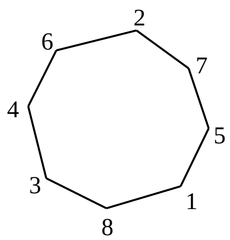
【第一题】$(-2)^{-1}+(\pi-3.5)^{0}-\sin 30°+\sqrt{16}=-\frac{1}{2}+1-\frac{1}{2}+4=4$

【第二题】(1)由 $6+8+a+18+6=50 \Rightarrow a=12$;

(2)自行补充;

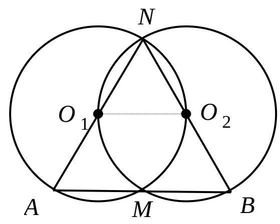
(3)中位数落在第三组;

【第三题】(1) 如图:



(2) 我们把这八个数分成三组, $(1,x_1,x_2)$, $(1,x_3,x_4)$, (x_5,x_6,x_7), x_1, …, x_7 表示 2 至 8 里的一个数, 显然 $1+x_1+x_2 \geqslant 13$, $1+x_3+x_4 \geqslant 13$, $x_5+x_6+x_6 \geqslant 13$, 故 $1+x_1+x_2+\cdots+x_7 \geqslant 38$, 即 $36 \geqslant 38$, 矛盾.

【第四题】



①点 O_2 在 $\odot O_1$ 上。证明如下:因为 $\odot O_2$ 过点 O_1,所以线段 O_1O_2 的长度等于 $\odot O_2$ 的半径,又因为两个圆是等圆,所以这个长度也等于 $\odot O_1$ 的半径,所以点 O_2 在 $\odot O_1$ 上。

② ΔNAB 是等边三角形。证明: $\because MN \perp AB$, $\therefore \angle NMB=\angle NMA=90°$, $\therefore BN$ 是 $\odot O_2$ 的直径, AN 是 $\odot O_1$ 的直径,即 $BN=AN=2r$, O_2 在 BN 上, O_1 在 AN 上。连结 O_1O_2,则 O_1O_2 是 ΔNAB 的中位线, $\therefore AB=2O_1O_2=2r$, $\therefore AB=BN=AN$,则 ΔNAB 是等边三角形。

③结论仍然成立。根据上面的证明过程,知道劣弧 MN 所对应的圆周角是 60°,也就是 $\angle NAM=\angle NBM=60^\circ$。所以 ΔNAB 依然是等边三角形。

【第五题】(1) 由题意, $a+b+c=2$, $\because a=1$, $\therefore b+c=1$

抛物线顶点为$A\left(-\frac{b}{2},c-\frac{b^2}{4}\right)$

设$B(x_1,0)$，$C(x_2,0)$，$\because x_1+x_2=-b$，$x_1x_2=c$，$\Delta=b^2-4c>0$

$\therefore |BC|=|x_1-x_2|=\sqrt{|x_1-x_2|^2}=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{b^2-4c}$

$\because \Delta ABC$为等边三角形，$\therefore \frac{b^2}{4}-c=\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{b^2-4c}$

即$b^2-4c=2\sqrt{3}\cdot\sqrt{b^2-4c}$，$\because b^2-4c>0$，$\therefore \sqrt{b^2-4c}=2\sqrt{3}$

$\because c=1-b$，$\therefore b^2+4b-16=0$，$b=-2\pm2\sqrt{5}$

所求b值为$-2\pm2\sqrt{5}$

(2) $\because a\geqslant b\geqslant c$，若$a<0$，则$b<0$，$c<0$，$a+b+c<0$，与$a+b+c=2$矛盾.
$\therefore a>0$.

$\because b+c=2-a$，$bc=\frac{4}{a}$

$\therefore b$、c是一元二次方程$x^2-(2-a)x+\frac{4}{a}=0$的两实根.

$\therefore \Delta=(2-a)^2-4\times\frac{4}{a}\geqslant0$，

$\therefore a^3-4a^2+4a-16\geqslant0$，即$(a^2+4)(a-4)\geqslant0$，故$a\geqslant4$.

$\because abc>0$，$\therefore a$、b、c为全大于0或一正二负.
①若a、b、c均大于0，$\because a\geqslant4$，与$a+b+c=2$矛盾;
②若a、b、c为一正二负，则$a>0$，$b<0$，$c<0$，

则$|a|+|b|+|c|=a-b-c=a-(2-a)=2a-2$，

$\because a\geqslant4$，故$2a-2\geqslant6$
当$a=4$，$b=c=-1$时，满足题设条件且使不等式等号成立.

故$|a|+|b|+|c|$的最小值为6.

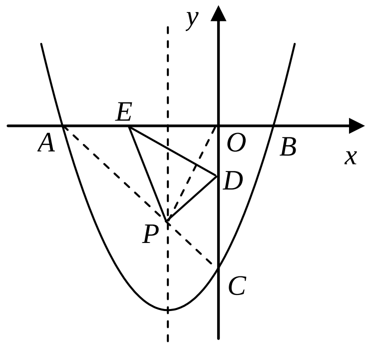
【第六题】(1)由题意得$\begin{cases}\frac{b}{2a}=1\\9a-3b+c=0\\c=-2\end{cases}$

解得$\begin{cases} a=\dfrac{2}{3} \\ b=\dfrac{4}{3} \\ c=-2 \end{cases}$

$\therefore$此抛物线的解析式为$y=\dfrac{2}{3}x^2+\dfrac{4}{3}x-2$

(2)连结AC、BC.因为BC的长度一定,所以$\triangle PBC$周长最小,就是使$PC+PB$最小.B点关于对称轴的对称点是A点,AC与对称轴$x=-1$的交点即为所求的点P.

设直线AC的表达式为$y=kx+b$



则$\begin{cases} -3k+b=0, \\ b=-2 \end{cases}$

解得$\begin{cases} k=-\dfrac{2}{3} \\ b=-2 \end{cases}$

$\therefore$此直线的表达式为$y=-\dfrac{2}{3}x-2.$

把$x=-1$代入得$y=-\dfrac{4}{3}$

$\therefore$ P点的坐标为$\left(-1,-\dfrac{4}{3}\right)$

(3) S存在最大值

理由:$\because$ $DE\parallel PC$,即$DE\parallel AC$.

$\therefore$ $\triangle OED\backsim\triangle OAC$.

$\therefore$ $\dfrac{OD}{OC}=\dfrac{OE}{OA}$,即$\dfrac{2-m}{2}=\dfrac{OE}{3}$.

$\therefore OE=3-\dfrac{3}{2}m,$

连结OP

$$S=S_{\triangle OAC}-S_{\triangle OED}-S_{\triangle AEP}-S_{\triangle PCD}$$

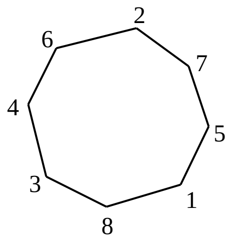
$$=\frac{1}{2}\times3\times2-\frac{1}{2}\times\left(3-\frac{3}{2}m\right)\times(2-m)-\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}m\times\frac{4}{3}-\frac{1}{2}\times m\times1$$

$$=-\frac{3}{4}m^2+\frac{3}{2}m=-\frac{3}{4}(m-1)^2+\frac{3}{4}$$

$\because -\dfrac{3}{4}<0$

$\therefore$ 当 $m=1$ 时， $S_{最大}=\dfrac{3}{4}$

【第七题】(1) 如图:



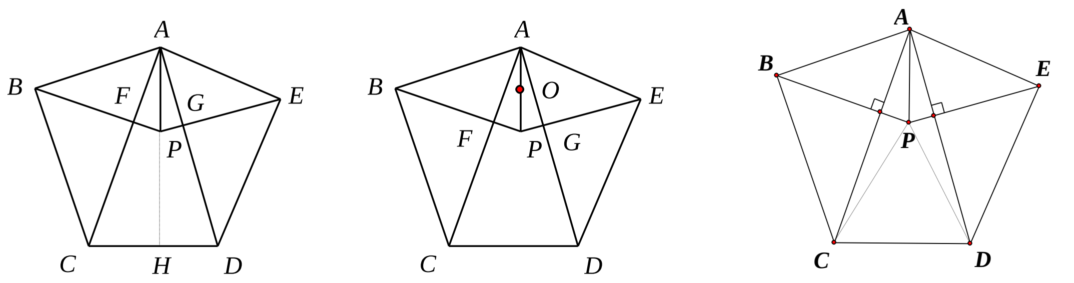
(2) 我们把这八个数分成三组， $(1,x_1,x_2)$ ， $(1,x_3,x_4)$ ， (x_5,x_6,x_7) ， x_1 ， …， x_7 表示 2 至 8 里的一个数，显然 $1+x_1+x_2\geqslant 13$ ， $1+x_3+x_4\geqslant 13$ ， $x_5+x_6+x_6\geqslant 13$ ，故 $1+x_1+x_2+\cdots+x_7\geqslant 38$ ，即 $36\geqslant 38$，矛盾.

【第八题】因为 $P=2^5\times Q=(2\times 1)^5+(2\times 2)^5+(2\times 3)^5+\cdots+(2\times 17)^5$

$=(2^5+4^5+6^5+\cdots+14^5+16^5)+(18^5+\cdots 20^5\quad +$

其中，17 除 $(18^5+20^5+\cdots+34^5)$ 和 17 除 $(1^5+3^5+\cdots+15^5+17^5)$ 的余数相同．进而，17 除 Q 和 17 除 P 的余数相同．所以 17 整除 $P-Q=(2^5-1)Q=31Q$．既然 17 和 31 互质，17 就整除 Q．当然也可分组 $Q=(1^5+16^5)+(2^5+15^5)+\cdots+(8^5+9^5)+17^5$ 从而发现 17 整除 Q.

【第九题】



【解法 1】如第一个图所示，过点 P 作 $PH\perp CD$ 于点 H．

因为 $\angle PFC=\angle PGD=90^\circ=\angle PHC=\angle PHD$，

所以 F 、 C 、 H 、 P 和 P 、 H 、 D 、 G 分别四点共圆，记两圆为圆 M_1 和圆 M_2．

因为 $AF\cdot AC=AB^2=AE^2=AG\cdot AD$，

所以 F 、 C 、 D 、 G 四点共圆，记此圆为圆 M_3．

圆 M_1、圆 M_2、圆 M_3 两两之间的公共弦恰为 PH 、 DG 、 FC，由根心定理可知这三条根轴交于一点.

又已知直线 CF 和 DG 交于点 A，

因此直线 PH 过点 A.

由 $PH\perp CD$ 可知 $AP\perp CD$.

【解法 2】如第二个图所示，记 AP 的中点为 O.因为 $\angle AFP=90^\circ=\angle AGP$，

所以 A、 F 、 P 、 G 四点共圆且圆心为点 O.

又因为 $AB=AE$， $\angle ABC=90^\circ=\angle AED$，

故以点 A 为圆心、 AB 为半径的圆 A 过点 E，且直线 CB 和 DE 都是圆 A 的切线，切点分别为 B 和 E .

所以 $CB^2=CF\cdot CA$，故点 C 在圆 O 与圆 A 的根轴上.

同理，点 D 在圆 O 与圆 A 的根轴上.

因此直线 CD 为圆 O 与圆 A 的根轴，

则 $AO\perp CD$，即 $AP\perp CD$.

【解法 3】如第三个图所示，连接 PC、 PD，显然四边形 $ACPD$ 为凹四边形.

欲证 $AP\perp CD$，只需证 $PC^2+AD^2=PD^2+AC^2$.

在四边形 $ABCP$ 中，因 $PB\perp AC$， 所以 $PC^2+AB^2=AP^2+BC^2$.

在四边形 $AEDP$ 中，因 $PE\perp AD$， 所以 $PD^2+AE^2=AP^2+DE^2$.

两式相减，并注意到 $AB=AE$，

可得 $PC^2-PD^2=BC^2-DE^2=(AC^2-AB^2)-(AD^2-AE^2)=AC^2-AD^2$，

故 $PC^2+AD^2=PD^2+AC^2$，从而 $AP\perp CD$.

【第十题】(1) $\because AB=10$， $AD=10\sqrt{3}$， $\therefore \angle AOB=60^\circ$，

$\therefore EQ=EO\cdot\sin\angle AOB=\dfrac{\sqrt{3}}{2}EO$， $FP=FO\cdot\sin\angle COD=\dfrac{\sqrt{3}}{2}FO$，

$\therefore S_{EMFN}=S_{\Delta EMN}+S_{\Delta FMN}=\dfrac{1}{2}MN\cdot EQ+\dfrac{1}{2}MN\cdot FP$

$=\dfrac{1}{2}MN\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}EO+\dfrac{1}{2}MN\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}FO=\dfrac{\sqrt{3}}{4}MN\cdot EF=12\sqrt{3}$

$\therefore S_{AEND}+S_{ABME}+S_{BCFM}+S_{CDNF}=88\sqrt{3}$.

(2) 延长 MF 到 K，使得 $FK=EN$，显然

$EN+MF+EF+MN=MN+NK+MK$

利用 AAS 及三角形的稳定知，结论成立. 用三角函数把三角的周长表示出来最好（略）.