2016年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

一、 选择题：本大题共 12 小题。每小题 5 分，在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

（1）已知集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{x\,|\,x^2<9\}$，则 $A\cap B=$

（A）$\{-2,-1,0,1,2,3\}$ （B）$\{-2,-1,0,1,2\}$ （C）$\{1,2,3\}$ （D）$\{1,2\}$

【答案】D

【解析】解不等式 $x^2<9$ 得 $-3<x<3$，所以 $B=\{x|-3<x<3\}$，根据集合的运算 $A\cap B=\{1,2\}$

【点评】本题考查不等式的解法和集合的运算，属于基础题，难度较小

（2）设复数 z 满足 $z+i=3-i$，则 $\overline{z}=$

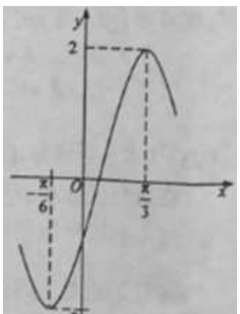
（A） $-1+2i$（B） $1-2i$（C） $3+2i$（D） $3-2i$

【答案】C

【解析】设 $z=a+bi$，则 $z+i=a+(b+1)i=3-i$，根据复数相等的充要条件得 $a=3,b+1=-1$，解得 $z=3-2i$，所以 z 的共轭复数 $\overline{z}=3+2i$

【点评】本题考查复数的运算以及共轭复数的概念，属于基础题，难度较小

(3) 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的部分图像如图所示，则



（A） $y=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$

（B） $y=2\sin(2x-\frac{\pi}{3})$

（C） $y=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$

（D） $y=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$

【答案】A

【解析】根据图象的最值点求出 $A=2$，图象中相邻的两个最值点的距离为 $\frac{\pi}{3}-(-\frac{\pi}{6})=\frac{T}{2}$，求出周期 T，根据公式 $T=\frac{2\pi}{\omega}$，求出 $\omega=2$，最后将点 $(\frac{\pi}{3},2)$ 带入到函数解析式 $f(x)$ 中求得 $\varphi=--\frac{\pi}{6}$

【点评】本题考查三角函数的图象和性质，难度中等

(4) 体积为 8 的正方体的顶点都在同一球面上，则该球面的表面积为

（A） 12π （B） $\frac{32}{3}$π （C） 8π（D） 4π

【答案】A

【解析】体积为 8 的正方体边长为 2，求出体对角线为 $2\sqrt{3}$，因此此正方体的外接球半径为 $\sqrt{3}$，根据球的表面积公式为 $4\pi R^2$，得到该球面的表面积为 12π

【点评】本题考查立体几何体的外接球表面积，难度中等

(5) 设 F 为抛物线 C：$y^2=4x$ 的焦点，曲线 $y=\frac{k}{x}$（$k>0$）与 C 交于点 P，$PF\perp x$ 轴，则 $k=$

（A） $\frac{1}{2}$ （B）1 （C） $\frac{3}{2}$ （D）2

【答案】D

【解析】利用抛物线方程求焦点 $F(1,0)$，又 $PF\perp x$ 轴，得 P 点的横坐标为 1，带入到抛物线的方程中得 $P(1,2)$，再将 P 带入到曲线 $y=\frac{k}{x}$，求出 $k=2$

【点评】本题考查抛物线的标准方程，属于基础题

(6) 圆 $x^2+y^2-2x-8y+13=0$ 的圆心到直线 $ax+y-1=0$ 的距离为 1，则 $a=$

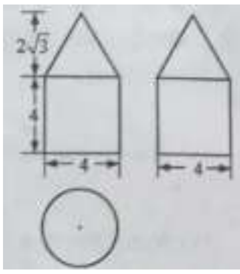
（A）$-\frac{4}{3}$ （B）$-\frac{3}{4}$ （C） $\sqrt{3}$ （D）2

【答案】A

【解析】将圆的一般方程化为标准方程 $(x-1)^2+(y-4)^2=4$，求出圆心 $(1,4)$，又根据点到直线的距离公式求出 $d=\frac{|a+4-1|}{\sqrt{a^2+1}}=1$，解得 $a=-\frac{4}{3}$

【点评】本题考查圆的标准方程和点到直线的距离公式，属于基础题

(7) 如图是由圆柱与圆锥组合而成的几何体的三视图，则该几何体的表面积为



（A）20π（B）24π（C）28π（D）32π

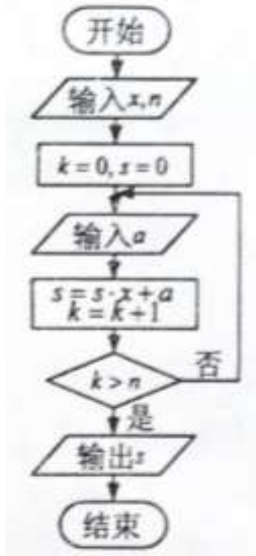
【答案】C
【解析】该几何体为圆锥和圆柱的组合体，在求表面积的时候注意面的减少即可
【点评】本题在计算表面积的时候可能会算多或算少，属于中档题

(8) 某路口人行横道的信号灯为红灯和绿灯交替出现，红灯持续时间为 40 秒.若一名行人来到该路口遇到红灯，则至少需要等待 15 秒才出现绿灯的概率为

（A）$\frac{7}{10}$（B）$\frac{5}{8}$（C）$\frac{3}{8}$（D）$\frac{3}{10}$

【答案】B
【解析】“至少等待 15 秒才出现绿灯”需要在“变红灯的 25 秒内到达路口”，根据几何概型求得概率 $\frac{25}{40}=\frac{5}{8}$
【点评】考查几何概率，难度中等

(9)中国古代有计算多项式值得秦九韶算法，右图是实现该算法的程序框图．执行该程序框图，若输入的 $x=2, n=2$，依次输入的 a 为 2，2，5，则输出的 s=



（A）7

（B）12

（C）17

（D）34

【答案】C
【解析】依次将每一次循环的结果一一列出，直到满足判断条件为止，由此就可确定结果
【点评】本题考查程序框图，难度中等

(10) 下列函数中，其定义域和值域分别与函数 y=$10^{\lg x}$的定义域和值域相同的是

（A）$y=x$（B）$y=\lg x$（C）$y=2^x$（D） $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$

【答案】D

【解析】函数 $y=10^{\lg x}$ 的定义域为 $x>0$，值域 $y>0$，观察四个选项只有 D 选项符合

【点评】本题考查函数的定义域和值域，难度中等

(11) 函数 $f(x)=\cos 2x+6\cos(\frac{\pi}{2}-x)$ 的最大值为

（A）4　（B）5　（C）6　（D）7

【答案】B

【解析】运用诱导公式以及换元法求值域，$f(x)=\cos 2x+6\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos 2x+6\sin x=1-2\sin^2 x+6\sin x$，令 $t=\sin x$，

$t\in[-1,1]$，$y=-2t^2+6t+1$，运用二次函数的图像与性质求出最大值为 5

【点评】，本题考查用换元法求三角函数的值域，难度中等

(12) 已知函数 $f(x)$（$x\in$R）满足 $f(x)=f(2-x)$，若函数 $y=|x^2-2x-3|$ 与 $y=f(x)$ 图像的交点为（x_1,y_1），

（x_2,y_2），⋯，（x_m,y_m），则 $\sum_{i=1}^{m}x_i=$

(A)0　(B)m　(C) $2m$　(D) $4m$

【答案】B

【解析】由 $f(x)=f(2-x)$ 得函数 $f(x)$ 关于直线 $x=1$ 对称的，函数 $y=\left|x^2-2x-3\right|$ 也是关于直线 $x=1$ 对称的，故函数 $y=|x^2-2x-3|$ 与 $y=f(x)$ 图像的交点为（x_1,y_1），(x_2,y_2)，⋯，（x_m,y_m）也都是关于直线 $x=1$ 对称的，若 (x_i,y_i) 与 (x_j,y_j) 关于直线 $x=1$ 对称，则 $x_i+x_j=2$，一共有 $\frac{m}{2}$ 对的 $x_i+x_j=2$，故 $\sum_{i=1}^{m}x_i=\frac{m}{2}\times 2=m$

【点评】本题考查函数的对称性，难度较大

二．填空题：共 4 小题，每小题 5 分.

(13) 已知向量 $\boldsymbol{a}=(m,4)$，$\boldsymbol{b}=(3,-2)$，且 $\boldsymbol{a}\,/\!/\,\boldsymbol{b}$，则 $m=$___________.

【答案】-6

【解析】$\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}$，根据向量的坐标运算，两个向量平行可推出 $x_1y_2-x_2y_1=0$，解得 $m=-6$

【点评】考查向量的坐标运算，基础题，难度较小

(14) 若 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+1\ge 0 \\ x+y-3\ge 0 \\ x-3\le 0 \end{cases}$，则 $z=x-2y$ 的最小值为__________

【答案】-5

【解析】作出满足条件下的平面区域，$z=x-2y$ 经过点 $(3,4)$ 时取得最小值 -5

【点评】本题考查简单的线性规划问题，难度中等

（15）$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 $\cos A=\dfrac{4}{5}$，$\cos C=\dfrac{5}{13}$，$a=1$，则 $b=$____________.

【答案】$\dfrac{21}{13}$

【解析】$\sin B=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C=\dfrac{63}{65}$，在根据正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$，解得 $b=\dfrac{21}{13}$

【点评】本题考查三角公式，正弦定理，难度中等

（16）有三张卡片，分别写有 1 和 2，1 和 3，2 和 3. 甲，乙，丙三人各取走一张卡片，甲看了乙的卡片后说：“我与乙的卡片上相同的数字不是 2”，乙看了丙的卡片后说：“我与丙的卡片上相同的数字不是 1”，丙说:“我的卡片上的数字之和不是 5”，则甲的卡片上的数字是________________.

【答案】1 和 3

【解析】逻辑推理，可以选择正推或者反推相互验证

【点评】本题考查逻辑推理，难度中等

三. 解答题：本大题共6小题，共70分.解答应写出文字说明. 证明过程或演算步骤.

17.（本题满分 12 分）

在等差数列$\{a_n\}$中，$a_3+a_4=4$，$a_5+a_7=6$.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设$b_n=[\lg a_n]$，求数列$\{b_n\}$的前 10 项和，其中$[x]$表示不超过 x 的最大整数，如

$[0.9]=0,[2.6]=2$.

【答案】1）$\frac{2n+3}{5}$，2）24

【解析】1）根据等差数列通项公式，将题中所有量用首项和公差表示出来，即$2a_1+5d=4,2a_1+10d=6$，可以解出，$a_1=1,d=\frac{2}{5}$再由等差数列通项公式可写出通项公式；2）要求b_n的前 10 项和，逐个列出即可；

【点评】本题重点考查等差数列的通项公式，只要掌握通项公式即可算出，属于特别基础的题，难度系数较小.

18.（本题满分 12 分）

某险种的基本保费为 a（单位：元），继续购买该险种的投保人称为续保人，续保人的本年度的保费与其上年度的出险次数的关联如下：

上年度出险次数	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**≥5**
保费	**0.85*a***	***a***	**1.25*a***	**1.5*a***	**1.75*a***	**2*a***

随机调查了该险种的 200 名续保人在一年内的出险情况，得到如下统计表：

出险次数	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**≥5**
概数	**60**	**50**	**30**	**30**	**20**	**10**

（1）记A为事件：“一续保人本年度的保费不高于基本保费”，求$P(A)$的估计值；

（2）记B为事件：“一续保人本年度的保费高于基本保费但不高于基本保费的 160%”，求$P(B)$的估计值；

（3）求续保人本年度的平均保费的估计值.

【答案】1）$\frac{11}{20}$. 2）$\frac{3}{10}$. 3）$1.1925a$.

【解析】1）"一续保人本年度的保费不高于基本保费"的上年度的出险次数为 0 和 1.根据调查统计表有 $P(A)=\frac{60}{200}+\frac{50}{200}=\frac{110}{200}=\frac{11}{20}$.

2）"一续保人本年度的保费高于基本保费但不高于基本保费的160%的上年度出险次数为 2 和 3.根据调查统计表有 $P(B)=\frac{30}{200}+\frac{30}{200}=\frac{60}{200}=\frac{3}{10}$.

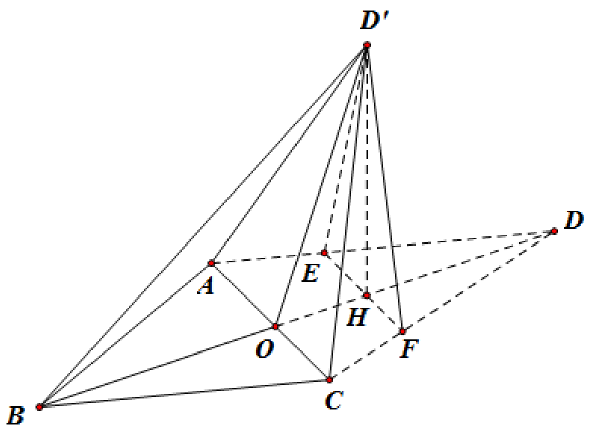
3）求续保人本年度平均保费的估计值即求保费的数学期望，则 $E=0.85a\times\frac{60}{200}+a\times\frac{50}{200}+1.25a\times\frac{30}{200}+1.5a\times\frac{30}{200}+1.75a\times\frac{20}{200}+2a\times\frac{10}{200}=1.1925a$.即续保人本年度平均保费的估计值为$1.1925a$.

［点评］本题主要考察概率统计的期望的计算，在解题过程中需注意读题，清晰集体思路即可.

19.如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 交于点 O，点 E,F 分别在 AD,CD 上，$AE=CF$，EF 交 BD 于点 H，将 ΔDEF 沿 EF 折到 $\Delta D'EF$ 的位置.

（1）证明：$AC\perp HD'$；

（2）若 $AB=5$，$AC=6$，$AE=\frac{5}{4}$，$OD'=2\sqrt{2}$，求五棱锥 $D'-ABCDE$ 的体积.



【答案】1）详见解析；2）$\frac{23\sqrt{2}}{2}$

【解析】1）$|D'E|=|D'F|$ 且 H 为 EF 中点，所以 $D'H\perp EF$，$AC//EF$，所以 $AC\perp D'H$.

2）通过长度关系可求出 $D'O\perp$ 底面，由棱锥体积公式可求出棱锥体积为 $\frac{23\sqrt{2}}{2}$

【点评】本题主要考察立体几何中折叠问题，这类问题的关键是要分清楚折叠前后哪些量不变，哪些量改变，本题难度不大，属于常规题型.

20. （本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=(x+1)\ln x-a(x-1)$.

（1）当 $a=4$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（2）若当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$f(x)>0$，求 a 的取值范围.

【答案】1）$2x+y-2=0$；2）$(-\infty,2]$

【解析】1）当 $a=4$ 时，函数 $f(x)=(x+1)\ln x-4(x-1)$，所以 $f(1)=0$，$f'(x)=\frac{x+1}{x}+\ln x-4$，所以切线斜率 $k=f'(1)=-2$，所以切线方程为 $2x+y-2=0$；

2）把不等式问题转化为最值问题，$f(x)>0$ 恒成立，即 $f(x)$ 的最小值大于 0，求导讨论单调性来讨论最值，从而求出参数范围，$f'(x)=\frac{x+1}{x}+\ln x-a$，$f''(x)=-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}>0$ 所以 $f'(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，$f'(x)>f'(1)=2-a$，当 $a\le 2$ 时，$f'(x)>0$ 在 $(1,+\infty)$ 上恒成立，所以函数 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上递增，从而 $f(x)>f(1)=0$ 成立，所以 $a\le 2$ 符合题意；当 $a>2$ 时，必存在 x_0 使得函数 $f(x)$ 在 $(1,\ x_0)$ 上单调递减，从而函数 $f(x)$ 在区间 $(1,\ x_0)$ 上小于 $f(1)=0$，不符题意，综上 a 的范围为 $(-\infty,2]$.

【点评】本题第一问主要考查利用导数求曲线切线方程问题，比较基础，难度不大，第二问主要考察不等式问题转化为最值问题，体现转化与分类讨论思想，难度稍高.

21.（本小题满分 12 分）

已知 A 是椭圆 $E:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的左顶点，斜率为 $k(k>0)$ 的直线交 E 于 A,M 两点，点 N 在 E 上，$MA\perp NA$.

（1）当 $|AM|=|AN|$ 时，求 ΔAMN 的面积；

（2）当 $|AM|=|AN|$ 时，证明：$\sqrt{3}<k<2$.

【答案】1）$\dfrac{144}{49}$；2）　详见解析

【解析】直线 AN 方程为 $x=-(ky+2)$ 带入椭圆方程可解得：$y_N=\dfrac{-4k}{3k^2+4}$，

$|AN|^2=(1+k^2)\dfrac{16k^2}{(3k^2+4)^2}$ 用 $-\dfrac{1}{k}$ 去替换 k 可得到 $|AM|^2=\left(1+\dfrac{1}{k^2}\right)\left(\dfrac{\frac{16}{k^2}}{\left(3\frac{1}{k^2}+4\right)^2}\right)$，由题意

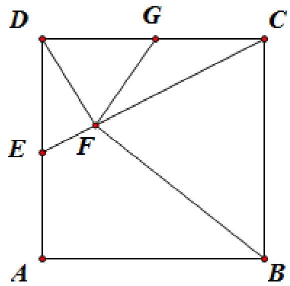
知：$|AN|^2=4|AM|^2$，整理可得：$4k^3-6k^2+3k-8=0$，令 $f(k)=4k^3-6k^2+3k-8$ 求

导可知 $f(k)$ 为增函数，又 $f(\sqrt{3})<0, f(2)>0$，所以 $\sqrt{3}<k<2$.

【点评】本题思路比较自然，主要考察弦长公式，但运算比较复杂，并且涉及导数知识，综合性较强，对学生运算能力要求比较高，难度系数较大.

请考生在 22、23、24 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分,做答时请写清题号

22.（本小题满分 10 分）选修 4-1：集合证明选讲



如图，在正方形 $ABCD$，E,G 分别在边 DA,DC 上（不与端点重合），且 $DE=DG$，过 D 点作 $DF\perp CE$，垂足为 F

（1）证明：B,C,G,F 四点共圆；

（2）若 $AB=1,E$ 为 DA 的中点，求四边形 $BCGF$ 的面积.

【答案】（1）详见解析 (2)$\dfrac{1}{2}$

【解析】（1）证明：$Rt\triangle DEC$ 中 $DF\perp CE$

$\therefore\triangle DFE$ 相似于 $\triangle CFD$

$\therefore\dfrac{DE}{CD}=\dfrac{DF}{BF}$ 且 $\angle EDF=\angle DCF$ 又 $\because DE=DG\ \therefore\dfrac{DG}{CD}=\dfrac{DF}{BF}$

又 $\because\angle GDF+\angle EDF=\angle DCF+\angle BCF=90^\circ$

$\therefore\angle DGF=\angle BCF$

$\therefore\triangle DGF$ 相似于 $\triangle BCF$

$\therefore\angle DFG=\angle BFC$

$\because\angle DFG+\angle GFC=90^\circ$

$\therefore \angle BFC+\angle GFC=90^\circ$ 即 $\angle BFG=90^\circ$

$\angle BFG+\angle BCG=180^\circ$

$\therefore B,C,G,F$ 四点共圆

(2) $\because AB=1,E$ 为 DA 的中点

$\therefore DE=DG=CG=GF=\frac{1}{2}$

$S_{\triangle BCG}=\frac{1}{2}BC\cdot CG=\frac{1}{4}$

$S_{BCGF}=2S_{\Delta BCG}=\frac{1}{2}$

23.（本小题满分 10 分）选修 4—4：坐标系与参数方程

在直线坐标系 xOy 中，圆 C 的方程为 $(x+6)^2+y^2=25$

（1）以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，求 C 的极坐标方程；

（2）直线 l 的参数方程是（t 为参数），l 与 C 交于 A、B 两点，$|AB|=\sqrt{10}$，求 l 的斜率。

【答案】1）$\rho^2+12\rho\cos\theta+11=0$；2）$k=\pm\frac{\sqrt{15}}{3}$

【解析】1）利用直角坐标与极坐标的互化公式，代入整理可得出答案；

2）利用直线与圆的关系可求出圆心到直线的距离 $d=\frac{3\sqrt{10}}{2}$，由此利用点到直线距离公式可求出答案.

【点评】本题比较基础，要求考生熟练掌握极坐标与直角坐标之间互化公式，掌握直线与圆相交基本题型，熟悉点到直线距离，属于常见基础题型，难度较小.

24.（本小题满分 10 分），选修 4—5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=\left|x-\frac{1}{2}\right|+\left|x+\frac{1}{2}\right|$**，*M* 为不等式** $f(x)<2$ **的解集.**

（1）求 M**；**

（2）证明：当 $a,b\in M$ **时，** $|a+b|<|1+ab|$

【答案】1）$[-1,1]$；2）详见解析

【解析】1）用零点讨论法将 $f(x)$ 化成分段函数，画出函数图像可得不等式的解集为 $[-1,1]$；

2）证明：$|a+b|^2-|1+ab|^2=a^2+b^2-1-a^2b^2=(a^2-1)(1-b^2)$，因为 $a^2\le 1,b^2\le 1$，所以 $(a^2-1)(1-b^2)\le 0$，所以 $|a+b|\le|1+ab|$.

【点评】本题主要考察绝对值不等式的解法，分类讨论思想的应用，不等式的证明方法，做差法，难度不大.