长春市普通高中 2016 届高三质量监测（三）
数学(文科)参考答案及评分参考

一、选择题(本大题包括 12 小题，每小题 5 分，共 60 分)

1. B	2. B	3. B	4. B	5. C	6. D
7. D	8. A	9. A	10. D	11.C	12. C

简答与提示：

1. 【命题意图】本题主要考查集合的交运算，属于基础题.

【试题解析】B　由题意可知 $A\cap B=\{x|-1<x<2\}$. 故选 B.

2. 【命题意图】本题考查复平面上的点与复数的关系，属于基础题.

【试题解析】B　由复数 z_1,z_2 在复平面内对应的点关于虚轴对称，所以实部相反，虚部相同，则复数 $z_2=-2+i$. 故选 B.

3. 【命题意图】本题主要考查平面向量的运算性质.

【试题解析】B　由题可知 $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}=(2,1)$, 得 $|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|=\sqrt{5}$，故选 B.

4. 【命题意图】本题考查分段函数及指数、对数运算，是一道基础题.

【试题解析】B　$f(\frac{1}{5})=-1, f(-1)=\frac{1}{2}$. 故选 B.

5. 【命题意图】本题考查三角函数定义及恒等变换.

【试题解析】C　由三角函数定义 $\sin\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5},\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$，或 $\sin\alpha=-\frac{2\sqrt{5}}{5},\cos\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{5}$，故 $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{4}{5}$. 故选 C.

6. 【命题意图】本题考查回归直线的基本内容，属于基础题.

【试题解析】D　由数据可知 $\overline{x}=10,\overline{y}=8$, 将 $(\overline{x},\overline{y})$ 代入回归直线方程，可得 $b=-3.2$，故当价格提高到 12 元时， $\hat{y}=1.6$.故选 D.

7. 【命题意图】本题主要考查解三角形的相关知识，是一道基础题.

【试题解析】D　由题可知， $\sin 2A=\sin 2B$，所以 $A=B$ 或 $2A+2B=\pi$，因此此三角形为等腰三角形或直角三角形. 故选 D.

8. 【命题意图】本题主要考查四棱锥的体积，考查空间想象能力，属于基础题.

【试题解析】A　该几何体可以看成由两个四棱锥组成，每个四棱锥的底面面积为 9，高为 3，故其体积为 9，所以整个几何体体积为 18. 故选 A.

9. 【命题意图】本题考查程序框图及进位制，属基础题.

【试题解析】A　由题意知 $b=1\times2^0+1\times2^1+0\times2^2+0\times2^3+1\times2^4+1\times2^5=51$. 故选 A.

10. 【命题意图】本题主要考查三角函数的图像及性质，是一道中档题.

【试题解析】D　由题可知，$\varphi=-\frac{\pi}{3}$，从而 $f(x)=\sin(x-\frac{\pi}{3})$，则该函数在 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

的最小值为$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. 故选 D.

11. 【命题意图】本题是考查双曲线性质的中档题.

【试题解析】C　由题可知$|MF|=\dfrac{b^2}{a}=b, a=b$，所以离心率为$\sqrt{2}$. 故选 C.

12. 【命题意图】本题是函数性质综合运用题，是一道较难题.

【试题解析】C　由题可知函数在$(-\infty,+\infty)$上单调递增，所求不等式等价于$|f(\ln x)|<f(1)$，从而$f(-1)<f(\ln x)<f(1)$，进而$-1<\ln x<1$，所以$\dfrac{1}{e}<x<e$. 故选 C.

二、填空题(本大题包括 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13. 4　　14. $y=-x$　　15. 24　　16. 36π

简答与提示：

13. 【命题意图】本题主要考查线性规划问题，是一道常规题. 从二元一次方程组到可行域，再结合目标函数的几何意义，全面地进行考查.

【试题解析】令$z=2x+y$，根据可行域及z的几何意义，可确定最优解为$(2,0)$，从而$2x+y$的最大值为 4.

14. 【命题意图】本题考查导数的几何意义.

【试题解析】由题意$P(0,0)$，$f'(x)=-e^x, f'(0)=-1$，从而曲线在点P处的切线方程为$y=-x$.

15. 【命题意图】本题考查椭圆的定义.

【试题解析】由题意知$l: y=\sqrt{3}x-9$过椭圆的右焦点F_2，从而ΔABF_1的周长为$AF_1+AF_2+BF_1+BF_2=4a=24$.

16. 【命题意图】本题求四棱锥外接球表面积运算，是一道较难题.

【试题解析】由题意可求出外接球的半径为 3，故其表面积为36π.

三、解答题(本大题必做题 5 小题，三选一选 1 小题，共 70 分)

17. (本小题满分12分)

【命题意图】本小题主要考查等差数列的通项公式，前n项和公式，是一道基础题.

【试题解析】解: (1) 由题意可求得$\begin{cases}4a_1+6d=4(a_1+2d+1)\\3(a_1+2d)=5(a_1+3d)\end{cases}$，解得$a_1=9, d=-2$，

所以$a_n=11-2n$.　　(6 分)

(2) 设$\{a_n\}$的前n项和为S_n，则$S_n=10n-n^2$，设$\{|a_n|\}$的前n项和为T_n，

当$n\le 5$时，$a_n>0, T_n=S_n=10n-n^2$，

当$n\ge 6$时，$T_n=S_5-a_6-a_7-\cdots-a_n=S_5-(S_n-S_5)=2S_5-S_n=n^2-10n+50$

综上得 $T_n=\begin{cases}10n-n^2, n\le 5\\ n^2-10n+50, n\ge 6\end{cases}$.　　(12 分)

18. (本小题满分12分)

【命题意图】本小题主要考查统计与概率的相关知识，包括茎叶图、概率. 本题主要考查学生数据处理能力.

【试题解析】(1) 女生立定跳远成绩的中位数 $\frac{165+168}{2}=166.5\,\text{cm}$.　　（3 分）

(2) 男生中成绩“合格”和“不合格”人数比为 $8:4$，用分层抽样的方法抽取 6 个人，则抽取成绩“合格”人数为 4 人；　　（3 分）

(3) 由(2)设成绩“合格”的 4 人为 A，B，C，D，成绩“不合格”的 2 人为 a,b，从中选出 2 人有（A,B)，(A,C)，(A,D)，(A,a)，(A,b)，(B,C)，(B,D)，(B,a)，(B,b)，(C,D)，(C,a)，(C,b)，(D,a)，(D,b)，(a,b)，共 15 种，其中恰有 1 人成绩“合格”的有（A,a)，(A,b)，(B,a)，(B,b)，(C,a)，(C,b)，(D,a)，(D,b)，共 8 种，故所求事件概率为 $\frac{8}{15}$.　　(12 分)

19. (本小题满分 12 分)

【命题意图】本小题主要考查立体几何的相关知识. 本小题对考生的空间想象能力与运算求解能力有较高要求.

【试题解析】解：(1) 过点 M 作 $MP\perp EF$ 于点 P，过点 N 作 $NQ\perp FD$ 于点 Q，连接 PQ. 由题意，平面 $EFCB\perp$ 平面 $EFDA$，所以 $MP\perp$ 平面 $EFDA$

且 $MP=\frac{BE+CF}{2}=2$，因为 $CF\perp EF, DF\perp EF$，所以 $EF\perp$ 平面 CFD，所以 $NQ\perp EF$，由 $NQ\perp FD$，所以 $NQ\perp$ 平面 EFD，又 $CN=\frac{1}{2}NI$，所以 $NQ=\frac{2}{3}CF=2$，即 $MP// NQ, MP=NQ$，则 $MN // PQ$，由 $MN\not\subset$ 平面 $ADFE$，$PQ\subset$ 平面 $ADFE$，所以 $MN //$ 平面 $ADFE$　　（6 分）

(2) 由题意可求得 $AD=AN=DN=2\sqrt{2}$，所以 $S_{\Delta AND}=2\sqrt{3}$，N 到平面 AFD 的距离为 2，$S_{\Delta AFD}=3$，所以三棱锥 $F-ADN$ 的高 $h=\frac{2S_{\Delta AFD}}{S_{\Delta AND}}=\sqrt{3}$.　　(12 分)

20. (本小题满分 12 分)

【命题意图】本小题主要考查直线与圆锥曲线的综合应用能力，具体涉及到抛物线的方程，直线与圆锥曲线的相关知识. 本小题对考生的化归与转化思想、运算求解能

力都有很高要求.

【试题解析】解：(1) 设 $M(x,y)$，有 $P(x,2y)$，将 P 代入 $x^2=2y$，得 $x^2=4y$，从而点 M 的轨迹 E 的方程为 $x^2=4y$.（4 分）

(2) 设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，联立 $\begin{cases} y=k(x-4)+5 \\ x^2=4y \end{cases}$，得 $x^2-4kx+16k-20=0$，

则 $\begin{cases} x_1+x_2=4k \\ x_1x_2=16k-20 \end{cases}$，因为 $k_1=\dfrac{y_1-4}{x_1+4},k_2=\dfrac{y_2-4}{x_2+4}$，所以

$k_1\cdot k_2=\dfrac{(kx_1-4k+1)(kx_2-4k+1)}{(x_1+4)(x_2+4)}=-\dfrac{1}{4}$.（12 分）

21. (本小题满分 12 分)

【命题意图】本题主要考查函数与导数的综合应用能力，具体涉及到用导数来描述原函数的单调性等情况. 本题对考生的逻辑推理与运算求解能力有较高要求.

【试题解析】解(1) 因为 $f(x)=\ln x-ax$，则 $f'(x)=\dfrac{1}{x}-a=\dfrac{1-ax}{x}$，

若函数 $f(x)=\ln x-ax$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，则 $1-ax\le 0$ 在 $(1,+\infty)$ 上恒成立，

即当 $x>1$ 时 $a>\dfrac{1}{x}$ 恒成立，所以 $a\ge 1$.（6 分）

(2) 证明：根据题意，$g(x)=\ln x+\dfrac{1}{2x}-m(x>0)$，

因为 x_1，x_2 是函数 $g(x)=\ln x+\dfrac{1}{2x}-m$ 的两个零点，

所以 $\ln x_1+\dfrac{1}{2x_1}-m=0$，$\ln x_2+\dfrac{1}{2x_2}-m=0$.两式相减，可得 $\ln\dfrac{x_1}{x_2}=\dfrac{1}{2x_2}-\dfrac{1}{2x_1}$

即 $\ln\dfrac{x_1}{x_2}=\dfrac{x_1-x_2}{2x_2x_1}$，故 $x_1x_2=\dfrac{x_1-x_2}{2\ln\dfrac{x_1}{x_2}}$.那么 $x_1=\dfrac{\dfrac{x_1}{x_2}-1}{2\ln\dfrac{x_1}{x_2}}$，$x_2=\dfrac{1-\dfrac{x_2}{x_1}}{2\ln\dfrac{x_1}{x_2}}$.

令 $t=\dfrac{x_1}{x_2}$，其中 $0<t<1$，则 $x_1+x_2=\dfrac{t-1}{2\ln t}+\dfrac{1-\dfrac{1}{t}}{2\ln t}=\dfrac{t-\dfrac{1}{t}}{2\ln t}$.

构造函数 $h(t)=t-\dfrac{1}{t}-2\ln t\ \ (0<t<1)$，则 $h'(t)=\dfrac{(t-1)^2}{t^2}$.

因为 $0<t<1$，所以 $h'(t)>0$ 恒成立，故 $h(t)<h(1)$，即 $t-\dfrac{1}{t}-2\ln t<0$.

由 $\ln t<0$，可知 $\dfrac{t-\frac{1}{t}}{2\ln t}>1$，故 $x_1+x_2>1$.　　　　(12 分)

22. (本小题满分 10 分)

【命题意图】本小题主要考查平面几何的证明，具体涉及到切割线定理以及三角形相似等内容. 本小题重点考查考生对平面几何推理能力.

【试题解析】解(1) 由 $BC=CD$ 可知，$\angle BAC=\angle DAC$，在 $\triangle ABD$ 中，则

$\dfrac{AB}{BM}=\dfrac{AD}{DM}$，因此 $AB\cdot MD=AD\cdot BM$；　　　　(5 分)

(2) 由 $CP\cdot MD=CB\cdot BM$ 可知 $\dfrac{CP}{CB}=\dfrac{BM}{MD}$，又由(1)可知 $\dfrac{BM}{MD}=\dfrac{AB}{AD}$，则

$\dfrac{CP}{CB}=\dfrac{AB}{AD}$，由题意 $\angle BAD=\angle PCB$，可得 $\triangle BAD\backsim\triangle PCB$，则

$\angle ADB=\angle CBP$，又 $\angle ADB=\angle ACB$，即 $\angle CBP=\angle ACB$，

又 PB 为圆 O 的切线，则 $\angle CBP=\angle CAB$，因此 $\angle ACB=\angle CAB$，

即 $AB=AC$.　　　　(10 分)

23. (本小题满分 10 分)

【命题意图】本小题主要考查极坐标系与参数方程的相关知识，具体涉及到极坐标方程与平面直角坐标方程的互化、利用直线的参数方程的几何意义求解直线与曲线交点的距离等内容. 本小题考查考生的方程思想与数形结合思想，对运算求解能力有一定要求.

【试题解析】解(1) 已知曲线 C 的标准方程为 $\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{4}=1$，

则其左焦点为 $(-2\sqrt{2},0)$，则 $m=-2\sqrt{2}$，

将直线 l 的参数方程 $\begin{cases}x=-2\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$ 与曲线 C 的方程 $\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 联立，

得 $t^2-2t-2=0$，则 $|FA|\cdot|FB|=|t_1t_2|=2$.　　　　(5 分)

(2) 由曲线 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{4}=1$，可设曲线 C 上的定点 $P(2\sqrt{3}\cos\theta,2\sin\theta)$

则以 P 为顶点的内接矩形周长为

$$4\times(2\sqrt{3}\cos\theta+2\sin\theta)=16\sin(\theta+\frac{\pi}{3})(0<\theta<\frac{\pi}{2}),$$

因此该内接矩形周长的最大值为 16.　　　　(10 分)

24. (本小题满分 10 分)

【命题意图】本小题主要考查不等式的相关知识，具体涉及到绝对值不等式及不等式证明等内容. 本小题重点考查考生的化归与转化思想.

【试题解析】(1) 令 $f(x)=|x-1|-|x-2|=\begin{cases}-1, x\le 1\\ 2x-3, 1<x<2\\ 1, x\ge 2\end{cases}$，则 $-1\le f(x)\le 1$，

由于 $\exists x_0\in\mathbf{R}$ 使不等式 $|x-1|-|x-2|\geqslant t$ 成立，有 $t\in T=\{t\,|\,t\le 1\}$.　　(5 分)

(2) 由(1)知，$\log_3 m\cdot\log_3 n\geqslant 1$，

根据基本不等式 $\log_3 m+\log_3 n\ge 2\sqrt{\log_3 m\log_3 n}\ge 2$

从而 $mn\ge 3^2$ 当且仅当 $m=n=3$ 时取等号，

再根据基本不等式 $m+n\ge 2\sqrt{mn}\ge 6$ 当且仅当 $m=n=3$ 时取等号，

所以 $m+n$ 的最小值为 6.　　(10 分)