太原市 2016 年初中毕业班综合测试(一)

数学试卷及答案

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

1、3 的相反数是(　　)

A. -3　　B.3　　C. $\frac{1}{3}$　　D. -$\frac{1}{3}$

答案：A

考点：相反数的定义

2、下列运算正确的是（　　）

A. $x^2+x^3=x^6$　　B. $2x+3y=5xy$　　C. $\left(x^3\right)^2=x^6$　　D. $x^6\div x^3=x^2$

答案：C

考点：整式的乘除

3、从《山西省页岩气地质调查与评价》获悉，我省页岩气资源储量约为 4.44 万亿立方米,把 4.44 万亿用科学计数法表示为（　　）

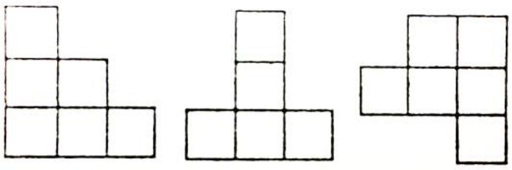
A. 4.44×10^{8}　　B. 4.44×10^{10}　　C. 4.44×10^{11}　　D. 4.44×10^{12}

答案：D

考点：科学计数法

4、小明帮助做生意的父亲整理仓库，在仓库的一角整齐地堆放着若干个相同的正方体货箱，如图是小明画出的这堆货箱的三种视图，这堆正方体货箱共有（　　）

A.11 箱　　B.10 箱　　C.9 箱　　D.8 箱



左视图　主视图　俯视图

答案：C

考点：三视图

5、小明从一副扑克牌中取出 3 张红桃，2 张黑桃共 5 张牌与弟弟做游戏，把这 5 张牌背面朝上洗匀后放在桌子上，小明与弟弟同时各抽一张，两人抽到花色相同的概率是（　　）

A. $\frac{1}{5}$　B. $\frac{1}{3}$　C. $\frac{1}{2}$　D. $\frac{2}{5}$

答案：D

考点：概率

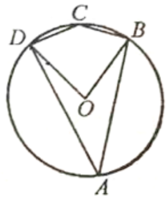
解析：列表格如下

	红桃	红桃	红桃	黑桃	黑桃
红桃		（红，红）	（红，红）	（黑，红）	（黑，红）
红桃	（红，红）		（红，红）	（黑，红）	（黑，红）
红桃	（红，红）	（红，红）		（黑，红）	（黑，红）
黑桃	（红，黑）	（红，黑）	（红，黑）		（黑，黑）
黑桃	（红，黑）	（红，黑）	（红，黑）	（黑，黑）	

∴一共有 20 种等可能性情况，两人抽到花色相同的概率有 8 种，所以概率为 $\frac{2}{5}$.

6、如图，四边形 ABCD 是圆 O 的内接四边形，若∠C=140°，则∠BOD 的度数为（　　）

A.70°　B.80°　C.90°　D.100°



答案：B

考点：圆的内接四边形，圆周角，圆心角

解析：∵四边形 ABCD 是圆 O 的内接四边形

∴∠C+∠A=180°∠C=140°

∴∠A=40°

∵∠A 和∠BOD 是同弧所对的圆周角和圆心角

∴∠BOD=2∠A =80°

7、解分式方程 $\frac{1}{x-1}+\frac{2x}{x+1}=2$时，在方程的两边同时乘以(x-1)(x+1)，把原方程化为 x+1+2x(x-1) =

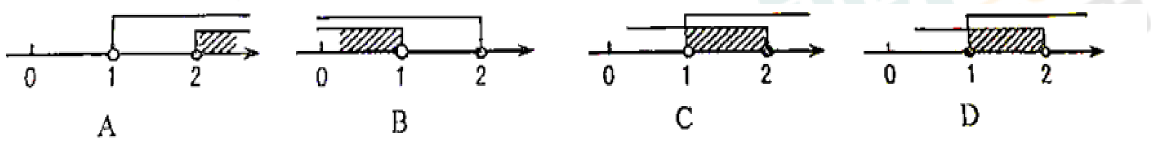
2（x-1）(x+1).这一变形过程体现的数学思想主要是（　　）

A.类比思想　　B.转化思想　　C.方程思想　　D.函数思想

答案：B

考点：数学思想

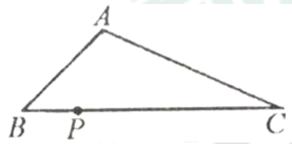
8、不等式组$\begin{cases}\frac{3x-1}{2}>2-x\\8-4x\le 0\end{cases}$的解集在数轴上可表示（　　）

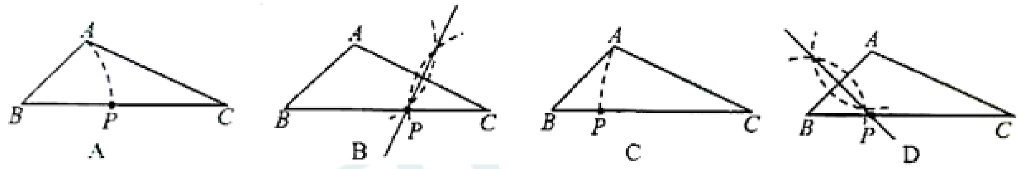


答案：A

考点：不等式组的解集

9、如图，在钝角△ABC 中，AC＜BC，用尺规在 BC 上确定一点 P，使 PA+PC=BC.下面是四个同学的做法（只留下了作图痕迹，未连接 PA），其中正确的是（　　）



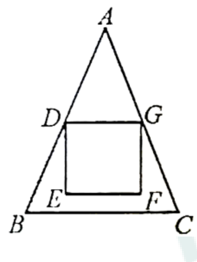


答案：D

考点：尺规作图，垂直平分线的性质

10、如图，小明把一个边长为 10 的正方形 DEFG 剪纸贴在△ABC 纸片上，其中 AB=AC=26，BC=20.正方形的顶点 D，G 分别在边 AB，AC 上，且 AD=AG，点 E，F 在△ABC 内部，则点 E 到 BC 的距离为（　　）

A. 1　　B.2　　C. $\sqrt{21}$　　D. $\sqrt{29}$



答案：B

考点：勾股定理，三角形相似，等腰三角形三线合一

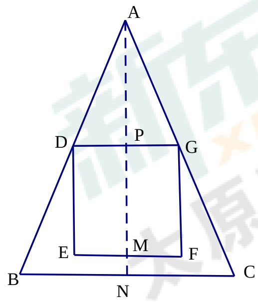
解析：过点 A 作 AN⊥BC 于 N，交 DG、EF 于 P、M 两点，由勾股定理得：AN=24

由题可得：DG//BC

∴△ADG∽△ABC 且相似比为 1：2

$\therefore \frac{AP}{AN} = \frac{1}{2}, AP = 12$

\ $MN = AN - AP - PM = 24 - 12 - 10 = 2$



二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）

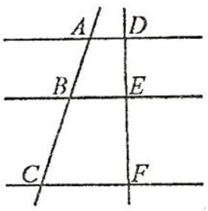
11、因式分解 a^2-4 的结果是________.

答案：（a-2）（a+2）

考点：因式分解

解析：根据平方差公式 $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ 得 $a^2-4=(a-2)(a+2)$.

12、如图，已知 AD//BE//CF，$\frac{AB}{BC}=\frac{2}{3}$，DE=3，则 DF 的长为________.



（第 12 题图）

答案：$\frac{15}{2}$

考点： 平行线分线段成比例

解析： 因为 AD//BE//CF，所以 $\frac{AB}{BC}=\frac{DE}{EF}=\frac{2}{3}$,□ $DE=3$,\ $EF=\frac{9}{2}$. $DF=3+\frac{9}{2}=\frac{15}{2}$.

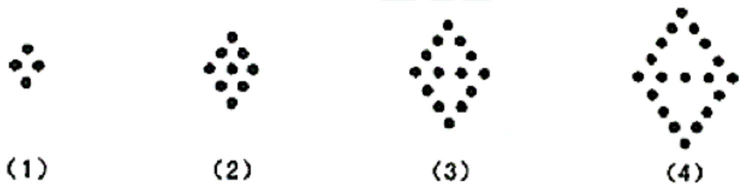
13、在一个纸箱中，装有红色、黄色、绿色的塑料球共 60 个，这些小球除颜色外其他都完全相同.将球充分摇匀后，从中随机摸出一个球，记下它的颜色后再放回箱中.不断重复这一过程，小明发现其中摸到红色球、绿色球的频率分别稳定在 15%和 45%，则这个纸箱中黄色球的个数可能有______个.

答案：24

考点：频率与概率

解析：因为红色球、绿色球的频率分别 15%和 45%，所以黄色球的频率为 1-15%-45%=40%，所以黄色球的个数为 60×40%=24.

14、如图都是由同样大小的黑棋子按一定规律摆出的图案，第（1）个图案有 4 个黑棋子，第（2）个图案有 9 个黑棋子，第（3）个图案有 14 个黑棋子，...依次规律，第 n 个图案有______个黑色棋子.（用含 n 的代数式表示）

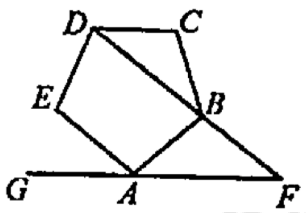


答案：（5n-1）

考点：图形找规律

解析：由图可知每相邻两个图中，后一个比前一个图黑色棋子多 5 个，所以第 n 个图案有（5n-1）个黑色棋子.

15、如图，已知正五边行 ABCDE，AF//CD，交 DB 的延长线于点 F，则∠F 的度数为_______.



答案：36°

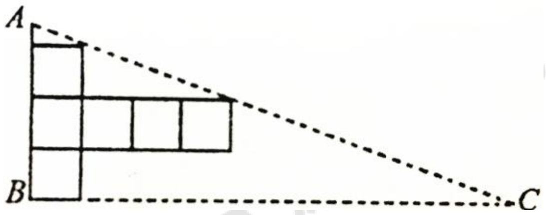
考点：多边形内角和公式、平行线的应用

解析：正五边形内角和$=(5-2)\times 180^{\circ}=540^{\circ}$，每个内角的度数为$108^{\circ}$，所以$\angle DCB=108^{\circ}$，$\angle CDB=36^{\circ}$.

$\because AF//CD,\therefore \angle CDB=\angle F=36^{\circ}$.

16、如图，直角三角形纸片 ABC，按如下方式裁剪后，所得的图形恰好是一个正方体的平面展开图.

如果 AB=10，则该正方体的棱长为_______.

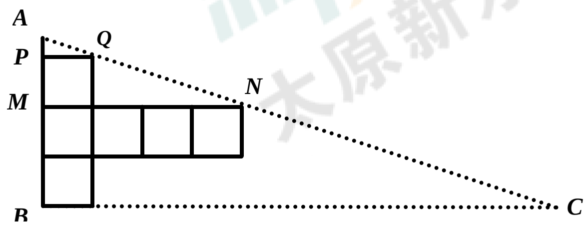


答案：3

考点：三角形相似

解析：由图可知 D$AMN \sim \Delta APQ$，且相似比为 4 :1，设 $AP=x$，则 $PM=3x$　$MB=6x$.所以 $AB=10x=10$，

所以 x=1，则正方形的边长为 $3x=3$



三、解答题（本大题共 8 个小题，共 72 分）

17、（本题共 2 个小题，每小题 5 分，共 10 分）

（1）计算：$|-2|+(2-\pi)^0-4\times2^{-2}-\left(2\sqrt{2}\right)^2$.

答案：

$$
\begin{aligned}
&|-2|+(2-\pi)^0-4\times2^{-2}-\left(2\sqrt{2}\right)^2\\
&=2+1-1-8\\
&=-6
\end{aligned}
$$

（2）解方程：$x^2+4x-2=0$

答案：

$x^2+4x-2=0$

$a=1,b=4,c=-2$

$b^2-4ac=4^2-4\times1\times(-2)=24\geq0$

$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\dfrac{-4\pm2\sqrt{6}}{2}$

$x_1=-2-\sqrt{6}$

$x_2=-2+\sqrt{6}$

18、（本题 6 分）

阅读与计算：请阅读以下材料，并完成相应的任务.

古希腊的几何学家海伦在他的《度量》一书中给出了利用三角形的三边求三角形面积的“海伦公式”：如果一个三角形的三边长分别为 $a,b,c,$ ，设 $p=\dfrac{a+b+c}{2}$ ，则三角形的面积 $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

我国南宋著名数学家秦九韶，曾提出利用三角形的三边求面积的“秦九韶公式”（三斜求积术）：如果一个三角形的三边长分别为 $a,b,c,$ 则三角形的面积 $S=\sqrt{\dfrac{1}{4}\left[a^2b^2-\left(\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2}\right)^2\right]}$.

（1）若一个三角形的三边长分别是 5，6，7，则这个三角形的面积等于____________.

（2）若一个三角形的三边长分别是 $\sqrt{5},\sqrt{6},\sqrt{7}$ ，求这个三角形的面积.

答案：（1）$6\sqrt{6}$

（2）$$S=\sqrt{\frac{1}{4}\left[\left(\sqrt{5}\right)^2\left(\sqrt{6}\right)^2-\left(\frac{\left(\sqrt{5}\right)^2+\left(\sqrt{6}\right)^2-\left(\sqrt{7}\right)^2}{2}\right)^2\right]}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{4}\left[5\times6-(\frac{5+6-7}{2})^2\right]}=\sqrt{\frac{1}{4}\times26}=\frac{\sqrt{26}}{2}$$

考点：二次根式的运算

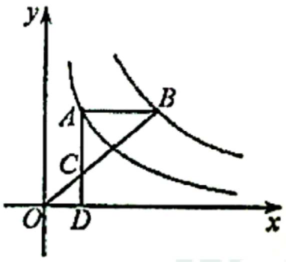
解析：（1）$p=\dfrac{5+6+7}{2}=9$

$S=\sqrt{9(9-5)(9-6)(9-7)}=6\sqrt{6}$

（2）见答案，选用第二种方法计算更简单方便。

19、（本题 6 分）

如图，点 $A(m,3)$ 在反比例函数 $y=\dfrac{3}{x}(x>0)$ 的图象上，点 B 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(x>0)$ 的图象上，$AB\parallel x$轴，过点 A 作 $AD\perp x$轴于点 D.连接 OB 与 AD 相交于点 C，且 $AC=2CD$.



（1）求 m 的值；

（2）求反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的表达式.

答案：（1）把点 $A(m,3)$ 代入解析式 $y=\dfrac{3}{x}(x>0)$ 得：

$3=\dfrac{3}{m}$，$m=1$.

（2）$\because AD\perp x$轴，$\therefore D$ 点坐标为（1，0）$\therefore OD=1$

又$\because AB\parallel x$轴，$\therefore \angle ABC=\angle COD$，

又$\because \angle ACB=\angle OCD$　　$\therefore \Delta ABC\backsim\Delta DOC$

$\dfrac{OD}{AB}=\dfrac{CD}{AC}$　即：$\dfrac{1}{AB}=\dfrac{1}{2}$　　$\therefore AB=2$　　$\therefore B(3,3)$

把点 B 坐标代入解析式中得：$3=\dfrac{k}{3}$，$k=9$.

$\therefore$反比例的函数解析式为 $y=\dfrac{9}{x}$

考点：待定系数法求反比例函数解析式，相似求边长.

20、（本题 7 分）

科学研究表明：树叶在光合作用后产生的分泌物能够吸附空气中的悬浮颗粒物，具有滞尘净化空气的作用.我市绿化时移种了大量的银杏树和和槐树.已知一片银杏树叶一年的平均滞尘量比一片槐树叶一年的平均滞尘量的 2 倍少 4mg,一年滞尘 1000mg 所需的银杏树叶的片数与一年滞尘 550mg 所需的槐树叶的片数相同，求一片槐树叶一年的平均滞尘量.

考点：分式方程

解析：

解：设一片槐树叶一年的平均滞尘量为 x mg,则一片银杏树叶一年的平均滞尘量为（2x-4）mg

依据题意得: $\frac{1000}{2x-4}=\frac{550}{x}$

解得：x=22

检验：经检验 x=22 是原方程的解

答：一片槐树叶一年的平均滞尘量为 22 mg.

21、(本题 8 分)

随着现代通讯工具的发展，学生带手机已经成为一种普遍现象，手机对于学生的影响越来越受到社会的关注.于是，某课题小组对此进行了问卷调查，其中的一个问题有三个选项：有利，无影响，有弊，要求每人必选且只选一项.他们随机调查了若干名学生和家长，整理并制作了如下两幅不完整的统计图.请根据统计图提供的信息，解答下列问题：

（1）求这次调查的家长人数，并补全图（1）;

（2）求图（2）中表示“有利”的扇形圆心角的度数；

（3）该地区约有 10 万名学生，据此估计学生认为带手机“有弊”的人数.

考点：统计

解析：

（1）根据统计图知，“无影响”中家长人数为 80 人，且占到家长总数的 20%，

∴这次调查的家长人数为：$\frac{80}{20\%}$=400 （人）

∵“有利”中家长人数为 40 人，“无影响”中家长人数为 80 人

∴“有弊”中家长人数为：400-40-80=280（人）(如图所示）

（2）根据统计图以及（1）知，“有利”中家长占到的比例为：$\frac{40}{400}$×100%=10%

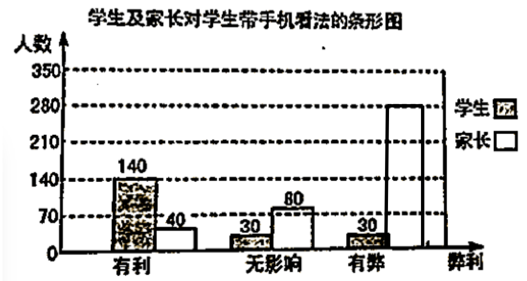
∴图（2）中表示“有利”的扇形圆心角的度数为：360°×10%=36°

（3）根据统计图（1）, 学生认为带手机“有弊”的人数为 30 人，所占到的比例为：

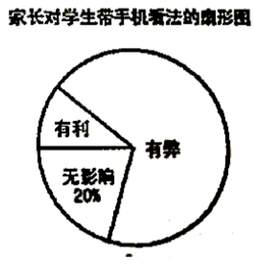
$\frac{30}{140+30+30}$×100%=15%

∴当该地区有 10 万名学生时，学生认为带手机“有弊”的人数为 10×15%=1.5（万人）

答: 该地区有 10 万名学生时，学生认为带手机“有弊”的人数为 1.5 万人.



图(1)



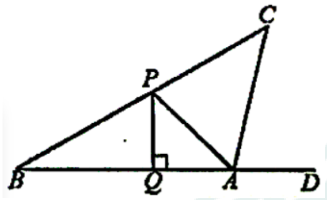
图(2)

22、(本题 10 分）

如图是小明同学画出的某同学放风筝的示意图.从地面 A 处放飞的风筝几分钟后飞至 C 处，此时，点 B 与旗杆 PQ 的顶部点 P 以及点 C 恰好在一直线上，PQ⊥ AB 于点 Q.

（1）已知旗杆的高为 10 米，在 B 处测得旗杆顶部点 P 的仰角为 30°，在 A 处测得点 P 的仰角为 45°，求 A，B 之间的距离；

（2）此时，在 A 处测得风筝 C 的仰角为 75°，设绳子 AC 在空中为一条线段，求 AC 的长. (结果保留根号)



考点：三角函数

解析：

（1）由题意知: PQ=10 米，∠PBQ=30°，∠PAQ=45°

∵PQ⊥AB

∴在 Rt△PBQ 中，BQ=$\dfrac{PQ}{\tan30°}$ = $\dfrac{10}{\frac{\sqrt{3}}{3}}$ =10$\sqrt{3}$米

在 Rt△PQA 中，AQ=PQ=10 米

∴AB=BQ+AQ=10$\sqrt{3}$+10=10（$\sqrt{3}$+1）米

∴A，B 之间的距离为 10（$\sqrt{3}$+1）米

（2）过点 P 作 PE⊥AC，交 AC 于点 E

根据题意得：∠CAD=75°

∵∠PAQ=45°

∴∠PAC=180° - 45° - 75°=60°

由（1）得：∠BPQ=60°，∠QPA=45°

∴∠APC=180° - 60° - 45°=75°

∴∠APE=30°，∠EPC=45°

又∵PQ=10 米，∴PA=10$\sqrt{2}$米

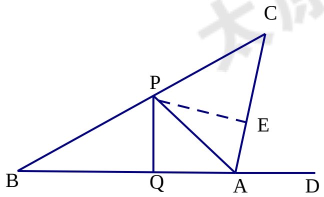
在 Rt△PEA 中，AE=PA×sin∠APE=10$\sqrt{2}$×$\dfrac{1}{2}$=5$\sqrt{2}$米

$$PE=PA\times\cos\angle APE=10\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{6}\text{米}$$

在 Rt△PEC 中，CE=PE=$5\sqrt{6}$米

∴AC=AE+CE=$5\sqrt{2}+5\sqrt{6}=5(\sqrt{2}+\sqrt{6})$米

∴AC 的长为 $5(\sqrt{2}+\sqrt{6})$米



23、（本题 12 分）

在学习完矩形的内容后，某课外学习小组对矩形的运动问题进行了研究，如图，在矩形 ABCD 中，AB=4，BC=6，点 O 为矩形 ABCD 对角线的交点.

操作发现

如图（1）所示，点 E 为 AD 边上任意一点，连接 EO 并延长与 BC 边交于 F.

（1）小组成员甲发现“AE=CF”.请你完成证明；

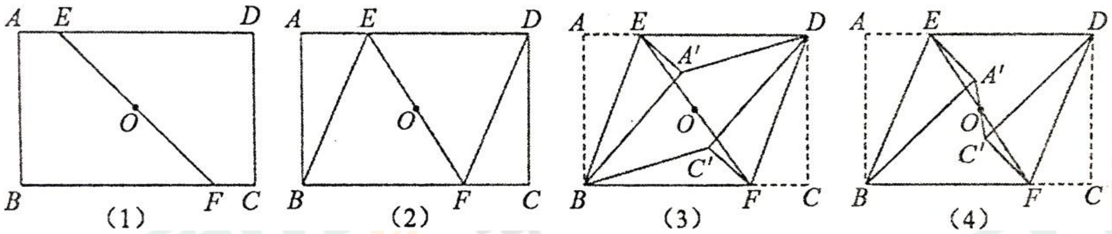
（2）如图（2），连接 BE，DF，小组成员乙发现“四边形 BEDF 的形状一定是__________，当 AE 的长为__________时，四边形 BEDF 是菱形”；

探究发现

受前面两位组员的启发，小组成员丙与丁对图形进一步操作，将图（2）中的△ABE 与△CDF 分别沿 BE 与 DF 进行翻折，点 A 与点 C 分别落在矩形 ABCD 内的点 A′，C′处.

（3）如图（3），连接 A′D，BC′，发现“四边形 BA′DC′是平行四边形”，请你证明这个结论；

（4）如图（4），连接 A′C′，A′C′有最小值吗？若有，请你直接写出 AE 的长；若没有，请说明理由.

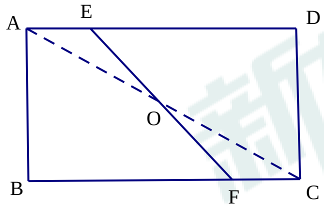


答案：

（1）如下图，连接 AC，则 AC 必经过 O 点，且 OA=OC，

在矩形 ABCD 中，AD∥BC，∴∠AEO=∠CFO，∠EAO=∠FCO，

∴△AEO≌△CFO，∴AE=CF



（2）平行四边形；$\frac{5}{3}$；

由（1）得 AE=CF，则 DE=BF，且 BE∥BF，则四边形 BEDF 是平行四边形；

若平行四边形 BEDF 是菱形，则 BF=BE，

设 AE=CF=x，则 BF=BE=6-x，在 Rt△AEB 中，由 $AE^2+AB^2=BE^2$，

得 $4^2+x^2=(6-x)^2$，解得 x=$\frac{5}{3}$，即 AE 的长为 $\frac{5}{3}$.

（3）∵AE=CF，AB=CD，∠A=∠C=90°，∴△AEB≌△CFD，

由翻折可知，△AEB≌△A′EB，△CFD≌△C′FD，则△AEB≌△A′EB≌△CFD≌△C′FD，

∴A′B=C′D，A′E=C′F，∠AEB=∠A′EB=∠CFD=∠C′FD，

∴∠DEA′=180°-∠AEB-∠A′EB=180°-∠CFD-∠C′FD=∠BFC′，

由（2）得，ED=BF，则△EA′D≌△FC′D，

∴A′D=C′B，∴四边形 BA′DC′ 是平行四边形

（4）AE=$\frac{4\sqrt{13}-8}{3}$，详解如下：

在平行四边形 A′BC′D 中，BD 是对角线且经过 O 点，则对角线 A′C′必经过 O 且 OA′ =$\frac{1}{2}$A′C′，

要使 A′C′最小，则须 OA′最小，

连接 BD，则 $BD=\sqrt{AB^2+BD^2}=2\sqrt{13}$，

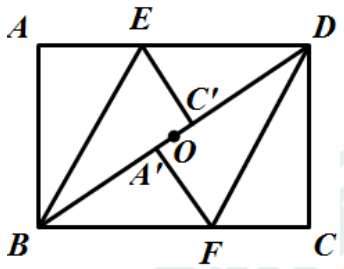
在△BOA′中，OA′＞BA′-BO，则当 BA′与 BO 共线时，即翻折时使 A 点落在对角线 BD 上时，OA′最小，

如下图所示，

AE=EC′=x，ED=6-x，易证△DEC′∽△DBA，

由 $\frac{EC'}{DE}=\frac{AB}{BD}$ 得，$\frac{x}{6-x}=\frac{4}{2\sqrt{3}}$，得 x=$\frac{4\sqrt{13}-8}{3}$，

即 A′C′有最小值时，AE=$\frac{4\sqrt{13}-8}{3}$



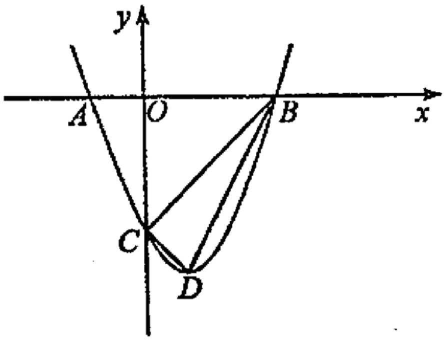
24、（本题 13 分）

如图，抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A，B（3,0）两点，与 y 轴交于点 C（0，-3）.点 D 为顶点，连接 BC，BD，CD.

（1）求抛物线的表达式；

（2）试判断△BCD 的形状，并说明理由；

（3）将该抛物线平移，使它的顶点 P 与点 A 关于直线 BD 对称，求点 P 的坐标并写出平移的方法。



答案：

（1）∵抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 B（3，0）两点，与 y 轴交于点 C（0，-3），

代入可得 $\begin{cases}0=9+3b+c\\ -3=c\end{cases}$，解得 $\begin{cases}b=-2\\ c=-3\end{cases}$，

$\therefore y=x^2-2x-3$

（2）△BCD 是直角三角形，理由如下：

$\because\ \ y=x^2-2x-3\ =(x-1)^2-4$，

$\therefore\ \ B(3,0)$，$C(0,-3)$，$D(1,-4)$

$\therefore BD^2=(3-1)^2+(0+4)^2=20$

$BC^2=(3-0)^2+(0+3)^2=18$

$CD^2=(0-1)^2+(-3+4)^2=2$

$\therefore BC^2+CD^2=BD^2$

∴△BCD 是直角三角形

（3）作点 A 关于直线 BD 的对称点 P，如图所示，

过 P 作 PM⊥于 x 轴于点 M，过点 D 作 DN⊥于 x 轴于点 N

当 y=0 时，代入二次函数 $y=x^2-2x-3$，得 $x_1=-1, x_2=3$，

∴A(-1,0)

又∵ $B(3,0), D(1,-4)$

$\therefore AB=4, BN=2, DN=4, BD=2\sqrt{5}$

由于对称，BD 垂直平分 AP 交于点 Q，DN⊥于 x 轴，且 $\angle ABD=\angle ABD$

$\therefore \Delta ABQ \backsim \Delta DBN$，　　$\therefore \frac{AB}{DB}=\frac{AQ}{DN}=\frac{BQ}{BN}$

代入可得 $\frac{4}{2\sqrt{5}}=\frac{AQ}{4}=\frac{BQ}{2}$

得 $AQ=\frac{8\sqrt{5}}{5}, BQ=\frac{4\sqrt{5}}{5}$

∵PM⊥于 x 轴，且 $\angle PAM=\angle PAM$

$\therefore \Delta ABQ \backsim \Delta APM$

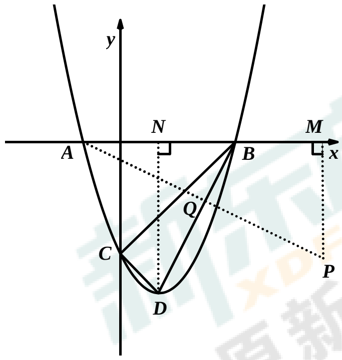
$\therefore \frac{AB}{AP}=\frac{AQ}{AM}=\frac{B}{P}$，代入可得

$\therefore \frac{4}{\frac{16\sqrt{5}}{5}}=\frac{\frac{8\sqrt{5}}{5}}{AM}=\frac{\frac{4\sqrt{5}}{5}}{PM}$，得 $AM=\frac{32}{5}, PM=-\frac{16}{5}$

$\therefore P\left(\frac{27}{5},-\frac{16}{5}\right)$

又∵ $D(1,-4)$

∴平移方法为：向右平移 $\frac{22}{5}$ 个单位，向上平移 $\frac{4}{5}$ 个单位.



考点：求二次函数表达式，勾股定理逆定理，对称的性质以及相似三角形的应用.