山西大学附中

2016~2017 学年高三第一学期 9 月（总第一次）模块诊断

数学 ▪ 试卷分析

一、选择题

1.已知集合$A=\{x|-2<x<2\}, B=\{x|(x+1)(x-3)\le 0\}$,则$A\cap(C_R B)=($　　$)$.

$A.(-1,2)$　　$B.(-2,-1]$　　$C.(-2,-1)$　　$D.(2,3)$

答案：C
考点：集合的运算
解析：$B=\{x\|(x+1)(x-3)\le 0\}=\{x\|-1\le x\le 3\}, C_R B=\{x\|x<-1或x>3\}$, 故$A\cap C_R B=\{x\|-2<x<-1\}$,即$(-2,-1)$.

2.设复数z满足$iz=2-i$,则$z=($　　$)$.

$A.-1-2i$　　$B.1-2i$　　$C.1+2i$　　$D.-1+2i$

答案：A
考点：复数的运算
解析：$iz=2-i\Rightarrow z=\frac{2-i}{i}=\frac{(2-i)i}{i^2}=-1-2i$

3.命题“若$a^2+b^2=0$,则$a=0$且$b=0$”的逆否命题是(　　).

$A.$若$a^2+b^2\ne 0$,则$a\ne 0$且$b\ne 0$　　$B.$若$a^2+b^2\ne 0$,则$a\ne 0$或$b\ne 0$

$C.$若$a=0$且$b=0$,则$a^2+b^2\ne 0$　　$D.$若$a\ne 0$或$b\ne 0$,则$a^2+b^2\ne 0$

答案：D
考点：命题的转化

4.已知$a=2^{1.2}, b=\left(\frac{1}{2}\right)^{-0.8}, c=2\log_5 2$,则$a,b,c$的大小关系为(　　).

$A.c<b<a$　　$B.c<a<b$　　$C.b<a<c$　　$D.b<c<a$

答案：A
考点：基本初等函数
解析：$b=\left(\frac{1}{2}\right)^{-0.8}=2^{0.8}<a=2^{1.2}, c=2\log_5 2=\log_5 4<1<b=\left(\frac{1}{2}\right)^{-0.8}$, 综上，$c<b<a$.

5.已知$a>1, f(x)=a^{x^2+2x}$,则使$f(x)<1$成立的一个充分不必要条件是（ ）

$A.-2<x<0$　　$B.-2<x<1$　　$C.-1<x<0$　　$D.-1<x\le 0$

答案： B

考点：指数函数，充分条件与必要条件

解析：要使 f（x)<1,即解得-2<x<0。-2<x<0 是使 f（x）<1 的充分必要条件，-2<x<1 是使 f（x）<1 的充分不必要条件，-1<x<0 使 f（x）<1 的必要不充分条件，-1<x≤0 是使 f（x）<1 的非充分非必要条件。

6. 平面向量a与b的夹角为60°，$a=(2,0),|b|=1,|a+2b|=$（ ）

$A.\sqrt{3}$　　$B.2\sqrt{3}$　　$C.4$　　$D.12$

答案： B

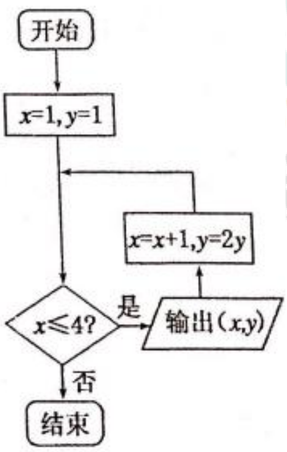
考点：向量运算

解析：

$$|a+2b|=\sqrt{(a+2b)^2}=\sqrt{a^2+4ab+4b^2}$$
$$=\sqrt{|a|^2+4|a||b|\cos 60^\circ+4|b|^2}=\sqrt{2^2+4\times2\times1\times\frac{1}{2}+4\times1^2}=2\sqrt{3}$$

7. 如右图所示的程序框图输出的所有点都在函数（ ）的图像上

$A.y=x+1$　　$B.y=2^x$　　$C.y=2x$　　$D.y=2^{x-1}$



答案： D

考点：程序框图

解析：
$x=1, y=1=2^0$
$x=2, y=2\times 1=2^1$
$x=3, y=2\times 2\times 1=2^2$
$x=4, y=2\times 2\times 2\times 1=2^3$
这些点都在函数$y=2^{x-1}$的图像上

8. 已知函数$f(x)=\begin{cases} x+1(-1\le x\le 0) \\ \sqrt{1-x^2}(0<x\le 1) \end{cases}$,则$\int_{-1}^{1} f(x)dx=(\quad)$

$A.1+\frac{\pi}{2}$　　$B.\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}$　　$C.1+\frac{\pi}{4}$　　$D.\frac{1}{2}+\frac{\pi}{2}$

答案： B

考点：定积分运算

解析：
该定积分值的几何意义为一个直角三角形与一个$\frac{1}{4}$圆的面积之和,
$\int_{-1}^{1} f(x)dx=\frac{1}{2}\times 1\times 1+\frac{1}{4}\times \pi\times 1^2=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\pi$

9.在约束条件$\begin{cases} x\le 1 \\ x-y+m^2\ge 0 \\ x+y-1\ge 0 \end{cases}$,若目标函数$Z=-2x+y$的最大值不超过4,则实数$m$的取值范围_______

$A.(-\sqrt{3},\sqrt{3})$
$B.(0,\sqrt{3}]$
$C.[-\sqrt{3},0]$
$D.[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$

答案：D

考点分析：简单线性规划

解：联立$x-y+m^2=0$和$x+y-1=0$

得到交点坐标为（$\frac{1-m^2}{2},\frac{1+m^2}{2}$),

将这个交点坐标代入$z=-2x+y$中，得到

$m^2-1+\frac{1+m^2}{2}\le 4$,解得$m^2\le 3$,即$-\sqrt{3}\le m\le\sqrt{3}$,

选D

10.已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$,过其左焦点$F_1$作$x$轴的垂线交双曲线于$A$、$B$两点，若双曲线右顶点在以$AB$为直径的圆内，则双曲线离心率的取值范围为______

$A.(2,+\infty)$

$B.(1,2)$

$C.(\frac{3}{2},+\infty)$

$D.(1,\frac{3}{2})$

答案：A

考点分析：双曲线定义与离心率

解：令$B(-c,t)$,由于双曲线右顶点在以AB为直径的圆内，
而右顶点到左焦点的距离为$a+c$,则$t>a+c$。由于点B在双曲线上，
故$\frac{c^2}{a^2}-\frac{t^2}{b^2}=1$,化为$t^2=\frac{b^2c^2}{a^2}-b^2$,所以$\frac{b^2c^2}{a^2}-b^2>(a+c)^2$,又因为
$b^2=c^2-a^2$,所以$\frac{(c^2-a^2)\ c^2}{a^2}-(c^2-a^2)>(a+c)^2$,解得$e=\frac{c}{a}>2$。故
选A。

11.已知定义在$(0,\frac{\pi}{2})$上的函数$f(x)$, $f^{'}(x)$为其导数，且$\cos x\bullet f(x)<f^{'}(x)\bullet\sin x$恒成立，则________

$A.\sqrt{3}f(\frac{\pi}{4})>\sqrt{2}f(\frac{\pi}{3})$

$B.\sqrt{2}f(\frac{\pi}{6})>f(\frac{\pi}{4})$

$C.\sqrt{3}f(\frac{\pi}{6})<f(\frac{\pi}{3})$

$D.f(1)<2f(\frac{\pi}{6})\sin 1$

答案：C

考点分析：导数与三角函数综合

解：由题可知$(\frac{f(x)}{\sin x})' > 0$，所以可得$f(x)$在

$(0,\frac{\pi}{2})$单调递增，所以$\frac{f(\frac{\pi}{4})}{\frac{\pi}{4}} < \frac{f(\frac{\pi}{3})}{\frac{\pi}{3}}$，$A$错

$\frac{f(\frac{\pi}{6})}{\frac{\pi}{6}} < \frac{f(\frac{\pi}{4})}{\frac{\pi}{4}}$，$B$错；$\frac{f(\frac{\pi}{6})}{\frac{\pi}{6}} < \frac{f(\frac{\pi}{3})}{\frac{\pi}{3}}$，$C$对

$\frac{f(1)}{\sin 1} > \frac{f(\frac{\pi}{6})}{\frac{\pi}{6}}$，$D$错

12.已知函数$f(x)=|xe^x|$，方程$f^2(x)+tf(x)+1=0(t\in R)$有四个实数根，则t的取值范围是_____

$A.(\frac{e^2+1}{e},+\infty)$

$B.(-\infty,-\frac{e^2+1}{e})$

$C.(-\frac{e^2+1}{e},-2)$

$D.(2,\frac{e^2+1}{e})$

答案：B
考点分析：导数综合应用

解：$f(x)=\left|xe^x\right|$，当$x\geq 0$时，$f(x)=xe^x$，
当$x<0$时，$f(x)=-xe^x$
当$x\geq 0$时，$f'(x)=e^x+xe^x$恒成立，
所以$f(x)$在$[0,+\infty)$上为增函数；
当$x<0$时，$f'(x)=-e^x-xe^x=-e^x(x+1)$
由$f'(x)=0$，得$x=-1$，当$x\in(-\infty,-1)$时，$f(x)$为
增函数，
当$x\in(-1,0)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$为减函数
所以函数$f(x)=\left|xe^x\right|$在$(-\infty,0)$上有一个最大值
$f(-1)=\frac{1}{e}$，要使方程$f^2(x)+tf(x)+1=0$有四个实数根，
令$f(x)=m$，则方程$m^2+tm+1=0$应有两个不等根，且
一个跟在$(0,\frac{1}{e})$上，一个根在$(\frac{1}{e},+\infty)$上，
令$g(m)=m^2+tm+1$，因为$g(0)>0$，
只需$g(\frac{1}{e})<0$，解得$t<-\frac{e^2+1}{e}$，选B

二、填空题

13.两平行直线$kx+6y+2=0$与$4x-3y+4=0$之间的距离为____。

答案：1

考点：两条平行直线间的距离

解析：因为直线$kx+6y+2=0$与直线$4x-3y+4=0$平行

所以$\frac{k}{6}=-\frac{4}{3}$，$k=-8$

所以直线$kx+6y+2=0$可化为$4x-3y-1=0$

所以根据平行直线之间的距离公式可得，距离$d=1$.

14.设常数$a\in R$，若$\left(x^2+\frac{a}{x}\right)^5$的二项展开式中$x^7$项的系数为$-10$，则$a=$____

答案：-2

考点：二项展开式的系数

解析：$\left(x^2+\dfrac{a}{x}\right)^5$ 的展开式的通项为

$$T_{r+1}=C_5^r\left(x^2\right)^{5-r}\left(\frac{a}{x}\right)^r=C_5^r x^{10-3r}$$

令 $10-3r=7$ 得 $r=1$

所以 x^7 的系数为 aC_5^1,由题意可得 $a=-2$

15.直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的各顶点都在同一球面上,若 $AB=AC=AA_1=2,\angle BAC=120^\circ$，则此球的表面积为________

答案：20π

考点：球的表面积

解析：在 ΔABC 中, $AB=AC=2,\angle BAC=120^\circ$ 可得 $BC=2\sqrt{3}$

由正弦定理可得, ΔABC 的外接圆半径 $r=2$.

设此圆圆心为 O',球心为 O.

在 $Rt\Delta OBO'$ 中, $OO'=1,OB=2$,所以 $r=\sqrt{5}$

所以 $S=4\pi r^2=20\pi$

16.若数列 $\{a_n\}$ 是正项数列,且 $\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}+\cdots+\sqrt{a_n}=n^2+3n$，则 $\dfrac{a_1}{2}+\dfrac{a_2}{3}+\cdots+\dfrac{a_n}{n+1}$ =________

答案：$2n^2+6n$

考点：数列求和

解析：令 $n=1$,得 $\sqrt{a_1}=4$,所以 $a_1=16$

当 $n\geq 2$ 时, $\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}+\cdots+\sqrt{a_{n-1}}=(n-1)^2+3(n-1)$

与已知式子相减得：$\sqrt{a_n}=\left(n^2+3n\right)-(n-1)^2-3(n-1)=2n+2$

所以，$a_n=4(n+1)^2$. $n=1$时，a_1适合a_n

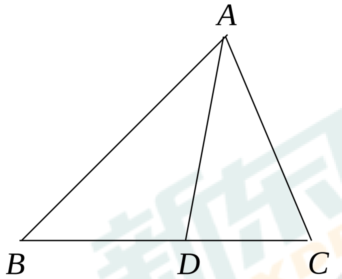
综上可得，$a_n=4(n+1)^2$

所以$\frac{a_n}{n+1}=4n+4$

所以$\frac{a_1}{2}+\frac{a_2}{3}+\cdots+\frac{a_n}{n+1}=\frac{n(8+4n+4)}{2}=2n^2+6n$

三、解答题

17.（本小题满分 12 分）如图，在ΔABC中，$B=\frac{\pi}{4}$，角A的平分线AD交BC于点D，设$\angle BAD=\alpha,\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$.（Ⅰ）求$\sin C$;（Ⅱ）若$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=28$,求$AC$的长.



第 17 题图

解析：（1）在ΔABC中，$C=\pi-\frac{\pi}{4}-2\alpha$,

则$\sin(\pi-\frac{\pi}{4}-2\alpha)=\sin(\frac{\pi}{4}+2\alpha)=\frac{\sqrt{2}}{2}-\sqrt{2}\sin^2\alpha+\sqrt{2}\sin\alpha\cos\alpha$

因为$\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$且$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，所以$\cos\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

所以$\sin c=\sin(\pi-\frac{\pi}{4}-2\alpha)=\frac{7\sqrt{2}}{10}$.

（2）因为$\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$,所以$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{4}{5}$,

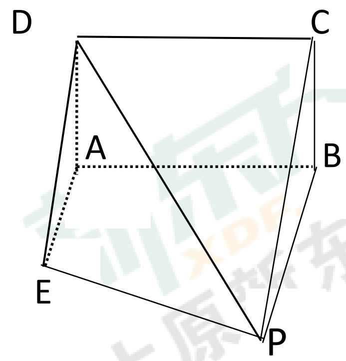
$$\begin{cases}\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=28\\ \dfrac{BC}{\frac{4}{5}}=\dfrac{BA}{\frac{7\sqrt{2}}{10}}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}|BA|\cdot|BC|\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}=28\\ AB=\dfrac{7\sqrt{2}}{8}BC\end{cases}\Rightarrow BC=4\sqrt{2},$$

又因为 $\dfrac{AC}{\sin B}=\dfrac{BC}{\sin\angle BAC}\Rightarrow AC=5$.

18.（本小题满分 12 分）如图，已知矩形 $ABCD$ 所在平面垂直于直角梯形 $ABPE$ 所在平面于直线 AB，且 $AB=BP=2$，$AO=AE=1$，$AE\perp AB$，且 $AE\parallel BP$.

（Ⅰ）设点 M 为棱 PD 中点，求证：$EM\parallel$ 平面$ABCD$；

（Ⅱ）线段 PD 上是否存在一点 N，使得直线 BN 与平面 PCD 所成角的正弦值等于 $\dfrac{2}{5}$？若存在，试确定点 N 的位置；若不存在，请说明理由.



解析：

（1）连接 BD，并取 BD 的中点 F，连接 AF,MF,

因为 M,F 分别为 PD,BD 的中点，

所以 $MF\underline{\underline{//}}\dfrac{1}{2}BP=1$，又因为 $AE//BP$，

所以 $MF\underline{\underline{//}}AE$，所以四边形 $AEMF$ 为平行四边形，

所以 $AF\|EM$.又因为 $AF\subset$ 平面$ABCD$，所以 $EM//$平面$ABCD$.

（2）因为平面 $ABCD\perp$ 平面$AEPB$，且 $AE\perp AB$，

所以 $AE\perp PA$，又因为$AD\perp AB$，

所以以 A 为原点，AE,AB,AD 所在的直线分别为 x,y,z 轴建立空间直角坐标系.

则 $B(0,2,0)$，$P(2,2,0)$，$C(0,2,1)$，$D(0,0,1)$，

$\overrightarrow{PD}=(-2,-2,1),\overrightarrow{PC}=(-2,0,1)$，设 $\overrightarrow{PN}=\lambda\overrightarrow{PD}$，

则 $\overrightarrow{PN}=(-2\lambda,-2\lambda,\lambda)$,所以$N(2-2\lambda,2-2\lambda,\lambda)$，所以 $\overrightarrow{BN}=(2-2\lambda,-2\lambda,\lambda)$

设平面 PCD 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，则

$$\begin{cases}\overrightarrow{PD}\cdot\vec{n}=0\\ \overrightarrow{PC}\cdot\vec{n}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-2x-2y+z=0\\ -2x+z=0\end{cases}\text{令}x=1\text{得}\begin{cases}x=1\\ y=0\\ z=2\end{cases}\text{，所以}\vec{n}=(1,0,2).$$

因为 BN 与平面 PCD 所成角的正弦值为 $\frac{2}{5}$，

所以 $\cos\left\langle\overrightarrow{BN},\vec{n}\right\rangle=\frac{\overrightarrow{BN}\cdot\vec{n}}{|\overrightarrow{BN}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{2}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{9\lambda^2-8\lambda+4}}=\frac{2}{5}$，

所以 $\sqrt{9\lambda^2-8\lambda+4}=\sqrt{5}\Rightarrow 9\lambda^2-8\lambda-1=0\Rightarrow\lambda=1\text{或}\lambda=-\frac{1}{9}$（舍），

所以 N 与 D 重合时满足条件.

19.现有甲、乙两个靶.某射手向甲靶射击两次，每次命中的概率为 $\frac{3}{4}$，每命中一次得 1 分，没有命中得 0 分；向乙靶射击一次，命中率为 $\frac{2}{3}$，命中得 2 分，没有命中得 0 分.该射手每次射击的结果相互独立.假设该射手完成以上三次射击.

（1） 求该射手恰好命中两次的概率；

（2） 求该射手的总得分 X 的分布列及数学期望 EX.

【答案】：(1)设该射手恰好命中两次为事件 A，则

$$P(A)=\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)+C_2^1\times\frac{3}{4}\times\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{7}{16}$$

（2）$P(X=0)=\left(1-\frac{3}{4}\right)\left(1-\frac{3}{4}\right)\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{48}$

$$P(X=1)=\frac{3}{4}\left(1-\frac{3}{4}\right)\left(1-\frac{2}{3}\right)+\left(1-\frac{3}{4}\right)\frac{3}{4}\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{8}$$

$P(X=2)=\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\left(1-\frac{2}{3}\right)+\left(1-\frac{3}{4}\right)\left(1-\frac{3}{4}\right)\frac{2}{3}=\frac{11}{48}$

$P(X=3)=\frac{3}{4}\left(1-\frac{3}{4}\right)\frac{2}{3}+\left(1-\frac{3}{4}\right)\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{4}$

$P(X=4)=\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{3}{8}$

$EX=0\times\frac{1}{48}+1\times\frac{1}{8}+2\times\frac{11}{48}+3\times\frac{1}{4}+4\times\frac{3}{8}=\frac{17}{6}$

20.已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的一个顶点为$A(2,0)$，离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$.直线$y=k(x-1)$与椭圆 C 交于不同的两点 M，N.

（1）求椭圆的方程；（2）当$\triangle AMN$的面积为$\frac{4\sqrt{7}}{9}$是，求 k 的值.

【答案】: (1) $a=2, e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}, \therefore c=\sqrt{2}\ \therefore b^2=a^2-c^2=2$

椭圆方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$

（2）$S=\frac{1}{2}|y_1-y_2|=\frac{1}{2}|k|\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$

将$y=k(x-1)$代入椭圆得：$(1+2k^2)x^2-4k^2x+2k^2-4=0$

$x_1+x_2=\frac{4k^2}{1+2k^2}, x_1x_2=\frac{2k^2-4}{1+2k^2}$

$\therefore S=\frac{1}{2}|k|\sqrt{\left(\frac{4k^2}{1+2k^2}\right)^2-4\times\frac{2k^2-4}{1+2k^2}}=\frac{|k|}{2}\bullet\frac{\sqrt{16+24k^2}}{1+2k^2}=\frac{4\sqrt{7}}{9}$

解得$k=\pm 2$

21.已知函数$f(x)=-x^2+2lnx$

（1）求函数$f(x)$的最大值

（2）若函数$f(x)$与$g(x)=x+\frac{a}{x}$有相同极值点，

（i）求实数a的值

（ⅱ）若对于$\forall x_1,x_2\in\left[\frac{1}{e},3\right]$（e 为自然对数的底数），不等式$\frac{f(x_1)-g(x_2)}{k-1}\le 1$恒成立，求实数$k$的取值范围

解析：（1）对f(x)求导可得：$f'(x)=-2x+\frac{2}{x}=-\frac{2(x+1)(x-1)}{x}(x>0)$

当$f'(x)>0$时，$0<x<1$；当$f'(x)<0$时，$x>1$，

故$f(x)$在$(0,1)$上为增函数，在$(1,+\infty)$上为减函数，

即函数$f(x)$的最大值为$\mathrm{f}(1)=-1$

（2）

（ⅰ）由（1）可知$\mathrm{x}=1$为函数$f(x)$的极值点，

又函数$f(x)$与$\mathrm{g}(\mathrm{x})=\mathrm{x}+\frac{a}{x}$有相同极值点，故$\mathrm{x}=1$为函数$g(x)$的极值点，

因此$g'(1)=1-a=0$，解得$a=1$

（ⅱ）由（1）知$f(x)$在$[\frac{1}{e},1)$上为增函数，在$(1,3]$上为减函数，

故当$x_1\in\left[\frac{1}{e},3\right]$时，$f(x_1)_{min}=f(3)=-9+2ln3,$

$$f(x_1)_{max}=f(1)=-1$$

由（ⅰ）知$g(x)$在$[\frac{1}{e},1)$上为减函数，在$(1,3]$上为增函数，

故当$x_2\in\left[\frac{1}{e},3\right]$时，$g(x_2)_{min}=g(1)=2,$

$$g(x_2)_{max}=g(3)=\frac{10}{3}$$

① 当$\mathrm{k}-1>0$，即$k>1$时，

对于$\forall x_1,x_2\in\left[\frac{1}{e},3\right]$（e 为自然对数的底数），

不等式$\frac{f(x_1)-g(x_2)}{k-1}\le 1$恒成立等价于$\mathrm{k}\ge[\mathrm{f}(x_1)-\mathrm{g}(x_2)]_{max}+1$，

又$[\mathrm{f}(x_1)-\mathrm{g}(x_2)]_{max}=f(1)-g(1)=-1-2=-3$，

故$k\ge-2$，因此$k>1$

②当$k-1<0$，即$k<1$时，

对于$\forall x_1,x_2\in\left[\frac{1}{e},3\right]$（e 为自然对数的底数），

不等式$\frac{f(x_1)-g(x_2)}{k-1}\le 1$恒成立等价于$k\le[f(x_1)-g(x_2)]_{min}+1$，

又$[f(x_1)-g(x_2)]_{min}=f(3)-g(3)=-\frac{37}{3}+2ln3$，

故$k\le-\frac{34}{3}+2ln3$，因此$k\le-\frac{34}{3}+2ln3$

综上，由①②可得$k\in(-\infty,-\frac{34}{3}+2ln3]\cup(1,+\infty)$

选做题

22.（本小题满分 10 分）在直角坐标系 xoy 中，圆 C 的参数方程$\begin{cases}x=1+\cos\varphi\\ y=\sin\varphi\end{cases}$，$\varphi$为参数，以$O$为极点，$x$轴的非负半轴为极轴建立极坐标系.

（Ⅰ）求圆C的极坐标方程.

（Ⅱ）直线l的极坐标方程是$\rho(\sin\theta+\sqrt{3}\cos\theta)=3\sqrt{3}$，射线$OM:\theta=\frac{\pi}{3}$与圆$C$的交点为$O,P$与直线$l$的交点为$Q$，求线段$PQ$的长.

解析：（I）圆C的普通方程为$(x-1)^2+y^2=1$，又$\because x=\rho\cos\theta, y=\rho\sin\theta$

所以圆C的极坐标方程为：$\rho=2\cos\theta$

（II）设(ρ_1,θ_1)为点P的极坐标，则有

$$\begin{cases}\rho_1=2\cos\theta_1\\ \theta_1=\dfrac{\pi}{3}\end{cases} \text{解得} \begin{cases}\rho_1=1\\ \theta_1=\dfrac{\pi}{3}\end{cases}$$

设(ρ_2,θ_2)为点Q的极坐标，则有

$$\begin{cases}\rho(\sin\theta+\sqrt{3}\cos\theta)=3\sqrt{3}\\ \theta_2=\dfrac{\pi}{3}\end{cases} \text{解得} \begin{cases}\rho_2=3\\ \theta_2=\dfrac{\pi}{3}\end{cases}$$

由于$\theta_1=\theta_2$，$\therefore |PQ|=|\rho_1-\rho_2|=2$，即线段$PQ$长度为2

23.（本小题满分 10 分）已知函数 $f(x)=|x-a|$.

（Ⅰ）若不等式$f(x)\le 3$的解集为$\{x|-1\le x\le 5\}$，求实数a的取值；

（Ⅱ）在（Ⅰ）的条件下，若 $f(x)+f(x+5)\ge m$对一切实数x恒成立，求实数 m 的取值范围.

解析：(Ⅰ) 由 $f(x)\le 3$ 得$|x-a|\le 3$，解得$a-3\le x\le a+3$.

又已知不等式 $f(x)\le 3$ 的解集为$\{x|-1\le x\le 5\}$，

所以$\begin{cases}a-3=-1\\ a+3=5\end{cases}$，解得$a=2$.

(Ⅱ) 当 a=2 时，$f(x)=|x-2|$,

设$g(x)=f(x)+f(x+5)$,

于是$g(x)=|x+2|+|x+3|=\begin{cases}-2x-1, x<-3\\ 5, -3\le x\le 2\\ 2x+1, x>2\end{cases}$,

所以当$x<-3$时，$g(x)>5$;

当$-3\le x\le 2$时，$g(x)=5$;

当$x>2$时，$g(x)>5$.

总上可得，$g(x)$的最小值为5.

从而若$f(x)+f(x+5)\ge m$,即$g(x)\ge m$

对一切实数x恒成立，则m的取值范围是$(-\infty,5]$.