分班考各讲课后习题参考答案

【第一讲习题参考答案】

【练习 1】B。可设正三角形的边长依次为 a_1，a_2，a_3，a_4，则

$$C_1=\frac{\pi}{2}(a_1+a_2+a_3+a_4)<3(a_1+a_2+a_3+a_4)=C_2$$ 。

【练习 2】$3<r\leqslant 4$ 或 $r=2.4$

【练习 3】C。

【练习 4】根据题意分别计算出 S_1 和 S_2 即得答案.

$\because \angle A=90°$， $AC=8$， $AB=6$，

$\therefore BC=\sqrt{AC^2+AB^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10$.

当以 AC 为轴时， AB 为底面半径，

$S_1=S_{侧}+S_{底}=\pi AB\cdot BC+\pi AB^2=\pi\times 6\times 10+\pi\times 36=96\pi$.

当以 AB 为轴时， AC 为底面半径，

$S_2=S_{侧}+S_{底}=80\pi+\pi\times 8^2=144\pi$． $\therefore S_1:S_2=96\pi:144\pi=2:3$． 故选 A.

点评：在求 S_1 和 S_2 时，应分清圆锥侧面展开图（扇型）的半径是斜边 BC，弧长是以 ABC（或 AC）为半径的圆的周长.

【练习 5】 $y=\dfrac{144}{x}$（$8\leqslant x<12$）。

【练习 6】（1）证明：如图 3，连接 OC.

$\because OA=OB$， $CA=CB$， $\therefore OC\perp AB$.

$\therefore AB$ 是⊙O 的切线.

（2） $BC^2=BD\bullet BE$.

$\because ED$ 是直径， $\therefore \angle ECD=90^{\circ}$.

$\therefore \angle E+\angle EDC=90^{\circ}$.

又 $\because \angle BCD+\angle OCD=90^{\circ}$， $\angle OCD=\angle ODC$

$\therefore \angle BCD=\angle E$.

又 $\because \angle CBD=\angle EBC$， $\therefore \triangle BCD\backsim\triangle BEC$.

$\therefore \dfrac{BC}{BE}=\dfrac{BD}{BC}$． $\therefore BC^2=BD\bullet BE$.

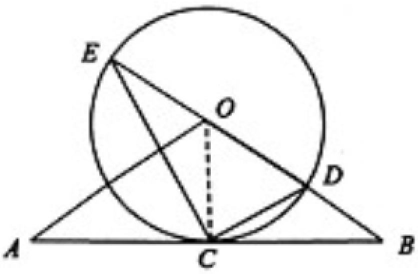


图 3

（3） $\because \tan\angle CED=\dfrac{1}{2}$， $\therefore \dfrac{CD}{EC}=\dfrac{1}{2}$.

$\because \triangle BCD\backsim\triangle BEC$， $\therefore \dfrac{BD}{BC}=\dfrac{CD}{EC}=\dfrac{1}{2}$.

设 $BD=x$， 则 $BC=2x$.

又 $BC^2=BD\bullet BE$， $\therefore (2x)^2=x\bullet(x+6)$.

解之，得 $x_1=0$， $x_2=2$． $\because BD=x>0$， $\therefore BD=2$.

$\therefore OA=OB=BD+OD=3+2=5$.

【第二讲习题参考答案】

【练习 1】D

【练习 2】B

【练习 3】A

【练习 4】(1) $V_{OC}=3t$， $S=\frac{1}{2}\times4\times12=24$

(2) $S_1=\frac{1}{2}t\cdot3t=\frac{3}{2}t^2\left(0\leqslant t\leqslant10\right)$

$S_2=30t-150\left(10<t\leqslant20\right)$

$S_3=-t^2+70t-550\left(20<t\leqslant35\right)$

(3) $S_1=\frac{3}{2}t^2\left(0\leqslant t\leqslant10\right)$最大值为$150\leqslant650$

$S_2=30t-150=650$，$\therefore t=\frac{80}{3}>20$不可能

$S_3=-t^2+70t-550=650$

$\therefore t_1=30$， $t_2=40$， $\because 20<t\leqslant35$， $\therefore t=30$

【练习 5】(1) 由已知： $x_{1,\ 2}=\dfrac{-(b-1)\pm\sqrt{(b-1)^2-4c}}{2}$， 又 $x_2-x_1>1$，

$\therefore \sqrt{(b-1)^2-4c}>1$， $\therefore b^2-2b+1-4c>1$即$b^2>2\left(b+2c\right)$.

(2) 由已知 $x^2+\left(b-1\right)x+c=\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)$

$\therefore x^2+bx+c=\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)+x$， $\therefore t^2+bt+c=\left(t-x_1\right)\left(t-x_2\right)+t$

$t^2+bt+c-x_1=\left(t-x_1\right)\left(t-x_2\right)+t-x_1=\left(t-x_1\right)\left(t-x_2+1\right)$， $\because t<x_1$， $\therefore t-x_1<0$ 又

$x_2-x_1>1$

$\therefore t<x_1<x_2-1$， $\therefore t-x_2+1<0$， $\therefore \left(t-x_1\right)\left(t-x_2+1\right)>0$ ， 即 $t^2+bt+c>x_1$

【练习 6】(1) 由于抛物线经过点$C(0,3)$，

可设抛物线的解析式为 $y=ax^2+bx+3(a\neq0)$

则$\begin{cases}4a-2b+3=0\\36a+6b+3=0\end{cases}$，

解得$\begin{cases}a=-\dfrac{1}{4}\\b=1\end{cases}$

$\therefore$抛物线的解析式为 $y=-\frac{1}{4}x^2+x+3$

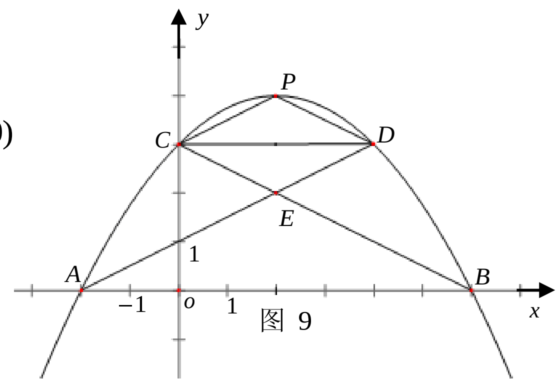


图 9

⑵ D的坐标为$D(4,3)$

直线AD的解析式为$y=\frac{1}{2}x+1$

直线BC的解析式为$y=-\frac{1}{2}x+3$

由$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+1 \\ y=-\frac{1}{2}x+3 \end{cases}$

求得交点E的坐标为$(2,2)$

⑶ 连结PE交CD于F，P的坐标为$(2,4)$

又∵ $E\ (2,2)$，$C(0,3), D(4,3)$

$\therefore PF=EF=1, CF=FD=2$，且$CD\perp PE$

$\therefore$四边形$CEDP$是菱形

【第三讲习题参考答案】

【练习1】选C．显然a^2为偶数，所以a为偶数，且a为质数，所以$a=2$，故$b=1999$，故$a+b=2001$．

【练习2】⑴ 容斥原理得$27+18+15-50=10$．

⑵ 连续7个整数模7余数为0，1，2，3，4，5，6，再由余数的可乘性知平方后余数为0，1，4，2，2，4，1，再余数可加性$0+1+4+2+2+4+1=7\times2$，故连续7个整数的平方和为7的倍数．因为$2003=286\times7+1$，$m\equiv1(\mathrm{mod}\,7)$，因此第$m$天为星期一．

【练习3】⑴ 如果是小琳干的，那么小琳说了假话，小茹和小强说的都是真话，这与两人说假话的条件矛盾，所以，不是小琳．

⑵ 如果小茹干的，那么小琳和小强都说了真话，这又与其中两人说假话的条件矛盾，所以，也不是小茹干的．

⑶ 小强干的，验证显然符合题意．

【练习4】将这1000个整数被7除的余数写出来是：

1，1，3，0，3，6，1，1，3，0，……

发现这个余数串每隔6个一组，循环一次．

$1000=166\times6+4$

所以这1000个余数的和为$166\times14+1+1+3+0=2329$．

【练习5】电子跳蚤跳3步回到BC边，所以，既然2001能被3整除，第2001步落在BC边上．$BP_0=4$，因为$BC=10$，$CP_1=6$；因为$AC=9$，$AP_2=3$；因为$AB=8$，$BP_3=5$；

因为 $BC=10$，$CP_4=5$；因为 $AC=9$，$AP_5=4$；因为 $AB=8$，$BP_6=4$，……，

电子跳蚤跳 6 步后回到原来位置，2001 被 6 除余 3，$BP_{2001}=5$．P_0 与 P_{2001} 之间的距离是 1．

【练习 6】(1) 能做到．因为原来最少一堆有 8 个石子，要使它变为 2，最少要经过 6 次操作．事实上 6 次操作可以成功，例如：$(19,8,9)\to(21,7,8)\to(23,6,7)\to(22,5,9)\to(24,4,8)\to(23,3,10)\to(22,2,12)$．

(2) 做不到．因为每次操作后，每堆石子数或者减 1，或者加 2，不妨写为 $(a,b,c)\to(a-1,b-1,c+2)$．若 a，b，c 被 3 除余数都不相同时，不妨设余数分别为 0，1，2，则操作后所得三数 $a-1$，$b-1$，$c+2$ 被 3 除余数分别为 2，0，1，也不相同．$(19,8,9)$ 就是这样一组，所以不管如何操作，都不能达到 $(12,12,12)$，后者三数均被 3 整除．

【第四讲习题参考答案】

【练习 1】(1)利用不等式组 $\begin{cases}15a+10(30-a)\leqslant 400,\\0.8+0.5(30-a)\geqslant 20.4.\end{cases}$ 即可求出 a 的取值范围，再由 a 为正整数即可确定 a 值．

(2)根据(1)问容易求出．

(1) 设 A 型号的轿车每辆为 x 万元，B 型号的轿车每辆为 y 万元．

根据题意，得 $\begin{cases}10x+15y=300,\\8x+18y=300.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=15,\\y=10.\end{cases}$

即 A 型轿车每辆 15 万元，B 型轿车每辆 10 万元．

根据题意，得

$\begin{cases}15a+10(30-a)\leqslant 400,\\0.8a+0.5(30-a)\geqslant 20.4,\end{cases}$ 解得 $18\leqslant a\leqslant 20$．

$\because$ a 为整数，$\therefore$ $a=18$，19，20．

因此，有三种购车方案．方案 1：A 型轿车 18 辆，B 型轿车 12 辆；方案 2：购进 A 型轿车 19 辆，B 型轿车 11 辆；方案 3：A 型轿车 20 辆，B 型轿车 10 辆．

汽车销售公司将这些轿车全部售出后，方案 1 获利为：$18\times0.8+12\times0.5=20.4$（万元）；方案 2 获利为：$19\times0.8+11\times0.5=20.7$（万元）；方案 3 获利为：$20\times0.8+10\times0.5=21$（万元）．

【练习 2】根据题中的例子，利用换元法解方程，还要注意检验．

设 $\dfrac{x}{x-1}=y$，则原方程可化为 $y^2-5y-6=0$．得 $y_1=6$，$y_2=-1$．

当 $y=6$ 时，$\dfrac{x}{x-1}=6$，得 $x=\dfrac{6}{5}$；

当 $y=-1$时，$\frac{x}{x-1}=-1$，得 $x=\frac{1}{2}$.

经检验：$x=\frac{6}{5}$，$x=\frac{1}{2}$都是方程的根.

∴原方程的根是 $x_1=\frac{6}{5}$，$x_2=\frac{1}{2}$.

【练习 3】(1)根据题意，可直接求出．(2)按照盈利同配货，共有三种方案，第一种甲店配 A 种水果 2 箱，B 种水果 6 箱，第二种：甲店配 A 种水果 5 箱，B 种水果 4 箱；第三种：甲店配 A 种水果 8 箱，可分别算出盈利.

(1) 按照方案 1 配货，经销商盈利：

$5\times11+5\times9+5\times17+5\times13=250$（元）.

(2) 只要填写一种情况.

按第一种情况盈利：$(2\times11+17\times6)\times2=248$（元）；

按第二种情况盈利：$(5\times11+4\times6)\times2=158$（元）；

按第三种情况盈利：$(8\times11+2\times17)\times2=244$（元）；

方案①比方案②盈利多.

设甲店配 A 种水果 x 箱，则甲店配 B 种水果 $(10-x)$ 箱，乙店配 A 种水果 $(10-x)$ 箱，

乙店配 B 种水果 $10-(10-x)=x$ 箱.

∵ $9\times(10-x)+13x\geqslant100$，∴ $x\geqslant2\frac{1}{2}$.

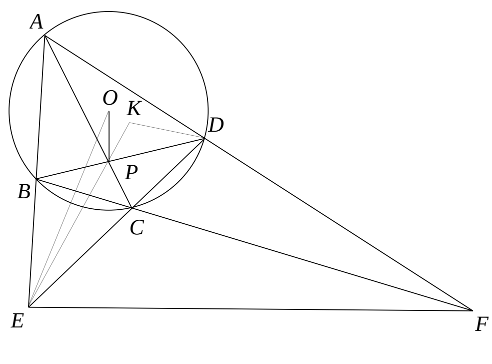
经销商盈利为 $y=11x+17\times(10-x)+9\times(10-x)+13x=-2x+260$.

当 $x=3$时，y 值最大.

方案：甲店配 A 种水果 3 箱，B 种水果 7 箱，乙店配 A 种水果 7 箱，B 种水果 3 箱.

最大盈利：$-2\times3+260=254$（元）.

【练习 4】



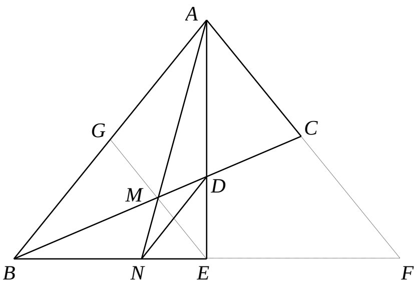
在射线 EP 上取一点 K，使得 K、D、C、P 四点共圆，从而 E、D、K、B 四点共圆（这是因为 $\angle ACD+\angle EKD=180°$，而 $\angle ACD=\angle A$，则

$\angle ABD+\angle EKD=180°$，而 $\angle ABD+\angle EBD=$
$180°$，故 $\angle EBD=\angle EKD$）. 设 $\odot O$ 的半径为 R，于是:
$EP\cdot EK=EC\cdot ED=OE^2-R^2$， $EP\cdot PK=BP\cdot PD$
$=(R+OP)(R-OP)=R^2-OP^2$.

两式相减得 $EP^2=(OE-R^2)-(R^2-OP^2)=OE^2+OP^2-2R^2$.

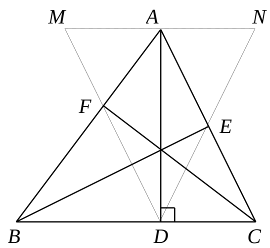
所以 $OE^2-EP^2=2R^2-OP^2$. 同理，$OF^2-FP^2=2R^2-OP^2$.
故 $OE^2-EP^2=OF^2-FP^2$，即 $OE^2+FP^2=OF^2+EP^2$，故 $OP\perp EF$.

【练习 5】



连接 EM 并延长交 AB 于 G，延长 BE、AC 交于 F.
因 $AE\perp BF$，AD 平分 $\angle BAC$，则 ΔABF 为等腰三角形.
从而 $AB=AF$，$BE=EF$.
因 $BM=MC$，则 $ME\,/\!/\,CF$，$BG=GA$.
在 ΔABE 中，AN、BD、EG 相交于一点 M，
由塞瓦定理得
$\frac{BN}{NE}\cdot\frac{ED}{DA}\cdot\frac{AG}{GB}=1$，
于是 $\frac{EN}{NB}=\frac{ED}{DA}$，
因此 $DN\,/\!/\,AB$.

【演练 6】



(1)由 $\Delta ABE\backsim\Delta ACF$，得 $\frac{AE}{AF}=\frac{AB}{AC}$，同理 $\frac{CD}{CE}=\frac{AC}{BC}$，$\frac{BF}{BD}=\frac{BC}{AB}$.

三式相乘得 $\frac{AE}{EC}\cdot\frac{CD}{DB}\cdot\frac{BF}{FH}=1$，
$\therefore$ AD、BE、CF 三高所在直线共点.

(2) 如图，过 A 作 $MN \parallel BC$ 交 DF 、 DE 延长线于 M 、 N .

$\therefore \frac{AF}{FB}=\frac{AM}{BD},\frac{CE}{EA}=\frac{DC}{AN}$.

$\because$ P 是 ΔABC 的塞瓦点，

$\therefore \frac{AF}{FB}\cdot\frac{BD}{DC}\cdot\frac{CE}{EA}=\frac{AM}{BD}\cdot\frac{BD}{DC}\cdot\frac{DC}{AN}=1$.

$\therefore AM=AN$.

$\because AD\perp MN$ ， $\therefore DM=DN$.

$\therefore \angle FDA=\angle EDA$.