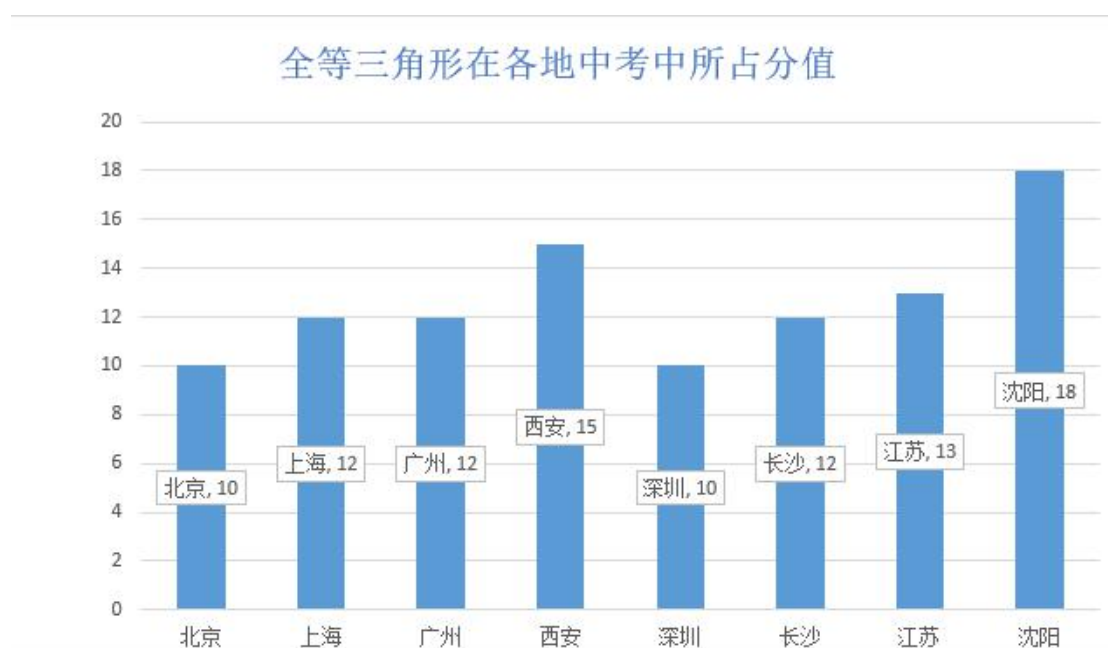


三角形在全国各地中所占比重巨大，而三角形中最重要的就是全等三角形，为了更好地应对中考中三角形的全等知识点我们必须从各种模型上入手



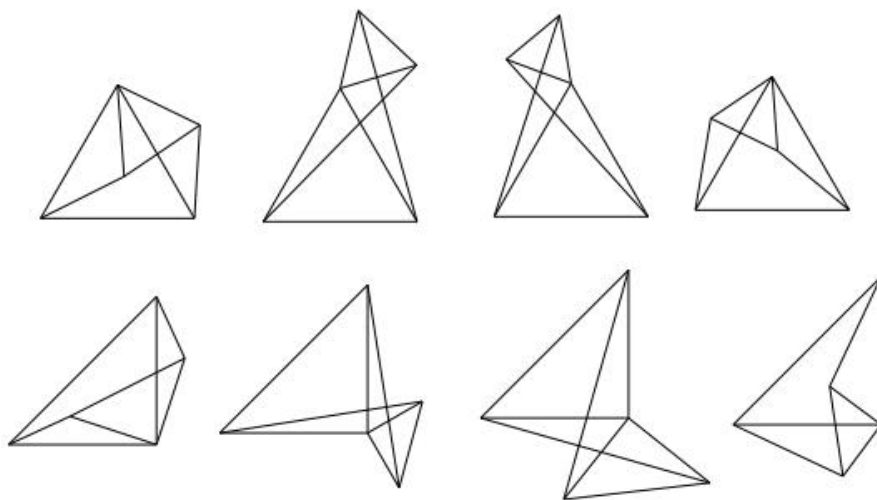
全等大家之所以觉得难，是因为大家对全等的模型并不是很熟悉，而接下来就让我们完整的接触到全等三角形的各种模型和各种考法，常见的四大模型如下，并且有很多衍生出的模型，也是各种基础模型的混合和变换，而我们理清了其中的逻辑跟方法，即使面对衍生出的模型也能应对自如



让我们从手拉手模型开始，解开全等三角形之谜

1.认识手拉手模型：

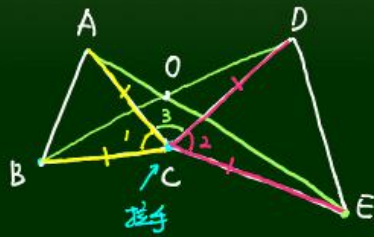
手拉手模型常见图形：



手拉手模型中的全等三角形：

全等三角形基本模型三：手拉手模型

Lv1
↓
Lv5



[条件] ① $\triangle ABC, \triangle CDE$ 为正 \triangle

② 点 C 为公共点, 且 AE, BD 相交于 O

[结论] $AE = BD$

[证明] $\because \triangle ABC, \triangle CDE$ 为正 \triangle
 $\therefore AC = BC, CE = CD$
 $\angle 1 = \angle 2 = 60^\circ$

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 3$$

$$\text{即 } \angle BCD = \angle ACE$$

在 $\triangle BCD$ 与 $\triangle ACE$ 中

$$\begin{cases} BC = AC \\ \angle BCD = \angle ACE \\ CD = CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle BCD \cong \triangle ACE (SAS)$

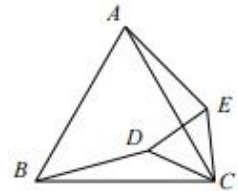
$$\therefore BD = AE$$

[推广] 思考: AB, DE 没有用! !

\therefore ① 改成: $\begin{cases} \triangle ABC, \triangle CDE \text{ 为等腰 } Rt\triangle \\ \text{且 } BC = AC, CD = CE, \\ \angle ACB = \angle ECD = 90^\circ \end{cases}$

2. 实战模拟:

如图, 等边三角形 $\triangle ABC$ 与等边 $\triangle DEC$ 共顶点于 C 点. 求证: $AE = BD$.

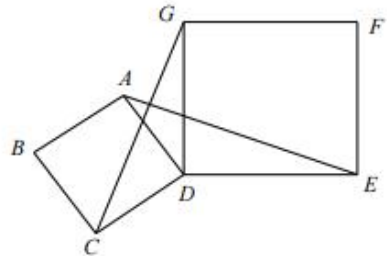


[要点] 本题 $\triangle BDC \cong \triangle AEC$

• 重点: '两边夹角的相等':
$$\begin{cases} \angle 1 + \angle 3 = 60^\circ \\ \angle 2 + \angle 3 = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \angle 1 = \angle 2$$

而手拉手模型不局限于三角形的手拉手，下面让我们看一下正方形的手拉手：

如图，四边形 $ABCD$ 、 $DEFG$ 都是正方形，连接 AE 、 CG 。求证： $AE = CG$ 。

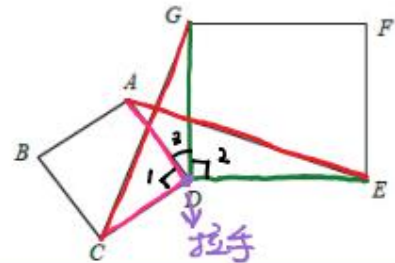


“两边夹角的相等”

$$\begin{cases} \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ + \angle 3 \\ \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ + \angle 3 \end{cases}$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 3$$

$$\therefore \angle CDG = \angle ADE$$



$$\Rightarrow \triangle CDG \cong \triangle ADE \text{ (SAS)}$$

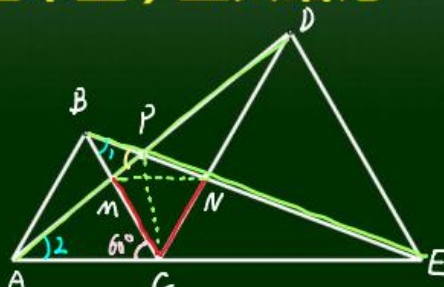
$$\begin{cases} CD = AD \\ \angle CDG = \angle ADE \Rightarrow CG = AE \\ DG = DE \end{cases}$$

3.手拉手模型的结论

【总结】手拉手模型（基本型）五大结论

条件

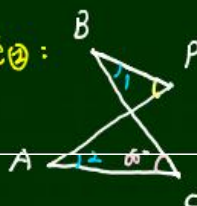
- ① $\triangle ABC, \triangle CDE$ 为正 \triangle
- ② A, C, E 三点共线
- ③ AD 与 BE 交于点 P , CB, CD 分别交 AD, BE 于 M, N



结论

- ① $BE = AD$
- ② $\angle BPA = 60^\circ$
- ③ $CM = CN$
- ④ 连接 MN , 则 $MN \parallel AE$
- ⑤ 连接 CP , 则 CP 平分 $\angle APE$

证明结论②:



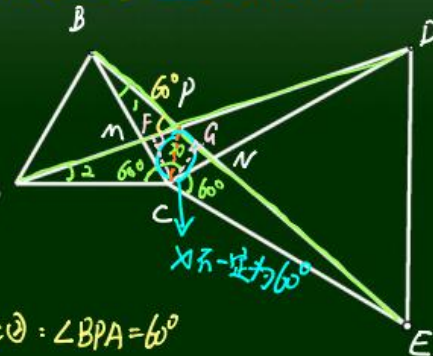
$$\begin{aligned} \because \angle B + \angle P &= \angle A + \angle C \\ \& \angle 1 &= \angle 2 \quad (\angle B = \angle A) \\ \therefore \angle P &= \angle C \end{aligned}$$

$$\text{即 } \angle BPA = \angle ACB = 60^\circ$$

【总结】手拉手模型（一般型）3大结论

条件:

- ① $\triangle ABC, \triangle DCE$ 为正 \triangle
- ② AD, BE 交于 P , CB, CD 分别交 AD, BE 于 M, N



结论逻辑:

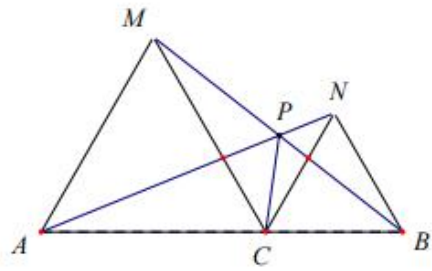
$$\triangle ACD \cong \triangle BCE \Rightarrow \begin{cases} \angle 1 = \angle 2 \Rightarrow \text{结论②: } \angle BPA = 60^\circ \\ BE = AD \text{ (结论①成立)} \end{cases}$$

$$\text{作 } CF \perp AD, CG \perp BE \Rightarrow CF = CG \Rightarrow \text{Rt}\triangle CFP \cong \text{Rt}\triangle CGP \Rightarrow \angle CPF = \angle CPG \Rightarrow \text{CP 平分 } \angle APE \quad (\text{结论⑤成立})$$

$$\because \angle MCN \neq 60^\circ \Rightarrow \triangle ACM \not\cong \triangle CNB \Rightarrow CM \neq CN \Rightarrow \text{结论③不成立}$$

4.课后作业

如图，点 C 为线段 AB 上一点， $\triangle ACM$ 、 $\triangle CBN$ 是等边三角形，求证： CP 平分 $\angle APB$ 。



下次预告：截长补短模型

更快，更及时了解考试信息，下载第一手资料，

请加QQ群：490175512；

或关注我们的公众号；

关注海边数学，做懂孩子的家长

