交大附中嘉定分校高三三模

2016.05

一. 填空题

1. 设函数 $f(x)=\dfrac{1}{x+1}$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$，则 $f^{-1}(-2)=$________

2. 计算：$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2+3+\cdots+n}{n(n+2)}=$________

3. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_3=3$，$a_4=5$，则 $a_{13}=$________

4. 已知复数 $z=\dfrac{i}{\sqrt{2}+i}$（i 为虚数单位），则 $z\cdot\overline{z}=$________

5. 已知两条直线 $l_1:ax-2y-3=0$，$l_2:4x+6y-1=0$，若 l_1 的一个法向量恰为 l_2 的一个方向向量，则 $a=$________

6. 函数 $y=\cos^2x+\sqrt{3}\sin x\cos x$ 的最小值为________

7. 设二项式 $(3\sqrt[3]{x}+\dfrac{1}{x})^n$ 的展开式的各项系数的和为 p，所有二项式系数的和为 q，且 $p+q=272$，则 n 的值为________

8. 在 ΔABC 中，$|\overrightarrow{AB}|=1$，$|\overrightarrow{AC}|=2$，且 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$，则 BC 边上的中线 AD 的长为________

9. 某小区有 7 个连在一起的车位，现有 3 辆不同型号的车需要停放，如果要求剩余的 4 个车位连在一起，那么不同的停放方法共有________种（用数字作答）

10. 若关于 x、y 的二元一次方程组 $\begin{pmatrix} m & 1 \\ 1 & m \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} m+1 \\ 2m \end{pmatrix}$ 至多有一组解，则实数 m 的取值范围是________

11. 已知曲线 $C:x^2+y^2=9$（$x\ge 0$，$y\ge 0$）与函数 $y=\ln x$ 及函数 $y=e^x$ 的图像分别交于点 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$，则 $x_1^2+x_2^2$ 的值为________

12. 已知函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{3}}(3^x+1)+\dfrac{1}{2}abx$ 为偶函数，$g(x)=2^x+\dfrac{a+b}{2^x}$ 为奇函数，其中 a、b 为常数，则 $(a+b)+(a^2+b^2)+(a^3+b^3)+\cdots+(a^{100}+b^{100})=$________

13. 定义在正实数上的连续函数 $f(x)$ 满足：$f(1)=2$，且对于任意的正实数 x，均有 $f(x^2)=\sqrt{x}f(x)$，则 $f(4)=$________

14. 在 ΔABC 中，$\angle C=90°$，点 M 满足 $\overrightarrow{BM}=3\overrightarrow{MC}$，则 $\sin\angle BAM$ 的最大值是______

二. 选择题

15. 已知向量$\vec{a}$、$\vec{b}$都是非零向量，“$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$”是“$\vec{a}\parallel\vec{b}$”的（　　）

A. 充分非必要条件　　　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　　　D. 既非充分也非必要条件

16. 函数$f(x)=\dfrac{5}{2}\sin(\dfrac{\pi}{2}x)-\log_2 x$的零点个数为（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

17. 对于任意两个正整数m、n，定义某种运算“※”，法则如下：当m、n都是正奇数时，$m※n=m+n$，当m、n不全为正奇数时，$m※n=mn$，则在此定义下，集合$M=\{(a,b)\,|\,a※b=16,a\in N^*,b\in N^*\}$中的元素个数是（　　）

A. 7　　B. 11　　C. 13　　D. 14

18. 设有一组圆$C_k:(x-k+1)^2+(y-3k)^2=2k^4$（$k\in N^*$），下列四个命题：①存在一条定直线与所有的圆均相切；②存在一条定直线与所有的圆均相交；③存在一条定直线与所有的圆均不相交；④所有的圆均不经过原点；其中真命题的个数为（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

三. 解答题

19. 已知向量$\vec{a}=(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\sin x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x)$和向量$\vec{b}=(1,f(x))$，且$\vec{a}\parallel\vec{b}$；

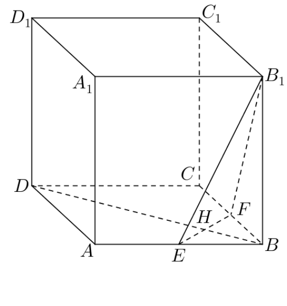
（1）求函数$f(x)$的最小正周期和最大值；

（2）已知ΔABC的三个内角分别为A、B、C，若有$f(A-\dfrac{\pi}{3})=\sqrt{3}$，$\sin B=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$，求$\sin C$的值；

20. 如图，在棱长为a的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E、F分别为棱AB和BC的中点，EF交BD于H；

（1）试在棱B_1B上找一点M，使$D_1M\perp$平面EFB_1，并证明你的结论；

（2）求点D_1到平面EFB_1的距离；



21. 平面直角坐标系中，已知直线$l: x=4$，定点$F(1,0)$，动点$P(x,y)$到直线l的距离是到定点F的距离的 2 倍；

（1）求动点P的轨迹C的方程；

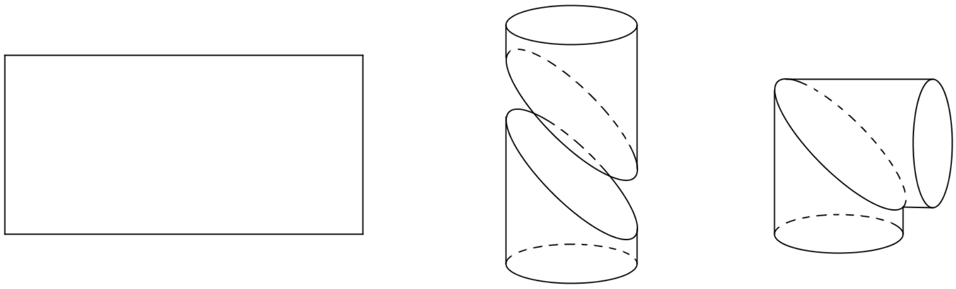
（2）若M为轨迹C上的动点，直线m过点M且与轨迹C只有一个公共点，求证：此时点$E(-1,0)$和点$F(1,0)$到直线m的距离之积为定值；

22. 用一个长为2π，宽为π的矩形铁皮（如图 1）制作成一个直角圆形弯管（如图 3）：先在矩形的中间画一条曲线，并沿曲线剪开，将所得的两部分分别卷成体积相等的斜截圆柱状（如图 2），然后将其中一个适当翻转拼接成直角圆形弯管（如图 3）（不计拼接损耗部分），并使得直角圆形弯管的体积最大；

（1）求直角圆形弯管（图 3）的体积；

（2）求斜截面椭圆的焦距；

（3）在相应的图 1 中建立适当的坐标系，使所画的曲线的方程为$y=d+3\cos\omega x$，求出方程并画出大致图像；



23. 已知数列$\{a_n\}$、$\{b_n\}$满足$b_n=a_{n+1}-a_n$，其中$n=1,2,3,\cdots$；

（1）若$a_1=1$，$b_n=n$，求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若$b_{n+1}b_{n-1}=b_n$（$n\ge 2$），且$b_1=1$，$b_2=2$；

① 记$c_n=a_{6n-1}$（$n\ge 1$），求证：数列$\{c_n\}$为等差数列；

② 若数列$\{\frac{a_n}{n}\}$中任意一项的值均未在该数列中重复出现无数次，求首项a_1应满足的条件；

参考答案

一. 填空题

1. $-\frac{3}{2}$　　2. $\frac{1}{2}$　　3. 23　　4. $\frac{1}{3}$　　5. 3　　6. $-\frac{1}{2}$

7. 4　　8. $\frac{\sqrt{7}}{2}$　　9. 24　　10. $m \neq 1$　　11. 9　　12. -1

13. 4　　14. $\frac{3}{5}$

二. 选择题

15. A　　16. C　　17. C　　18. B

三. 解答题

19.（1）$f(x)=2\sin(x+\frac{\pi}{3})$，$T=2\pi$，$f(x)_{\max}=2$；（2）$\frac{3\sqrt{21}}{14}$或$\frac{\sqrt{21}}{14}$；

20.（1）中点；（2）$\frac{16}{3}$；

21.（1）$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$；（2）定值为 3；

22.（1）π^2；（2）2；（3）$\omega=1$，$d=\frac{\pi}{2}$，图略；

23.（1）$a_n=\frac{n^2-n+2}{2}$；（2）① $d=7$，证明略；

② $a_1 \neq \frac{7}{6}$，$a_1 \neq \frac{4}{3}$，$a_1 \neq \frac{1}{2}$，$a_1 \neq -\frac{1}{3}$，$a_1 \neq -\frac{1}{6}$；