

37 中学 2016--2017 学年第一学期

初三年级数学月考答案+解析

(考试时间：2016.9)

一、选择题 (本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分)

1. 一元二次方程 $x^2 - 1 = 0$ 的根为 ()

- A、 $x = 1$ B、 $x = -1$ C、 $x_1 = 1, x_2 = -1$ D、 $x_1 = 0, x_2 = 1$

【答案】：C

【考点】：一元二次方程

2. 用配方法解方程： $x^2 - 4x + 2 = 0$ ，下列配方正确的是 ()

- A、 $(x - 2)^2 = 2$ B、 $(x + 2)^2 = 2$ C、 $(x - 2)^2 = -2$ D、 $(x - 2)^2 = 6$

【答案】：A

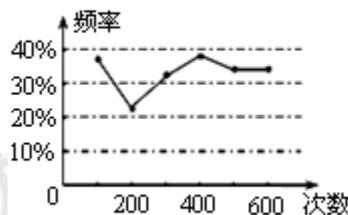
【考点】：配方法解一元二次方程

$$x^2 - 4x = -2$$

【解析】： $x^2 - 4x + 4 = -2 + 4$

$$(x - 2)^2 = 2$$

3. 甲、乙两名同学在一次用频率去估计概率的实验中统计了某一结果出现的频率，绘出的统计图如图
图所示，则符合这一结果的实验可能是 ()

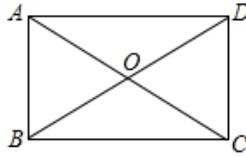


- A、从一袋有 2 个白球和 1 个红球的袋子中任取一球，取到红球的概率
B、掷一枚正六面体的骰子，出现 1 点的概率
C、抛一枚硬币，出现正面的概率
D、任意写一个整数，它能被 2 整除的概率

【答案】：A

【考点】：用频率去估计概率

4. 如图,在矩形 ABCD 中,对角线 AC, BD 相交于点 O, $\angle AOB = 60^\circ$, $AB = 5$. 则 AD 的长是()



- A、 $5\sqrt{2}$ B、 $5\sqrt{3}$ C、5 D、10

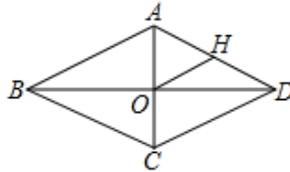
【答案】：B

【考点】：矩形对角线、勾股定理

【解析】：由题可知三角形 ABO 为等边三角形，则 $OB=OA=AB=5$

$BD=2OB=10$ ，在 $Rt\triangle ABD$ 中， $AD=\sqrt{BD^2 - AB^2} = 5\sqrt{3}$

5. 如图，菱形 ABCD 中，对角线 AC，BD 相交于点 O，H 为 AD 边中点，菱形 ABCD 的周长为 28，则 OH 的长等于 ()



- A、3.5 B、4 C、7 D、14

【答案】：A

【考点】：菱形的性质及中位线的性质

【解析】：

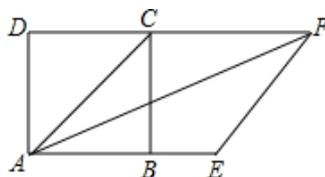
菱形 ABCD 中，O 为对角线 BD 与 AC 的中点。

已知菱形 ABCD 的周长为 28， $AB=7$

由题可知 OH 为 $\triangle ABD$ 的中位线，

$$\text{则 } OH = \frac{1}{2} AB = 3.5$$

6. 如图，以正方形 ABCD 的对角线 AC 为一边作菱形 AEFC，则 $\angle FAB = ()$



- A. 30° B. 45° C. 22.5° D. 135°

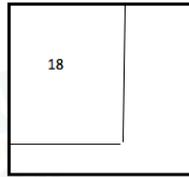
【答案】 C

【考点】 正方形的性质、菱形的性质

【解析】 ①由正方形的性质可知：AC 为 $\angle DAB$ 的角平分线，则 $\angle CAB = 45^\circ$

②由菱形的性质可知：AF 为 $\angle CAB$ 的角平分线，则 $\angle FAB = 22.5^\circ$

7. 公园有一块正方形的空地，后来从这块空地上划出部分区域栽种鲜花（如图），原空地一边减少了 1m，另一边减少了 2m，剩余空地面积为 $18m^2$ ，求原正方形空地的边长。设原正方形空地的边长为 x m，则可列方程为（ ）



- A. $(x+1)(x+2) = 18$ B. $x^2 - 3x + 16 = 0$ C. $(x-1)(x-2) = 18$ D. $x^2 + 3x + 16 = 0$

【答案】 C

【考点】 实际问题与一元二次方程

【解析】 剩余空地的长为 $(x-1)$ m 宽为 $(x-2)$ m

所以可列方程 $(x-1)(x-2) = 18$ ，故选 C

8. 关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2 - x + a^2 - 1 = 0$ 的一个根是 0，则 a 的值为（ ）

- A. 1 B. -1 C. 1 或 -1 D. $\frac{1}{2}$

【答案】 B

【考点】 一元二次方程的解，一元二次方程的定义

【解析】 把 $x=0$ 代入方程 $(a-1)x^2 - x + a^2 - 1 = 0$ ，得

$$a^2 - 1 = 0$$

解，得 $a = \pm 1$

$\because a - 1 \neq 0$

$\therefore a \neq 1$

\therefore 答案为 -1，选 B

9. 根据下列表格对应值：

x	3.24	3.25	3.26
$ax^2 + bx + c$	-0.02	0.01	0.03

判断关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的一个解 x 的范围是 ()

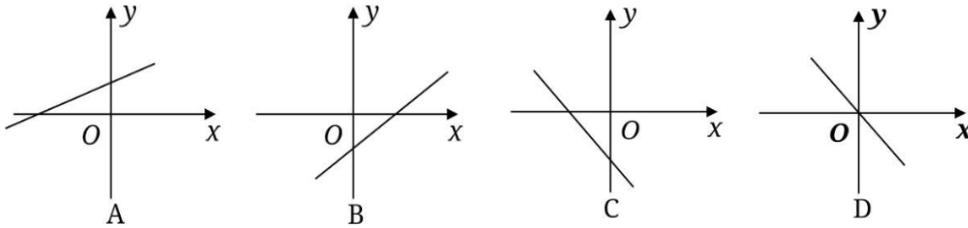
- A. $x < 3.24$ B. $3.24 < x < 3.25$ C. $3.25 < x < 3.26$ D. $3.25 < x < 3.28$

【答案】 B

【考点】 一元二次方程的解

【解析】 当 $3.24 < x < 3.25$ 时，的值由负连续变化到正，说明在 $3.24 < x < 3.25$ 范围内一定有一个 x 的值，使 $ax^2 + bx + c = 0$ ，即是方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的一个解，故选 B.

10. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + kb + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，则一次函数 $y = kx + b$ 的大致图象可能是 ()



【答案】 B

【考点】 一元二次方程和一次函数的图象与性质

【解析】 因为关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + kb + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，所以 $\Delta = 4 - 4(kb + 1) = -4kb > 0$ ，即 $kb < 0$ 。

A 项，由图象可得，该一次函数的系数 $k > 0$ ， $b > 0$ ， $kb > 0$ 。故 A 项不符合题意。

B 项，由图象可得，该一次函数的系数 $k > 0$ ， $b < 0$ ， $kb < 0$ 。故 B 项符合题意。

C 项，由图象可得，该一次函数的系数 $k < 0$ ， $b < 0$ ， $kb > 0$ 。故 C 项不符合题意。

D 项，由图象可得，该一次函数的系数 $k < 0$ ， $b > 0$ ， $kb < 0$ 。故 D 项不符合题意。

二、填空题 (本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分)

11. 一元二次方程 $x^2 = 2x$ 的根是_____。

【答案】 $x_1 = 0, x_2 = 2$

【考点】 一元二次方程根的求解

【解析】 $x^2 - 2x = x(x - 2) = 0$ ，得 $x_1 = 0, x_2 = 2$

12. 等腰三角形的腰与底的长是一元二次方程 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 的根，则该三角形的周长为_____.

【答案】 10 或 6 或 12

【考点】 一元二次方程根的求解与等腰三角形的分类讨论

【解析】 $x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4) = 0$ ，得 $x_1 = 2, x_2 = 4$

当 2 为三角形的腰，4 为三角形的底边长时，三角形三边长分别为 2,2,4；因为 $2+2=4$ ，所以不满足三角形三边关系中的两边之和大于第三边，故舍去；

当 4 为三角形的腰，2 为三角形的底边长时，三角形三边长分别为 2,4,4；

此时三角形的周长为 $2+4+4=10$.

当三角形的腰与底边长均为 2 时，三角形三边长分别为 2,2,2；此时三角形的周长为 $2+2+2=6$.

当三角形的腰与底边长均为 4 时，三角形三边长分别为 4,4,4；此时三角形的周长为 $4+4+4=12$.

综上所述，三角形的周长为 10 或 6 或 12.

13. 我市某企业为节约用水，自建污水净化站，7 月份净化污水 3000 吨，9 月份增加到 3630 吨，则这两个月净化的污水量平均每月增长的百分率为_____%.

【答案】 10

【考点】 一元二次方程增长率问题

【解析】 设平均增长率为 x , 则

$$3000(1+x)^2 = 3630$$

解得 $x = 10\%$

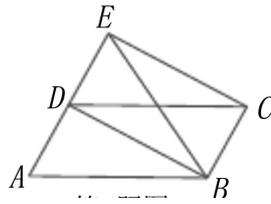
14. 在一个不透明的袋子里，有 2 个白球和 2 个红球，它们只有颜色上的区别，从袋子里随机摸出一个球记下颜色放回，再随机地摸出一个球，则两次都摸到白球的概率为_____.

【答案】 $\frac{1}{4}$

【考点】 放回事件求概率

【解析】 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

15. 如图，在平行四边形 ABCD 中，延长 AD 到点 E，使 $DE=AD$ ，连接 EB, EC, DB 请你添加一个条件_____，使四边形 DBCE 是矩形。



【答案】 $CD=BE$ / $\angle DEC=90^\circ$

【考点】 平行四边形的性质；矩形的判定

【解析】 \because 四边形 ABCD 是平行四边形

$\therefore AD \parallel BC, AD=BC$

又 $\because DE=AD$

$\therefore DE=BC$

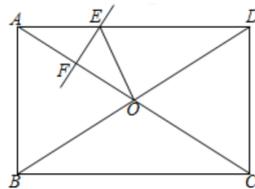
又 $\because DE \parallel BC$

\therefore 四边形 BCED 是平行四边形

又 $\because BE=DC$

\therefore 四边形 BCED 是矩形

16. 如图，在矩形 ABCD 中，对角线 AC、BD 相交于点 O，EF 是 OA 的中垂线，分别交 AD、OA 于点 E、F，若 $AB=6\text{cm}$ ， $BC=8\text{cm}$ ，则 $\triangle DEO$ 的周长=_____cm.

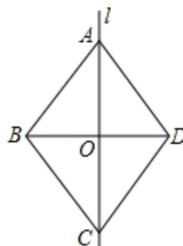


【答案】 13

【考点】 矩形的性质

【解析】 $\triangle DEO$ 的周长 $=OD+OE+DE=AE+OE+DE=AD+OD=8+5=13\text{cm}$

17. 如图，四边形 ABCD 是轴对称图形，且直线 AC 是对称轴， $AB \parallel CD$ ，则下列结论：① $AC \perp BD$ ；② $AD \parallel BC$ ；③ 四边形 ABCD 是菱形；④ $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ 。其中正确的是_____ (填序号)



【答案】①②③④

【考点】轴对称的性质；菱形的性质与判定

【解析】 $\because AB \parallel CD$

$\therefore \angle OAD = \angle OCB$

在 $\triangle AOD$ 与 $\triangle BOC$ 中

$$\begin{cases} \angle OAD = \angle OCB \\ \angle AOD = \angle BOC \\ BO = DO \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOD \cong \triangle BOC$ (AAS)

$\therefore AD = BC$

根据菱形的性质，可得①②③④均正确

又 $\because AB \parallel CD$

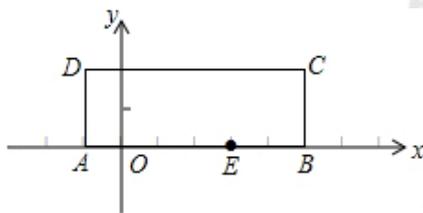
\therefore 四边形 ABCD 为平行四边形

又 \because 四边形 ABCD 是轴对称图形

$\therefore AD = AB$

\therefore 四边形 ABCD 为菱形

18. 如图，在平面直角坐标系中，O 为坐标原点，四边形 ABCD 是矩形，顶点 A、B、C、D 的坐标分别为 $(-1, 0)$ ， $(5, 0)$ ， $(5, 2)$ ， $(-1, 2)$ ，点 E $(3, 0)$ 在 x 轴上，点 P 在 CD 边上运动，使 OPE 为等腰三角形，则满足条件的 P 点的坐标为：_____



【答案】 $(\sqrt{5}, 2)$ 或 $(3 - \sqrt{5}, 2)$ 或 $(\frac{3}{2}, 2)$

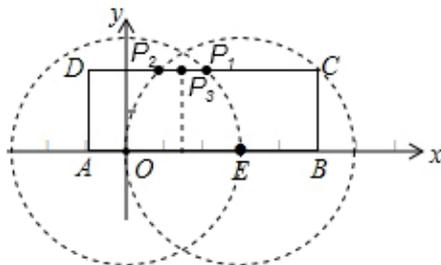
【考点】等腰三角形存在性问题——两圆一线

【解析】如图所示：①以 O 为圆心，OE 长为半径画圆，得到 $P_1(\sqrt{5}, 2)$

②以 E 为圆心，EO 长为半径画圆，得到 $P_2(3 - \sqrt{5}, 2)$

③做 OE 的垂直平分线, 得到 $P_3(\frac{3}{2}, 2)$

综上所述: 满足条件的坐标为: $(\sqrt{5}, 2)$ 或 $(3-\sqrt{5}, 2)$ 或 $(\frac{3}{2}, 2)$



三、解答题 (本题共 5 个小题, 共 46 分, 要有必要的文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. 用合适的方法解方程 (共 12 分)

(1) $x^2 + 4x - 1 = 0$

(2) $2(x-1)^2 = 1-x$

【答案】(1) $x_1 = \sqrt{5} - 2, x_2 = -\sqrt{5} - 2$

(2) $x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{2}$

【考点】解一元二次方程

【解析】

(1) $x^2 + 4x - 1 = 0$

(2) $2(x-1)^2 = 1-x$

解: $x^2 + 4x + 4 = 5$

解: $2(x-1)^2 - (1-x) = 0$

$(x+2)^2 = 5$

$(x-1)[2(x-1)+1] = 0$

$x+2 = \pm\sqrt{5}$

$(x-1)(2x-1) = 0$

$\therefore x_1 = -2 + \sqrt{5}, x_2 = -2 - \sqrt{5}$

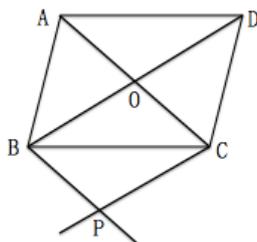
$\therefore x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{2}$

20. 如图, 平行四边形 ABCD 的对角线 AC, BD 交于点 O, 过点 B 作 $BP \parallel AC$, 过点 C 作 $CP \parallel BD$, BP 与 CP 相交于点 P. (8 分)

(1) 判断四边形 BPCO 的形状, 并说明理由;

(2) 若将平行四边形 ABCD 改为菱形 ABCD, 其他条件不变, 得到的四边形 BPCO 是什么四边形, 并说明理由;

(3) 若得到的是正方形 BPCO, 则四边形 ABCD 是_____。(选填平行四边形、矩形、菱形、正方形中你认为正确的一个)



【考点】特殊四边形的性质及判定

【解析】(1) 四边形 BPCO 是平行四边形

理由： \because 平行四边形 ABCD 中，AC、BD 为对角线

$\therefore BP \parallel AC$, $CP \parallel BD$

\therefore 四边形 BPCO 是平行四边形（两组对边互相平行）

(2) 四边形 BPCO 是矩形

理由： \because 菱形 ABCD 中，AC、BD 为对角线

$\therefore AC \perp BD$ 即 $BO \perp CO$

$\therefore \angle BOC = 90^\circ$

又 $\because BP \parallel AC$, $CP \parallel BD$

\therefore 四边形 BPCO 是平行四边形（两组对边互相平行）

\therefore 四边形 BPCO 为矩形

(3) 正方形

21. 为了传承优秀传统文化，我校开展“经典诵读”比赛活动，诵读材料有《论语》，《三字经》，《弟子规》（分别用字母 A，B，C 依次表示这三个诵读材料），将 A，B，C 这三个字母分别写在 3 张完全相同的不透明卡片的正面上，把这 3 张卡片背面朝上洗匀后放在桌面上。小明和小亮参加诵读比赛，比赛时小明先从中随机抽取一张卡片，记录下卡片上的内容，放回后洗匀，再由小亮从中随机抽取一张卡片，选手按各自抽取的卡片上的内容进行诵读比赛。（8 分）

(1) 小明诵读《论语》的概率是_____；

(2) 请用列表法或画树状图（树形图）法求小明和小亮诵读两个不同材料的概率。

【答案】(1) $\frac{1}{3}$ ；(2) $\frac{2}{3}$

【考点】概率的计算

【解析】(1) ∵ 诵读材料有《论语》，《三字经》，《弟子规》三种，∴ 小明诵读《论语》的概率 = $\frac{1}{3}$ ，

(2) 列表得：

小明 / 小亮	A	B	C
A	(A, A)	(A, B)	(A, C)
B	(B, A)	(B, B)	(B, C)
C	(C, A)	(C, B)	(C, C)

由表格可知，共有 9 种等可能性结果，其中小明和小亮诵读两个不同材料结果有 6 种。

所以小明和小亮诵读两个不同材料的概率 = $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ 。

22. 商场某种商品平均每天可售 30 件，每件盈利 100 元，为了尽快减少库存，商场决定采取降价措施，经调查发现，每件商品每降价 2 元，商场平均每天可多售出 2 件，设每件商品降价 x (x 为偶数) 元，据此规律，请回答：(8 分)

- (1) 降价后，商场日销售量增加 _____ 件，每件商品盈利 _____ 元 (用含 x 的代数式表示)。
 (2) 在上述条件不变，销售正常的情况下，每件商品降价多少元时，商品日盈利可达到 4200 元？

【考点】一元二次方程的应用

【解析】

(1) x $100-x$

(2) 设：降价 x 元时，商品日盈利可达到 4200 元 (x 为偶数)。

$$(30 + x)(100 - x) = 4200$$

$$3000 + 100x - 30x - x^2 = 4200$$

$$x^2 - 70x + 1200 = 0$$

$$(x - 30)(x - 40) = 0$$

$$x = 30 \text{ 或 } x = 40$$

∵ 为了尽快减少库存

∴ 取 $x = 40$

答：降价 40 元时，商品日盈利可达到 4200 元。

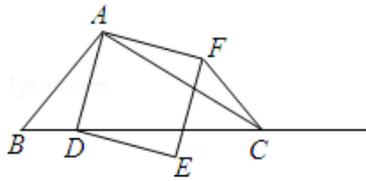
23. 如图甲，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB$ 为锐角，点 D 为射线 BC 上一动点，连接 AD ，以 AD 的一边且在 AD 的右侧作正方形 $ADEF$ 。解答下列问题：（10分）

(1) 如果 $AB=AC$ ， $\angle BAC=90^\circ$ ，

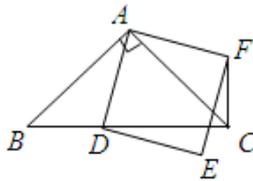
①当点 D 在线段 BC 上时(与点 B 不重合)，如图乙，线段 CF 、 BD 之间的位置关系为_____，数量关系为_____。

②当点 D 在线段 BC 的延长线上时，如图丙，①中的结论是否任然成立，为什么？

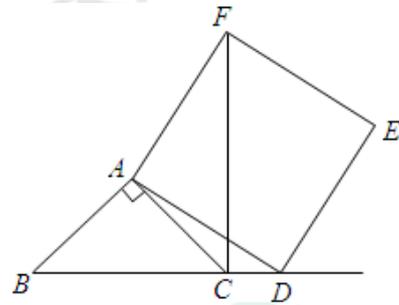
(2) 如果 $AB \neq AC$ ， $\angle BAC \neq 90^\circ$ ，点 D 在线段 BC 上运动。当 $\triangle ABC$ 满足_____条件时， $CF \perp BC$ (点 C 、 F 重合除外)



图甲



图乙



图丙

【答案】(1) ①垂直，相等 ②见解析

(2) $\angle ACB=45^\circ$

【考点】全等三角形的判定与性质

【解析】(1) ①垂直，相等

证明：正方形 $ADEF$ 中， $AD=AF$ ，

$\therefore \angle BAC = \angle DAF = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAD = \angle CAF$ ，

又 $\because AB=AC$ ，

$\therefore \triangle DAB \cong \triangle FAC$ ，

$\therefore CF=BD$ ， $\angle B = \angle ACF$ ，

$\therefore \angle ACB + \angle ACF = 90^\circ$ ，即 $CF \perp BD$ 。

②当点 D 在 BC 的延长线上时①的结论仍成立。

证明：由正方形 $ADEF$ 得 $AD=AF$ ， $\angle DAF=90^\circ$ 。

$\therefore \angle BAC=90^\circ$ ，

$\therefore \angle DAF = \angle BAC$ ，

$$\therefore \angle DAB = \angle FAC,$$

$$\text{又} \because AB = AC,$$

$$\therefore \triangle DAB \cong \triangle FAC,$$

$$\therefore CF = BD, \angle ACF = \angle ABD.$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ, AB = AC,$$

$$\therefore \angle ABC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ACF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BCF = \angle ACB + \angle ACF = 90^\circ.$$

即 $CF \perp BD$.

(2) 当 $\angle ACB = 45^\circ$ 时, $CF \perp BD$ (如图).

理由: 过点 A 作 $AG \perp AC$ 交 CB 的延长线于点 G,

则 $\angle GAC = 90^\circ$,

$$\because \angle ACB = 45^\circ, \angle AGC = 90^\circ - \angle ACB,$$

$$\therefore \angle AGC = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle AGC = 45^\circ,$$

$$\therefore AC = AG,$$

$$\because \angle DAG = \angle FAC \text{ (同角的余角相等)}, AD = AF,$$

$$\therefore \triangle GAD \cong \triangle CAF,$$

$$\therefore \angle ACF = \angle AGC = 45^\circ,$$

$$\angle BCF = \angle ACB + \angle ACF = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ, \text{ 即 } CF \perp BC.$$

