ 面ABCD　　$\therefore$ PC$\perp$AC

取 AB 中点 F，连接 CF。由 ABCD 为直角梯形，$AB=CD=1$，可得 $CF=BF=1$

$\therefore \angle B=\angle CAB=45^0$　　$\therefore \angle ACB=90^0$；即 $AC\perp BC$

$\because PC\cap BC=\{B\}$　$PC,BC\subset$ 面PBC　　$\therefore AC\perp$ 面PBC

又 $\because AC\subset$ 面EAC　$\therefore$ 面$EAC\perp$ 面PBC

（2）以 A 为原点，AD，AB，PC 平行方向为 x,y,z 轴建立空间直角坐标系

设 $PC=h$，则 $A(0,0,0)$ $B(0,2,0)$ $C(1,1,0)$ $P(1,1,h)$ $E(\frac{1}{2},\frac{3}{2},\frac{h}{2})$

$AP(1,1,h)$ $AC(1,1,0)$ $AE(\frac{1}{2},\frac{3}{2},\frac{h}{2})$

设面 PAC 的法向量为 $n_1(x,y,z)$，则 $n_1\perp AP, n_1\perp AC$

即 $\begin{cases}x+y+hz=0\\x+y=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}z=0\\x=-y\end{cases}$　　$\therefore n_1=(1,-1,0)$

设面 EAC 的法向量为 $n_2(x,y,z)$，则 $n_1\perp AC, n_1\perp AE$

即$\begin{cases} x+y=0 \\ \frac{1}{2}x+\frac{3}{2}y+\frac{h}{2}z=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2-y \\ z=-\frac{2}{h}y \end{cases}$ $\quad \therefore n_1=(1,-1,\frac{h}{2})$

由题知，$\cos\theta=\frac{n_1\cdot n_2}{|n_1|\cdot|n_2|}=\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2+\frac{4}{h^2}}} \Rightarrow h=2$

$\therefore P(1,1,2), AP=(1,1,2), n_2=(1,-1,1)$

$\therefore$ 线面角 $\sin\varphi=\frac{|n_2\cdot AP|}{|n_2|\cdot|AP|}=\frac{\sqrt{2}}{3}$

20.已知椭圆 C 的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$,点 A,B,F 分别为椭圆的右顶点、上顶点和右焦点,且$S_{\Delta ABF}=1-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)已知直线$l: y=kx+m$被圆$O: x^2+y^2=4$所截得的弦长为$2\sqrt{3}$,若直线l与椭圆 C 交于 M,N 两点,求ΔOMN面积的最大值.

已知椭圆 C 的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$,点 A,B,F 分别为椭圆的右顶点、上顶点和右焦点,且$S_{\Delta ABF}=1-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)已知直线$l: y=kx+m$被圆$O: x^2+y^2=4$所截得的弦长为$2\sqrt{3}$,若直线l与椭圆 C 交于 M,N 两点,求ΔOMN面积的最大值.

解析:（1）设方程为$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$,则$A(a,0), B(0,b), F(c,0)$。

$\because$ 椭圆C的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore \frac{a^2-b^2}{a^2}=\frac{3}{4}$

$\therefore a=2b, \therefore c=\sqrt{3}b$ ①

$\because S_{\Delta ABF}=\dfrac{1}{2}(a-c)b=1-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ②

$\therefore$ 联立①②，解得 $b=1, c=\sqrt{3}$

$\therefore a=2$

$\therefore$ 椭圆的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$；

（2）圆 O 的圆心为坐标原点，半径为2,

$\because$ 直线 $l: y=kx+m$ 被圆 $O: x^2+y^2=4$ 所截弦长为 $2\sqrt{3}$，

$\therefore \dfrac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}=1$

$\therefore m^2=1+k^2$ ③

直线 l 代入椭圆方程，可得 $(\dfrac{1}{4}+k^2)x^2+2kmx+m^2-1=0$

设 $M(x_1,y_1), N(x_2,y_2)$, 则 $x_1+x_2=\dfrac{-8km}{4k^2+1}, x_1x_2=\dfrac{4m^2-4}{4k^2+1}$

$\therefore |x_1-x_2|^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=\dfrac{16(4k^2-m^2+1)}{(4k^2+1)^2}$ ④

③代入④可得 $|x_1-x_2|^2=\dfrac{48k^2}{(4k^2+1)}, \therefore |x_1-x_2|=\dfrac{4\sqrt{3}|k|}{4k^2+1}$，

$\therefore |MN|=\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|=\dfrac{4\sqrt{3k^2(k^2+1)}}{4k^2+1}$

$\therefore S_{\Delta OMN}=\dfrac{1}{2}|MN|d=\dfrac{2\sqrt{3k^2(k^2+1)}}{4k^2+1}$

令 $t=4k^2+1\ge 1$, 则 $k^2=\dfrac{t-1}{4}$

代入上式的，$S=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{-(\dfrac{1}{t}-\dfrac{1}{3})^2+\dfrac{4}{9}}$

$\therefore t=3,即4k^2+1=3,解得k=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}时，S取得最大值为1。$

21.已知函数 $f(x)=\ln(x+1)-x$.

(1)若 $k\in Z$,且 $f(x-1)+x>k\left(1-\frac{3}{x}\right)$ 对任意 $x>1$ 恒成立,求 k 的最大值;

(2)证明:对于 $(0,1)$ 中的任意一个常数 a,存在正数 x_0,使得 $e^{f(x_0)}<1-\frac{a}{2}x_0^2$.

（1）由题知 $\ln x-(x-1)+x>k(1-\frac{3}{x})$

$\therefore x\ln x+x-kx+3k>0$

令 $g(x)=x\ln x+x-kx+3k$

则 $g'(x)=x\ln x+1+1-k=\ln x+2-k$

$\because x>1$
$\therefore \ln x>0$

若 $k\le 2$，则 $g'(x)>0$ 恒成立，即 $g(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

$\because g(1)=1+2k\ge 0$ $\therefore k\ge -\frac{1}{2}$ $\therefore -\frac{1}{2}\le k\le 2$，此时 k 的最大值为 2

若 $k>2$，$\ln x+2-k>0$，$x>e^{k-2}$

故 $g(x)$ 在 $(1,e^{k-2})$ 上单调递减，在 $(e^{k-2},+\infty)$ 上单调递增

$\therefore g_{\min}(x)=g(e^{k-2})=3k-e^{k-2}$

令 $h(k)=3k-e^{k-2}$，$h'(k)=3-e^{k-2}$ $\therefore h(k)$ 在 $(2,2+\ln 3)$ 上单调递增，在 $(2+\ln 3,+\infty)$ 上单调递减，而 $h(4)>0,h(5)<0$，故 k 的最大值为 4。

（2）假设存在 x_0 使得 $e^{f(x_0)}<1-\frac{a}{2}x_0{}^2$，即 $\frac{a}{2}x_0{}^2+\frac{x_0+1}{e^{x_0}}-1<0$

令 $h(x_0)=\frac{a}{2}{x_0}^2+\frac{x_0+1}{e^{x_0}}-1<0$，则 $h'(x_0)=ax_0-\frac{x_0}{e^{x_0}}=x_0(a-\frac{1}{e^{x_0}})$，

令 $h'(x_0)=0$，则 $x_0=-\ln a$，

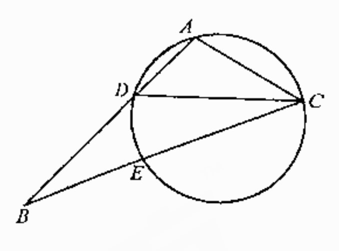
当 $0<x_0<-\ln a$时，$h'(x_0)<0$，当 $x_0>-\ln a$时，$h'(x_0)>0$，

$\therefore h_{\min}(x_0)=h(-\ln a)=\frac{a}{2}(-\ln a)^2+a\ln a+a-1$

22.如图,在$\triangle ABC$中,CD是$\angle ACB$的角平分线,$\triangle ADC$的外接圆交BC与点E,$AB=2AC$.

(1)求证:$BE=2AD$;

(2)当$AC=3,EC=6$时,求AD的长.



解 析 ：(1) 连 接 DE ，$\because ACED$ 是 圆 内 接 四 边 形 ，

$\therefore \angle BDE=\angle BCA$

又$\therefore \angle DBE=\angle CBA, \therefore \Delta DBE\sim\Delta CBA$，即有$\frac{BE}{BA}=\frac{DE}{DA}$

又$\because AB=2AC, \therefore BE=2DE$　又$\because$ CD 是$\angle ACB$的角平分线

$\therefore AD=DE, \therefore BE=2AD$

（2）由条件知 $AB=2AC=6$, 设$AD=t$, 则$BE=2t, BC=2t+6$

根据割线定理得 $BD\cdot BA=BE\cdot BC$, 即$(6-t)\times t=2t\cdot(2t+6)$

即 $2t^2+9t-18=0$, 解得$t=\frac{3}{2}$或$t=-6$(舍去)，则 $AD=\frac{3}{2}$

答 案 ：$AD=\frac{3}{2}$

23.在平面直角坐标系 xOy 中,以 O 为极点,x 轴的非负半轴为极轴建立的极坐标系中,直线 l 的极坐标方程为 $q=\frac{p}{4}\left(r\ \hat{\imath}\ R\right)$,

曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=\sqrt{2}\cos q \\ y=\sin q \end{cases}$.

(1)写出直线 l 及曲线 C 的直角坐标方程;

(2)过点 M 平行于直线 l 的直线与曲线 C 交于 A,B 两点,若 $\left|MA\right|\cdot\left|MB\right|=\frac{8}{3}$,求点 M 轨迹的直角坐标方程.

解析：（1）由题得直线 l 的直角坐标方程为 $y=x$，曲线 C 的直角坐标方程为 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$。

（2）设点 $M\left(x_0,y_0\right)$，则过点 $M\left(x_0,y_0\right)$ 且与直线 l 平行的直线 l' 的参数方程为 $\begin{cases} x=x_0+\frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y=y_0+\frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$（$t$ 为参数），由题，将直线 l' 的参数方程代入 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 整理得 $\frac{3}{2}t^2+\left(\sqrt{2}x_0+2\sqrt{2}y_0\right)t+\left(x_0^2+2y_0^2-2\right)=0$

则 $t_1\cdot t_2=\frac{x_0^2+2y_0^2-2}{\frac{3}{2}}=\frac{2}{3}\left(x_0^2+2y_0^2-2\right)$

$\therefore \left|MA\right|\cdot\left|MB\right|=\frac{2}{3}\left|x_0^2+2y_0^2-2\right|$， $\because \left|MA\right|\cdot\left|MB\right|=\frac{8}{3}$， $\therefore \frac{2}{3}\left|x_0^2+2y_0^2-2\right|=\frac{8}{3}$，$\therefore \left|x_0^2+2y_0^2-2\right|=4$,

$\therefore x_0^2+2y_0^2=6$ 或 $x_0^2+2y_0^2=-2$（舍去）

$\therefore \frac{x_0^2}{6}+\frac{y_0^2}{3}=1$，表示椭圆。

取 $y=x+m$ 代入 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 得 $3x^2+4mx+2m^2-2=0$，由 $\Delta>0$ 得 $-\sqrt{3}<m<\sqrt{3}$

所以，点 M 轨迹是椭圆 $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$ 夹在平行直线 $y=x\pm\sqrt{3}$ 之间的两段椭圆弧。

24.已知函数 $f\left(x\right)=\left|2x-a\right|+\left|2x+3\right|$,$g\left(x\right)=\left|x-1\right|+2$

(1)解不等式:$\left|g\left(x\right)\right|<5$;

(2)若对于任意的 x_1 Î R,都有 x_2 Î R,使得 $f\left(x_1\right)=g\left(x_2\right)$成立,求实数 a 的取值范围.

答案: $x\in\left(-2,4\right)$, $a\geq -1$ 或 $a\leq -5$

考点：绝对值不等式的求解和含参范围的求解

解析：(1)因为 $\left|\left|x-1\right|+2\right|<5$ ，得 $-5<\left|x-1\right|+2<5$ ，所以， $-7<\left|x-1\right|<3$ ， $-2<x<4$ ，故 $x\in\left(-2,4\right)$.

(2) 对于任意的 $x_1\in R$,都有 $x_2\in R$,使得 $f(x_1)=g(x_2)$ 成立，可知 $\{y\,|\,y=f(x)\}\subseteq\{y\,|\,y=g(x)\}$

$f(x)=|2x-a|+|2x-3|\geq|2x-a-(2x+3)|=|a+3|$ ， $g(x)=|x-1|+2\geq 2$

所以， $|a+3|\geq 2$

$a\geq -1$ 或 $a\leq -5$