东北师大附中第六次摸底考试

数学（文）试卷

命题人：高三数学文科备课组

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，满分 150 分，共 3 页，考试时间 120 分钟.

注意事项：

1．答题前，考生在答题卡上务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔和 2B 铅笔，将自己的准考证号、姓名和考试科目填写清楚。

2．每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。在试题卷上作答无效。

第 I 卷

一．选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

（1）已知 i 是虚数单位，则 $(1-2i)(2+i)=$

（A）$4-3i$　　（B）$3-4i$　　（C）$-3-4i$　　（D）$-4+3i$

（2）已知集合 $A=\{a,4\},B=\{2,a^2\}$，且 $A\cap B=\{4\}$，则 $A\cup B=$

（A）$\{2,4\}$　　（B）$\{-2,4\}$　　（C）$\{-2,2,4\}$　　（D）$\{-4,2,4\}$

（3）已知命题 $p:\exists x_0>0,2^{x_0}=3$，则 $\neg p$ 是

（A）$\forall x\in R,2^x\neq 3$　　（B）$\forall x>0,2^x\neq 3$

（C）$\forall x\leq 0,2^x=3$　　（D）$\forall x\leq 0,2^x\neq 3$

（4）已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角的余弦值是 $\frac{3}{5}$，且满足 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=1$，则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$

（A）$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　（B）$\frac{4\sqrt{5}}{5}$　　（C）$\frac{16}{5}$　　（D）$\frac{8}{5}$

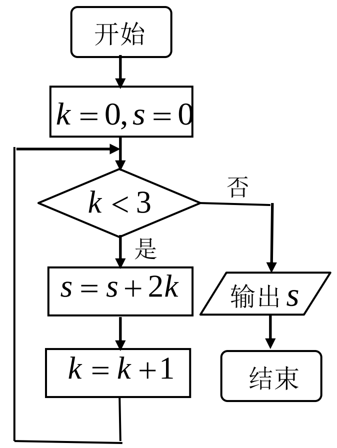
（5）已知 $A+B=\pi,B\in(\frac{\pi}{2},\pi)$，且 $\sin B=\frac{1}{3}$，则 $\tan A=$

（A）$\frac{1}{3}$　　（B）$\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　（C）$2\sqrt{2}$　　（D）$\frac{\sqrt{2}}{4}$

（6）执行如图所示的程序框图，输出的 S 值为

（A）2　　（B）4

（C）6　　（D）12



第（6）题图

（7）已知等比数列 $\{a_n\}(a_1\neq a_2)$ 的公比为 q，且 a_7,a_1,a_4 成等差数列，则 $q=$

（A）1 或 $-\sqrt[3]{2}$　　（B）$-\sqrt[3]{2}$

（C）1 或 $\sqrt[3]{2}$　　（D）1

（8）已知抛物线 $y^2=2x$ 的焦点为 F，准线为 l，且 l 与 x 轴交于点 E，A 是抛物线上一点，$AB\perp l$，垂足为 B，$|AF|=\frac{17}{2}$，则四边形 $ABEF$ 的面积等于

（A）19　　（B）38　　（C）18　　（D）36

（9）已知函数 $f(x)(x\in\mathbf{R})$，满足 $f(-x)=-f(x),f(3-x)=f(x)$，则 $f(435)=$

（A）0　　（B）3　　（C）-3　　（D）不确定

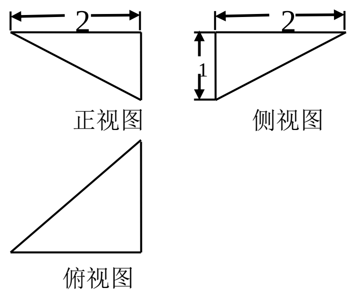
（10）甲、乙两艘轮船都要在某个泊位停靠 6 小时，假定它们在一昼夜的时间段中随机地到达，则这两艘船中至少有一艘在停靠泊位时必须等待的概率是

（A）$\frac{7}{16}$　　（B）$\frac{9}{16}$　　（C）$\frac{3}{4}$　　（D）$\frac{1}{4}$

（11）如图，一个几何体的三视图是三个直角三角形，则该几何体的最长的棱长等于

（A）$2\sqrt{2}$　　（B）3

（C）$3\sqrt{3}$　　（D）9



第（11）题图

（12）过双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点 $F(-\dfrac{\sqrt{10}}{2},0)$ 作圆 $(x-\dfrac{\sqrt{10}}{2})^2+y^2=1$ 的切线，切点在双曲线上，则双曲线的离心率等于

（A）$2\sqrt{10}$　　（B）$\sqrt{10}$　　（C）$\dfrac{\sqrt{10}}{3}$　　（D）$\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

第Ⅱ卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13 题～第 21 题为必考题，每个试题考生都必须做答。第 22 题～第 24 题为选考题，考生根据要求做答.

二．填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分.

（13）在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，$A(1,2,3),B(4,5,6)$，则 $|AB|=$____________.

（14）某校为了调查高三年级参加某项户外活动的文科生和理科生的参与情况，用简单随机抽样，从报名参加活动的所有学生中抽取 60 名学生，已知每位学生被抽取的概率为 0.05.若按文科生和理科生两部分采取分层抽样，共抽取 30 名学生，其中 24 名是理科生，则报名参加活动的文科生共有__________人.

（15）已知函数 $f(x)=(\sin x+\cos x)\cos x$，则 $f(-\dfrac{\pi}{24})=$________________.

（16）关于函数 $f(x)=x\ln|x|$ 的五个命题：

① $f(x)$ 在区间 $(-\infty,-\dfrac{1}{e})$ 上是单调递增函数；

② $f(x)$ 只有极小值点，没有极大值点；

③ $f(x)>0$ 的解集是 $(-1,0)\cup(0,1)$；

④函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程为 $x-y+1=0$；

⑤函数 $g(x)=f(x)-m$ 最多有 3 个零点.

其中，是真命题的有__________________（请把真命题的序号填在横线上）.

三．解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

（17）（本题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$2S_n=3a_n-3$.

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）若等差数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，且满足 $b_1=a_1,b_7=b_1\cdot b_2$，求 T_n.

（18）（本小题满分 12 分）

甲、乙两位学生参加数学竞赛培训，现分别从他们在培训期间参加的若干次预赛成绩中随机抽取 8 次，记录如下：

甲：82　81　79　78　95　88　93　84

乙：92　95　80　77　83　80　90　85

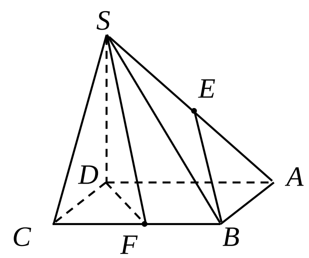
（Ⅰ）用茎叶图表示这两组数据，并写出乙组数据的中位数；

（Ⅱ）经过计算知甲、乙两人预赛的平均成绩分别为 $\bar{x}_{甲}=85$，$\bar{x}_{乙}=85.25$，乙的方差为 $S_{乙}^2\approx36.4$，现要从中选派一人参加数学竞赛，你认为选派哪位学生参加较合适？请说明理由；

（Ⅲ）从甲、乙不低于 85 分的成绩中各抽取一次成绩，求甲学生成绩高于乙学生成绩的概率.

（参考公式：$s^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]$）

（19）（本题满分 12 分）



在底面为正方形的四棱锥 $S-ABCD$ 中，$SD\perp$ 平面 $ABCD$，E 、F 是 AS 、 BC 的中点，

（Ⅰ）求证： $BE//$ 平面 SDF；

（Ⅱ）若 $AB=5$，求点 E 到平面 SDF 的距离.

（20）（本题满分 12 分）

设椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2，长轴长等于 4，离心率为 $\frac{1}{2}$，直线 AB 过焦点 F_1 且与椭圆 C 交于 A、B 两点（ A 在第一象限）， ΔF_1AF_2 与 ΔF_1BF_2 的面积比为 $7:3$.

(Ⅰ)求椭圆的方程；

(Ⅱ)求直线 AB 的方程

（21）（本小题满分 12 分）

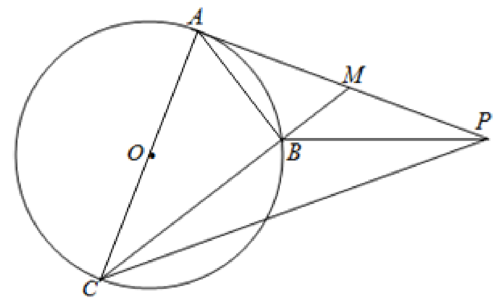
已知 $a>\frac{1}{2}$，函数 $f(x)=\frac{1}{6}x^3+\frac{1}{2}(a-2)x^2+b$， $g(x)=2a\ln x$，且曲线 $y=f(x)$ 与曲线 $y=g(x)$ 在它们的交点 $(1,c)$ 处的切线互相垂直.

（Ⅰ）求 a,b,c 的值；

（Ⅱ）设 $F(x)=f'(x)-g(x)$，若对任意的 $x_1,x_2\in(0,4)$，且 $x_1\neq x_2$，都有 $F(x_1)=F(x_2)$，求证： $x_1+x_2>4$.（参考公式：$(\ln(a-x))'=\frac{1}{x-a},a$ 为常数）.

请考生在第 22、23、24 题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题记分。做答时请写清题号。

（22）（本小题满分 10 分）选修 4—1：几何证明选讲



如图，自圆 O 外一点 P 引圆 O 的切线，切点为 A，M 为 AP 的中点，过点 M 引圆的割线交圆 O 于 B， C 两点，且 $\angle BMP=120^\circ$， $\angle BPC=30^\circ$，$MC=8$.

（Ⅰ）求 $\angle MPB$ 的大小；

（Ⅱ）记 ΔMAB 和 ΔMCA 的面积分别为 $S_{\Delta MAB}$ 和 $S_{\Delta MCA}$，求 $\frac{S_{\Delta MAB}}{S_{\Delta MCA}}$.

（23）（本小题满分 10 分）选修 4—4：极坐标与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $C_1:\begin{cases}x=1+\cos\alpha\\ y=\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），曲线 $C_2:\frac{x^2}{2}+y^2=1$.

（Ⅰ）在以 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴的极坐标系中，求 C_1,C_2 的极坐标方程；

（Ⅱ）射线 $\theta=\frac{\pi}{6}(\rho\geq 0)$ 与 C_1 的异于极点的交点为 A，与 C_2 的交点为 B，求 $|AB|$.

（24）（本小题满分 10 分）选修 4—5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x-a|$

（Ⅰ）若不等式 $f(x)\le 2$ 的解集为$[0,4]$，求实数 a 的值；

（Ⅱ）在（Ⅰ）的条件下，若 $\exists x_0\in\mathbf{R}$，使得 $f(x_0)+f(x_0+5)-m^2<4m$，求实数 m 的取值范围.