

师院附中 2016--2017 学年第一学期

初三年级数学月考答案+解析

(考试时间：2016.10)

一、选择题 (本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分)

1. 下列关于  $x$  的方程中，属于一元二次方程的有 ( )

(1)  $x^3 - y = 1$     (2)  $\frac{4}{x^2 + 1} = 1$     (3)  $xy - 1 = 0$     (4)  $2x + x^2 = 3$

(5)  $(a^2 + 1)x^2 + ax + 2 = 0$  (a 是常数)

(6)  $(x-1)(x^2 + x + 1) = (x^2 - 2x + 1)(x-1)$

A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

【答案】： B

【考点】： 一元二次方程的概念

【解析】： 只含有一个未知数 (即“元”)，并且未知数的最高次数为 2 (即“次”)的整式方程叫做一元二次方程，一元二次方程的标准形式是  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a, b, c$  为常数， $x$  为未知数，且  $a \neq 0$ )。本题中只有 (4) (5) (6) 满足。

2. 下列条件中，不能判定四边形 ABCD 为矩形的是 ( )

A.  $AB \parallel CD, AB = CD, AC = BD$

B.  $\angle A = \angle B = \angle D = 90^\circ$

C.  $AB = BC, AD = CD, \text{且} \angle C = 90^\circ$

D.  $AB = CD, AD = BC, \angle A = 90^\circ$

【答案】： C

【考点】： 矩形的判定

【解析】：



A.  $\because AB \parallel CD, AB = CD, \therefore$  四边形 ABCD 是平行四边形，

$\because AC = BD, \therefore$  平行四边形 ABCD 是矩形，正确，故本选项错误；

B.  $\because \angle A = \angle B = \angle D = 90^\circ, \therefore$  平行四边形 ABCD 是矩形，正确，故本选项错误；

C. 根据  $AB = BC, AD = DC, \angle C = 90^\circ$  不能推出平行四边形 ABCD 是矩形，错误，故本选项正确；

D.  $\because AB = CD, AD = BC, \therefore$  四边形 ABCD 是平行四边形，

$\because \angle A=90^\circ$  ,  $\therefore$  平行四边形 ABCD 是矩形, 正确, 故本选项错误;

3. 把方程  $x^2+3=4x$  配方, 得 ( )

A.  $(x-2)^2=7$                       B.  $(x+2)^2=21$

C.  $(x-2)^2=1$                       D.  $(x+2)^2=2$

【答案】: C

【考点】: 一元二次方程的配方

【解析】: 原式可化为  $x^2-4x+3=0$ , 则配方后为 C 选项

4. 为支援雅安灾区, 小慧准备通过爱心热线捐款, 她只记得号码的前 5 位, 后三位有 5,1,2 这三个数字构成, 但具体顺序忘记了, 她第一次就拨通电话的概率是 ( )

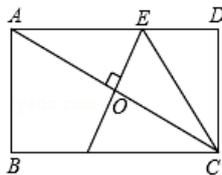
A.  $\frac{1}{6}$                       B.  $\frac{1}{8}$                       C.  $\frac{1}{4}$                       D.  $\frac{1}{2}$

【答案】: A

【考点】: 概率公式

【解析】:  $\because$  5,1,2 组成的三位数中只有一个数是正确的, 而 5,1,2 能组成的三位数有 6 种, 分别为: 512,521,125,152,215,251. $\therefore$  她第一次就拨通电话的概率是  $\frac{1}{6}$

5. 如图, 在矩形 ABCD 中, AB=2, BC=4, 对角线 AC 的垂直平分线分别交 AD、AC 于点 E、O, 连接 CE, 则 CE 的长为 ( )



A. 3                      B. 3.5                      C. 2.5                      D. 2.8

【答案】: C

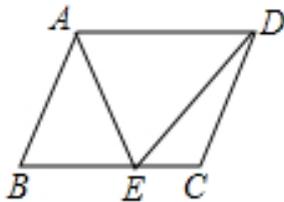
【考点】: 线段垂直平分线的性质; 勾股定理; 矩形的性质。

【解析】:  $\because$  EO 是 AC 的垂直平分线,  $\therefore$  AE=CE,

设 CE=x, 则 ED=AD-AE=4-x, 在 Rt $\triangle$ CDE 中,  $CE^2=CD^2+ED^2$ , 即  $x^2=2^2+(4-x)^2$ ,

解得  $X=2.5$ ，即 CE 的长为 2.5。故选 C。

6. 如图，已知 E 是菱形 ABCD 的边 BC 上一点，且  $\angle DAE = \angle B = 80^\circ$ ，则  $\angle CDE$  的度数为 ( )



- A.  $30^\circ$       B.  $25^\circ$       C.  $20^\circ$       D.  $35^\circ$

【答案】：A

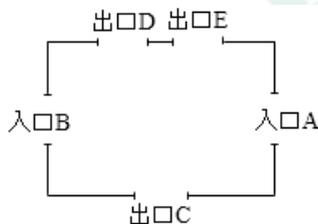
【考点】：菱形、等腰三角形性质

【解析】：  $\because \angle DAE = \angle B = 80^\circ$   $AD \parallel BE$

$\therefore \angle AEB = \angle B = 80^\circ$   $\therefore AB = AE = AD$

$\therefore \angle AED = \angle ADE = 50^\circ$   $\because \angle B = \angle ADC = 80^\circ$   $\therefore \angle CDE = 30^\circ$

7. 奥体中心的构造如图，其东、西面各有一个入口 A、B，南面为出口 C，北面分别有两个出口 D、E。聪聪若任选一个入口进入，再任选一个出口离开，那么他从入口 A 进入并从北面出口离开的概率为 ( )

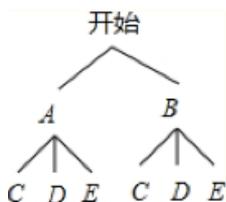


- A.  $\frac{1}{6}$       B.  $\frac{1}{5}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{2}$

【答案】：C

【考点】：列表法与树状图法解概率

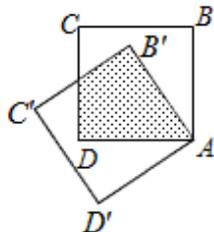
【解析】：(1) 树形图如图：



$\therefore$  所有等可能的结果有 6 种；

(2) 聪聪从入口 A 进入奥体中心并从北面出口 D、E 离开的有 2 种情况，则概率为  $\frac{1}{3}$

8. 边长为 1 的正方形 ABCD 绕点 A 逆时针旋转  $30^\circ$  得到正方形 AB' C' D'，两图叠成一个“蝶形风筝”（如图所示阴影部分），则这个风筝的面积是（ ）



- A.  $2 - \frac{\sqrt{3}}{3}$       B.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$       C.  $2 - \frac{\sqrt{3}}{4}$       D. 2

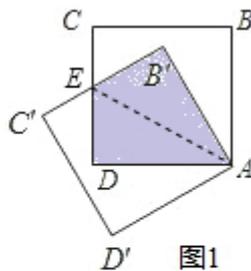
【答案】：A

【考点】：图形旋转

【解析】：

(1) 如图，设 B'C' 与 CD 相交于点 E，  
 在 Rt△ADE 和 Rt△AB'E，  

$$\begin{cases} AE = AE \\ AD = AB' \end{cases}$$
  
 $\therefore \text{Rt}\triangle ADE \cong \text{Rt}\triangle AB'E \text{ (HL)}$ ，  
 $\therefore \angle EAB' = \angle EAD$ ，  
 $\therefore$  旋转角为  $30^\circ$ ，  
 $\therefore \angle BAB' = 30^\circ$ ，  
 $\therefore \angle EAD = \frac{1}{2} (90^\circ - 30^\circ) = 30^\circ$ ，



在 Rt△ADE 中， $ED = AD \tan 30^\circ = 1 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，  
 $\therefore$  这个风筝的面积  $= 2 - 2 \times S_{\triangle ADE} = 2 - 2 \times \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2 - \frac{\sqrt{3}}{3}$

9. 某超市 1 月份的营业额是 0.2 亿元，第一季度的营业额共 1 亿元，如果平均每月增长率为 x，则由题意列方程应为（ ）

- A.  $0.2(1+x)^2 = 1$       B.  $0.2 + 0.2 \times 2x = 1$   
 C.  $0.2 + 0.2 \times 3x = 1$       D.  $0.2 \times [1 + (1+x) + (1+x)^2] = 1$

【答案】 D

【考点】 一元二次方程增长率问题

【解析】 一月份营业额 0.2 亿，二月份营业额  $0.2(1+x)$  亿，三月份营业额  $0.2(1+x)^2$  亿，

则第一季度为  $0.2 \times [1 + (1+x) + (1+x)^2]$ ；所以方程为  $0.2 \times [1 + (1+x) + (1+x)^2] = 1$

10. 等腰三角形一条边的边长为 3，它的另两条边的边长是关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 12x + k = 0$  的两个根，则  $k$  的值是 ( )

- A.27                      B.36                      C.27 或 36                      D.18

【答案】 B

【考点】 一元二次方程判别式，等腰三角形分类讨论

【解析】 ①3 为底边时，另两条边为腰长，则方程两根相等。

$$\therefore b^2 - 4ac = 144 - 4k = 0 \quad \therefore k = 36$$

此时方程为  $x^2 - 12x + 36 = 0$ ；解得  $x_1 = x_2 = 6$

三角形三边为 3,6,6，满足三边关系

②3 为一条腰长时，则 3 是方程根，代入得  $9 - 36 + k = 0$ ；解得  $k = 27$

此时方程为  $x^2 - 12x + 27 = 0$ ；解得  $x_1 = 3, x_2 = 9$

三角形三边为 3,3,9，不满足三边关系，舍弃

综上所述， $k = 36$ ，选 B

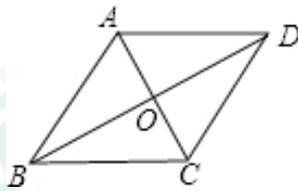
二、填空题（本大题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）

11. 菱形的周长是 16cm，两邻角的度数之比是 1:2，则菱形的面积是\_\_\_\_\_

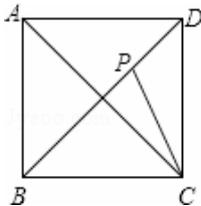
【答案】  $8\sqrt{3}cm^2$

【考点】 菱形性质及面积

【解析】  $\because$  菱形的周长为 16cm， $\therefore$  边长为 4cm， $\because$  两相邻角的度数之比为 1:2， $\therefore \angle ABC = 60^\circ$ ， $\therefore \triangle ABC$  是等边三角形。 $\therefore AC = AB = 4cm$ 。 $\therefore OA = 2cm$ 。在直角  $\triangle AOB$  中，根据勾股定理可得， $OB = 2\sqrt{3}$ 。 $\therefore BD = 2OB = 4\sqrt{3}$ 。 $\therefore$  菱形的面积  $= 4 \times 4\sqrt{3} \div 2 = 8\sqrt{3}cm^2$



12. 如图，已知 P 是正方形 ABCD 对角线 BD 上一点，且  $BP=BC$ ，则  $\angle ACP$  度数是\_\_\_\_\_度.



【答案】 22.5

【考点】 正方形性质

【解析】 因为四边形 ABCD 为正方形，所以  $\angle CBD = \angle ACB = 45^\circ$ ，

当  $BP=BC$  时， $\angle PBC = \angle PCB = 67.5^\circ$ ，所以  $\angle ACP = 67.5^\circ - 45^\circ = 22.5^\circ$

13. 若关于 x 的一元二次方程  $(m-1)x^2 + x + m^2 + 2m - 3 = 0$  有一个根为 0，则 m 的值是\_\_\_\_\_。

【答案】： -3

【考点】： 一元二次方程的概念

【解析】： 将已知根 0 代入方程，得到一个关于 m 的一元二次方程，解得两个 m，因为一元二次方程二次项系数不为零，舍去  $m=1$ ，所以  $m=-3$

14. 关于 x 的一元二次方程  $x^2 - 3x + m = 0$  有两个不相等的实数根，则实数 m 的取值范围为\_\_\_\_\_。

【答案】：  $m < \frac{9}{4}$

【考点】： 一元二次方程根的判别式

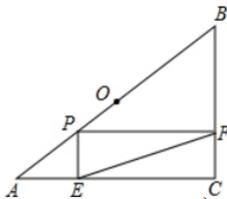
15. 小萍要在一副长为 90 厘米，宽为 40 厘米的风景画的四周外围，镶上一条宽度相同的金色纸边，制成一副挂图，使风景画的面积是整个画面面积的 54%，设金色纸边的宽为 x 厘米，根据题意得方程为\_\_\_\_\_。

【答案】：  $(90 + 2x)(40 + 2x) \times 54\% = 90 \times 40$

【考点】： 一元二次方程应用题面积问题

【解析】：此题为在这幅画四周外围镶纸边，所以长是  $90 + 2x$ ，宽是  $40 + 2x$ ，以面积作为等量列方程。

16. 如图， $\triangle ABC$  是以  $AB$  为斜边的直角三角形， $AC=4$ ， $BC=3$ ， $P$  为  $AB$  上一动点，且  $PE \perp AC$  于  $E$ ， $PF \perp BC$  于  $F$ ，则线段  $EF$  长度的最小值是\_\_\_\_\_。



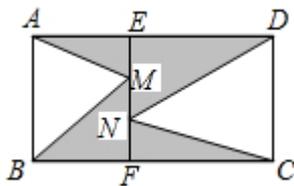
【答案】：  $\frac{12}{5}$

【考点】：矩形的性质，最短距离转化的思想，

【解析】：通过矩形对角线相等的性质，将  $EF$  转化成  $PC$ ，使得两动点  $E$ 、 $F$  变为一定点  $C$  和一动点  $P$ ，再利用点到线最短距离就是垂线段从而找到  $PC$  最短，最后通过面积法

$S_{\triangle ABC} = AC \cdot BC = AB \cdot PC$  求出  $AB$  边的高线  $PC$ ，也就是  $EF$  的最短距离

17. 小江玩投掷飞镖的游戏，他设计了一个如图所示的靶子，点  $E$ 、 $F$  分别是矩形  $ABCD$  的两边  $AD$ 、 $BC$  上的点， $EF \parallel AB$ ，点  $M$ 、 $N$  是  $EF$  上任意两点，则投掷一次，飞镖落在阴影部分的概率是\_\_\_\_\_。



【答案】：  $\frac{1}{2}$

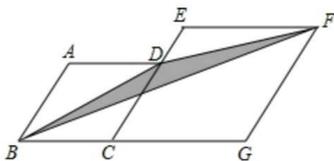
【考点】：图形面积的概率问题

【解析】：通过计算白色部分面积和整体面积的关系，从而求出阴影部分面积和整体的比例，求出阴落在影部分概率，白色部分为两个三角形，并且是底相同的两个三角形，同为  $AB(DC)$ ，因为

$EF \parallel AB$ ，所以 $\triangle ABM$ 以 $AB$ 为底的高与 $\triangle DCN$ 以 $DC$ 为底的高的和为 $AD(BC)$ ，所以白色部分

面积为矩形面积的一半，所以落在阴影部分概率为 $\frac{1}{2}$

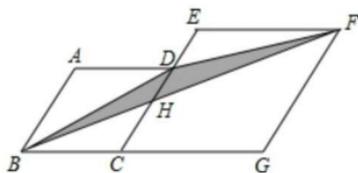
18. 如图，菱形 $ABCD$ 和菱 $EFGH$ 的边长分别为2和3， $\angle A=120^\circ$ ，则阴影部分面积是\_\_\_\_\_.



【答案】  $\sqrt{3}$

【考点】 菱形的性质，不规则图形面积的求法

【解析】



如图，设 $BF$ 交 $CE$ 于 $H$ ，

$$\because CE \parallel GF$$

$$\therefore \triangle BCH \sim \triangle BGF$$

$$\therefore \frac{CH}{GF} = \frac{BC}{BG}$$

$$\therefore \frac{CH}{3} = \frac{2}{2+3}$$

$$\therefore CH = \frac{6}{5}$$

$$\therefore DH = CD - CH = 2 - \frac{6}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\angle A = 120^\circ$$

$$\therefore \angle ADC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore \text{点A到CD的距离为: } \frac{\sqrt{3}}{2} AD = \sqrt{3}$$

$$\text{点F到CE的距离为: } \frac{\sqrt{3}}{2} EF = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle BDH} + S_{\triangle DFH} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} \times \sqrt{3} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

## 三、解答题（本题共 7 个小题，共 54 分，要有必要的文字说明，证明过程或演算步骤）

 19. 解下列关于  $x$  的一元二次方程（每题 4 分，共 16 分）

(1)  $(2x+1)^2-25=0$

**【答案】**  $x_1=2, x_2=-3$

**【考点】** 直接开平方法解一元二次方程

**【解析】**  $(2x+1)^2=25$

$$2x+1=5 \text{ 或 } 2x+1=-5$$

即： $x_1=2, x_2=-3$

(2)  $x^2-4x-4=0$

**【答案】**  $x_1 = 2 + \sqrt{2}, x_2 = 2 - \sqrt{2}$

**【考点】** 解一元二次方程

**【解析】**  $\Delta = 4^2 - 4 \times (-4) = 16 + 16 = 32 > 0$

$$\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{32}}{2} = \frac{4 \pm 4\sqrt{2}}{2} = 2 \pm 2\sqrt{2}$$

即： $x_1 = 2 + \sqrt{2}, x_2 = 2 - \sqrt{2}$

(3)  $2x^2-5x+1=0$

**【答案】**  $x_1 = \frac{5 + \sqrt{17}}{4}, x_2 = \frac{5 - \sqrt{17}}{4}$

**【考点】** 解一元二次方程

**【解析】**  $\Delta = (-5)^2 - 4 \times 2 = 25 - 8 = 17 > 0$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2 \times 2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$$

即： $x_1 = \frac{5 + \sqrt{17}}{4}, x_2 = \frac{5 - \sqrt{17}}{4}$

(4)  $3(x-5)^2=2(5-x)$

**【答案】**  $x_1 = 5, x_2 = \frac{13}{3}$

**【考点】** 因式分解法解一元二次方程

**【解析】**  $3(x-5)^2 - 2(5-x) = 0$

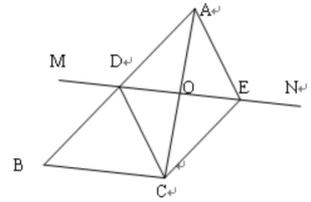
$$(x-5)[3(x-5)+2] = 0$$

$$(x-5)(3x-13) = 0$$

20. (6分) 如图,  $\triangle ABC$  中,  $AC$  的垂直平分线  $MN$  交  $AB$  于点  $D$ 、 $O$ ,  $CE \parallel AB$  交  $MN$  于点  $E$ , 连接  $AE$ 、 $CD$ .

(1) 求证:  $AD=CE$

(2) 填空: 四边形  $ADCE$  的形状是\_\_\_\_\_.



【答案】: (1) $AD=CE$ , (2)菱形

【考点】: 垂直平分线的性质、菱形的判定

【解析】:

(1) 证明:  $\because MN$  垂直平分线  $AC$

$$\therefore AO=CO$$

又  $\because CE \parallel AB$

$$\therefore \angle OAD = \angle OCE$$

在  $\triangle OAD$  与  $\triangle OCE$  中

$$\begin{cases} \angle OAD = \angle OCE \\ AO = CO \\ \angle AOD = \angle COE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle OAD \cong \triangle OCE \text{ (ASA)} \therefore AD=CE$$

(2) 菱形

理由:  $\because AD=CE$ ,  $AD \parallel CE$

$\therefore$  四边形  $ADCE$  为平行四边形

又  $\because DE \perp AC$

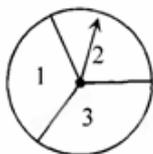
$\therefore$  四边形  $ADCE$  为菱形

21. (8分) 有两个可以自由转动的均匀转盘 A, B 都被分成了 3 等份, 并在每一份内均标有数字, 如图所示, 规则如下: ①分别转动转盘 A, B; ②两个转盘停止后观察两个指针所指份内的数字 (若指针停在等分线上, 那么重转一次, 直到指针指向某一份内为止)。

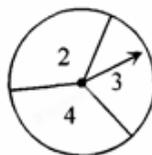
(1) 请用树状图或列表法列出所有可能的结果;

(2) 王磊和张浩想用这两个转盘做游戏, 它们规定: 若 “两个指针所指的数字都是方程  $x^2-5x+6=0$

的解”时，王磊得 1 分；若“两个指针所指的数字都不是方程  $x^2-5x+6=0$  的解”时，张浩得 3 分；这个游戏公平吗？为什么？



转盘 A

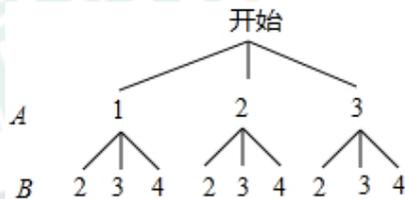


转盘 B

【答案】(1) 见解析；(2) 不公平

【考点】树状图及列表法求概率及游戏是否公平

【解析】(1) 画树状图得：



共有 9 种等可能的结果

(2)  $\because x^2-5x+6=0$  的解为：  $x_1=2$        $x_2=3$

两个指针所指的数字都是方程  $x^2-5x+6=0$  的解的有：

(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)

两个指针所指的数字都不是方程  $x^2-5x+6=0$  的解是：(1, 4)

指针所指两数都是该方程解的概率是： $\frac{4}{9}$

指针所指两数都不是该方程的概率是： $\frac{1}{9}$

$\therefore P_{\text{王磊}} = \frac{4}{9}$ ；  $P_{\text{张浩}} = \frac{1}{9} \times 3 = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$        $\therefore P_{\text{王磊}} \neq P_{\text{张浩}}$

$\therefore$  游戏不公平

22. (6 分) 某超市将进货价为 20 元/瓶的酒，在市场参考价 28-38 元的范围内定价 36 元/瓶销售，这样平均每天可售出 40 瓶，经市场调查发现，在进货价不变的情况下，若每瓶下调 1 元钱，平均每天就能多销售 10 瓶，要使每天的利润达到 750 元，应该每瓶的售价下调多少元？

【答案】应该每瓶下调 1 元

【考点】一元二次方程解销售类应用题

【解析】解：设应该每瓶的售价下调  $x$  元，则单价为  $36-x$  元

每瓶的利润为  $(36-x) - 20 = (16-x)$  元，平均每天可售出  $(40+10x)$  瓶

$$\therefore (16-x)(40+10x) = 750$$

$$\text{解得 } x_1=1, \quad x_2=11$$

当  $x=1$  时，单价为  $36-1=35$  元；

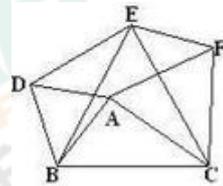
当  $x=11$  时，单价为  $36-11=25$  元，不符合市场参考价 28~38 元的范围。  $\therefore x=1$

答：应该每瓶的售价下调 1 元。

23. 如图以  $\triangle ABC$  为边,在BC的同侧分别作3个等边三角形,即 $\triangle ABD \triangle BCE \triangle ACF$ .请回答问题并说明理由.

(1) 四边形ADEF是什么四边形.

(2) 当 $\triangle ABC$ 满足什么条件时,四边形ADEF是矩形.



【答案】(1) 四边形 ADEF 是平行四边形；

(2) 当  $\triangle ABC$  满足  $\angle BAC=150^\circ$  时,四边形 ADEF 是矩形.

【考点】平行四边形的判定，矩形的判定。

【解析】(1) 四边形 ADEF 是平行四边形

理由： $\because \triangle ABD$ 和 $\triangle EAC$ 都是等边三角形

$\therefore \angle ABD = \angle EBC = 60^\circ$   $BD = AB$   $BE = BC$   $\therefore \angle ABD - \angle EBA = \angle EBC - \angle EBA$  即  $\angle DBE = \angle ABC$

$\therefore \triangle DBE \cong \triangle ABC$   $\therefore DE = AC$

$\because \triangle ACF$ 是等边三角形, $AC = AF$

$\therefore DE = AF$

同理： $EF = AD$

$\therefore$  四边形ADEF是平行四边形

(2) 当 $\triangle ABC$ 满足 $\angle BAC=150^\circ$  时,四边形ADEF是矩形.

理由： $\angle BAC=150^\circ$  , $\angle BAD = \angle CAF = 60^\circ$  得 $\angle DAF = 360^\circ - 60^\circ - 60^\circ - 150^\circ = 90^\circ$

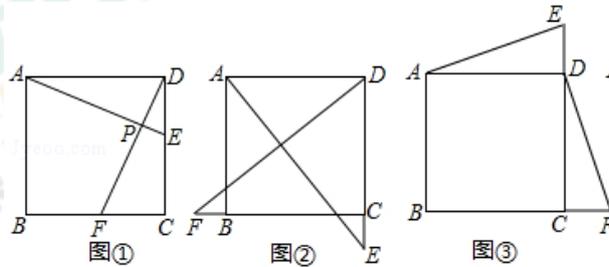
由①四边形ADEF是平行四边形，所以四边形ADEF是矩形。

24. (10分) 在正方形 ABCD 中, 动点 E、F 分别从 D、C 两点同时出发, 以相同的速度在直线 DC、CB 上移动,

(1) 如图①, 当点 E 自 D 向 C, 点 F 自 C 向 B 移动时, 连接 AE 和 DF 交于点 P, 请你写出 AE 与 DF 的关系, 并说明理由:

(2) 如图②, 当 E、F 分别移动到边 DC、CB 的延长线上时, 连接 AE 和 DF, (1) 中的结论还成立么?(请你直接回答“是”, 或“否”, 不须证明)

(3) 如图③、当 E、F 分别在边 CD、BC 的延长线上移动时, 连接 AE 和 DF, (1) 中的结论还成立吗? 请说明理由;



【考点】三垂直模型与八字模型

【解析】(1)  $AE=DF$ ,  $AE \perp DF$ .

理由:  $\because$  四边形 ABCD 是正方形,  $\therefore AD=DC$ ,  $\angle ADC=\angle C=90^\circ$ .

$\because DE=CF$ ,  $\therefore \triangle ADE \cong \triangle DCF$ .  $\therefore AE=DF$ ,  $\angle DAE=\angle FDC$

$\because \angle DAE+\angle AED=90^\circ$ ,  $\therefore \angle FDC+\angle AED=90^\circ$ .  $\therefore AE \perp DF$ ;

(2) 是; 理由同 (1)

(3)  $\because$  四边形 ABCD 是正方形,  $\therefore AD=DC$ ,  $\angle ADE=\angle DCF=90^\circ$ .  $\because DE=CF$ ,  $\therefore \triangle ADE \cong \triangle DCF$ .

$\therefore AE=DF$ ,  $\angle DAE=\angle FDC$ , 延长 FD 交 AE 于点 G, 则  $\angle FDC=\angle EDG$ , 则  $\angle EAD+\angle E=90^\circ$ ,

$\therefore \angle EDG+\angle E=90^\circ$ .  $\therefore AE \perp DF$ ;

理由：∵ 四边形ABCD是正方形，

$$\therefore AD=DC, \angle ADC=\angle C=90^\circ.$$

$$\therefore DE=CF,$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle DCF.$$

$$\therefore AE=DF, \angle DAE=\angle CDF.$$

由于  $\angle CDF + \angle ADF = 90^\circ$ ,

$$\therefore \angle DAE + \angle ADF = 90^\circ.$$

$$\therefore AE \perp DF.$$

(2) 是.

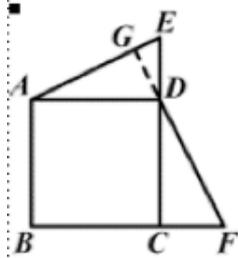
(3) 成立.

理由：由 (1) 同理可证， $AE=DF, \angle DAE=\angle CDF$ .

如图，延长FD交AE于点G，则  $\angle CDF + \angle ADG = 90^\circ$ ,

$$\therefore \angle ADG + \angle DAE = 90^\circ.$$

$$\therefore AE \perp DF.$$



(4) 如图.

由于点P在运动中保持  $\angle APD = 90^\circ$ ,

∴ 点P的运动路径是一段以AD为直径的弧，

设AD的中心为O，连接OC交弧于点P，此时CP的长度最小.

$$\text{在 Rt}\triangle ODC \text{ 中, } OC = \sqrt{CD^2 + OD^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5},$$

$$\therefore CP = OC - OP = \sqrt{5} - 1.$$

