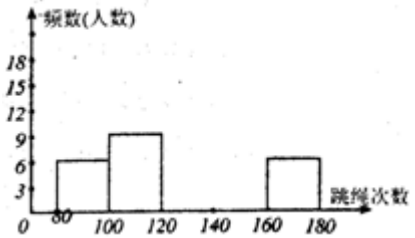
学而思高一分班考试试题

【第一题】计算 $(-2)^{-1}+(\pi-3.5)^{\circ}-\sin 30^{\circ}+\sqrt{16}$

【第二题】为了进一步了解高一年级学生的身体素质情况，体育老师对一(1)班 50 位学生进行一分钟跳绳次数测试，以测试数据位为样本，绘制出部分频数分布表和部分频数分布直方图，如下图所示:

组别	次数 x	频数（人数）
第一组	$80\le x<100$	6
第二组	$100\le x<120$	8
第三组	$120\le x<140$	a
第四组	$140\le x<160$	18
第五组	$160\le x<180$	6



请结合图表完成下列问题:

(1)表中的 $a=$ _____

(2)请把频数分布直方图补充完整

(3)这个样本数据的中位数落在第 _____ 组。

【第三题】将数字1，2，3，4，5，6，7，8分别填写到八边形 $ABCDEFGH$ 的8个顶点上，并且以 S_1，S_2，…，S_8 分别表示（A，B，C），（B，C，D），…，（H，A，B）8组相邻的三个顶点上的数字之和.

(1) 试给出一个填法，使得 S_1，S_2，…，S_8 都大于或等于12；

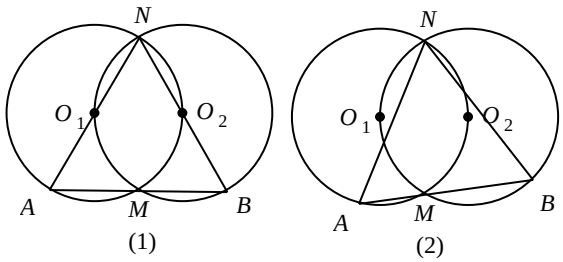
(2) 请证明任何填法均不可能使得 S_1，S_2，…，S_8 都大于或等于13.

【第四题】如图，两半径为 r 的等圆 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 相交于 M、N 两点，且 $\odot O_2$ 过点 O_1，过 M 点作直线 AB 垂直于 MN，分别交 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 于 A, B 两点，连结 NA, NB。

①猜想点 O_2 与 $\odot O_1$ 有什么位置关系，并给出证明;

②猜想 ΔNAB 的形状，并证明.

③如图(2)，过 M 点的直线 AB 不垂直于 MN，且点 A、B 在点 M 的两侧，那么②的结论是否成立，请给出证明。



【第五题】已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $(1，2)$.

(1) 若 $a = 1$，抛物线顶点为 A，它与 x 轴交于两点 B、C，且 ΔABC 为等边三角形，求 b 的值.

(2) 若 $abc = 4$，且 $a \geqslant b \geqslant c$，求 $|a| + |b| + |c|$ 的最小值.

【第六题】已知：抛物线 $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$ 的对称轴为 $x=-1$，与 x 轴交于 A，B 两点，与 y 轴交于点 C，其中 $A\left(-3,0\right)$、$C\left(0,-2\right)$.

(1)求这条抛物线的函数表达式.

(2)已知在对称轴上存在一点 P，使得 $\triangle PBC$ 的周长最小．请求出点 P 的坐标.

(3)若点 D 是线段 OC 上的一个动点（不与点 O、点 C 重合）．过点 D 作 $DE\parallel PC$ 交 x 轴于点 E. 连接 PD、PE．设 CD 的长为 m，$\triangle PDE$ 的面积为 S．求 S 与 m 之间的函数关系式．试说明 S 是否存在最大值，若存在，请求出最大值；若不存在，请说明理由.

【第七题】将数字1，2，3，4，5，6，7，8分别填写到八边形 $ABCDEFGH$ 的8个顶点上，并且以 S_1，S_2，…，S_8 分别表示（A，B，C），（B，C，D），…，（H，A，B）8组相邻的三个顶点上的数字之和.

(1) 试给出一个填法，使得 S_1，S_2，…，S_8 都大于或等于12；

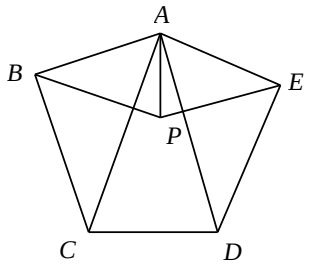
(2) 请证明任何填法均不可能使得 S_1，S_2，…，S_8 都大于或等于13.

【第八题】设 $Q=1^5+2^5+3^5+\cdots+17^5$，问：17除 Q 的余数是多少？

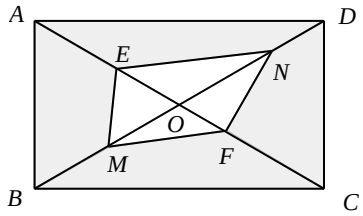
【第九题】如图所示，在凸五边形 $ABCDE$ 中，$AB=AE$，$\angle ABC=\angle AED=90^\circ$，$P$ 为五边

形内的一点，使

得 $PB \perp AC$， $PE \perp AD$. 证明： $AP \perp CD$.



【第十题】在矩形 $ABCD$ 中， $AB=10$， $AD=10\sqrt{3}$，点 E 、 F 、 M 、 N 分别是 OA、OB、OC 、 OD 上的动点，

⑴ 若 $EF=6$， $MN=8$. 求证：回字形“ $ABCD-EMFN$ ”的面积（ $S_{AEND}+S_{ABME}+S_{BCFM}+S_{CDNF}$ ）不变，并求出其值.

⑵ 若 $EN \parallel MF$， $EF=a$， $\angle ENO=\beta$，求证：“8”字型周长 $EN+MF+EF+MN$ 为定值.