山西大学附中

2016~2017 学年高一

数学 ▪ 试卷分析（2016.10）

一、选择题

1．下列命题正确的是　（　　）

A．很小的实数可以构成集合.

B．集合$\{y \mid y=x^2-1\}$与集合$\{(x,y) \mid y=x^2-1\}$是同一个集合.

C．自然数集N中最小的数是1.

D．空集是任何集合的子集.

答案：D
考点：集合的相关概念
解析：A 不满足集合中元素的确定性；B 第一个集合是数集，第二个集合是点集；C 自然数集 N 中最小的数是 0；D 正确。

2、集合$\{1,2,3\}$的真子集共有（　　）

A．5个　B．6个　C．7个　D．8个

答案：C
考点：集合的相关概念
解析：该集合中共有三个元素，真子集个数为 $2^n-1=7$ 个。

3、下列给出的几个关系中：①$\{\varnothing\}\subseteq\{a,b\}$　②$\{(a,b)\}=\{a,b\}$　③$\{a,b\}\subseteq\{b,a\}$　④$\varnothing\subseteq\{0\}$，正确的有（　　）个

A. 0 个　B. 1 个　C. 2 个　D. 3 个

答案：C
考点：集合间的关系
解析：①空集表示形式是错误的；②点集与数集不相等；　③元素无序性，正确；④空集是任何集合的子集，正确。

4．下列哪组中的两个函数是相等函数（　　）

A．$f(x)=\sqrt[4]{x^4}$，$g(x)=\left(\sqrt[4]{x}\right)^4$　　B．$f(x)=\dfrac{x^2-4}{x+2}$，$g(x)=x-2$

C．$f(x)=1$，$g(x)=\begin{cases}1, x>0\\1, x<0\end{cases}$　　D．$f(x)=x$，$g(x)=\sqrt[3]{x^3}$

答案：D
考点：函数相等
解析：函数相等的条件是：函数的定义域与解析式相同。A、B、C 中两函数的定义域均不相同，故函数不相等。

5. 已知集合 $A=\{x|-1\le 2x+1\le 3\}, B=\left\{x\left|\left|x-\frac{1}{2}\right|+\left|x-\frac{3}{2}\right|<2\right.\right\}$，则 $A\cap B$ 等于（　　）

A. $\{x|-1\le x<0\}$　　B. $\{x|0<x\le 1\}$　　C. $\{x|0\le x\le 2\}$　　D. $\{x|0\le x\le 1\}$

答案：B
考点：集合的运算
解析：$A=\{x|-1\le 2x+1\le 3\}=\{x|-1\le x\le 1\}, B=\left\{x\left|\left|x-\frac{1}{2}\right|+\left|x-\frac{3}{2}\right|<2\right.\right\}=\{x|0<x<2\}$ 所以 $A\cap B=\{x|0<x\le 1\}$。

6. 已知集合 $M=\{y\mid y=x^2-1, x\in R\}$，$N=\{x\mid y=\sqrt{2-x^2}\}$，则 $M\cap N=$（　　）

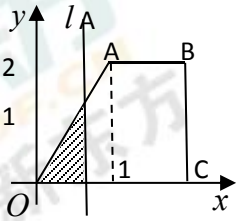
A. $[-1,+\infty)$　　B. $[-1,\sqrt{2}]$　　C. $[\sqrt{2},+\infty)$　　D. ϕ

答案：B
考点：集合的运算
解析：$M=\{y|y=x^2-1, x\in R\}=\{y|y\ge -1\}, N=\{x|y=\sqrt{2-x^2}\}=\{x|-\sqrt{2}\le x\le\sqrt{2}\}$ 故 $M\cap N=\{x|-1\le x\le\sqrt{2}\}$

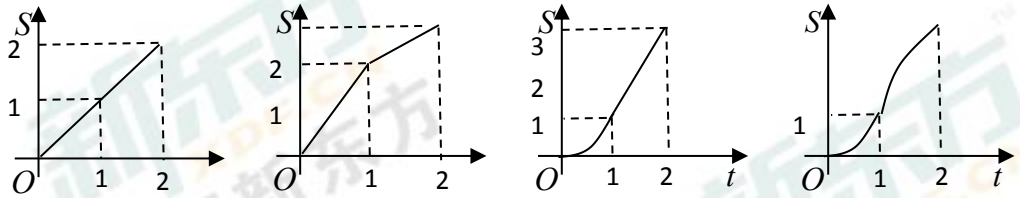
7. 设 $f(x)=\begin{cases}x-2,(x\ge 10)\\ f[f(x+6)],(x<10)\end{cases}$ 则 $f(5)$ 的值为（　　）

A. 10　　B. 11　　C. 12　　D. 13

答案：B
考点：分段函数求值
解析：$f(5)=f[f(11)]=f(9)=f[f(15)]=f(13)=13-2=11$



8．直角梯形$OABC$中$AB//OC$，$AB=1$，$OC=BC=2$，直线$l:x=t$截该梯形所得位于l左边图形面积为S，则函数$S=f(t)$的图像大致为（　　）



A.　　B.　　C.　　D.

答案：C
考点:函数的图像
解 析 ： 当 0 ≤ x ≤ 1 时 ， $OA:y=2x,s=\frac{1}{2}xy=x^2$，当 1<x ≤ 2 时 ， $S=\frac{1}{2}\times1\times2+2\times(x-1)=2x-1$，故选 D

9．设集合$A=\left\{x\left|\frac{x-3}{x+1}<0\right.\right\}$，集合$B=\left\{x\left|x^2+(a+2)x+2a>0\right.\right\}$，若$A\subseteq B$，则$a$的取值范围（　　）

A．$a\geq1$　　B．$1\leq a\leq2$　　C．$a\geq2$　　D．$1\leq a<2$

答案：A
考点：集合间的关系
解析： $A=\left\{x\left|\frac{x-3}{x+1}<0\right.\right\}=\{x|-1<x<3\}$,$B$中方程的两个根分别为$-2,-a$. 1.当$-a\leq-2$,即$a\geq2$时，$A\subseteq B$恒成立;2.当$-a>-2$时，需要满足$-a\leq1$, 即$1\leq a<2$. 综上，$a\geq1$.

10. 如果集合A,B，同时满足$A\cup B=\{1,2,3,4\},A\cap B=\{1\},A\neq\{1\},B\neq\{1\}$，就称有序集对$(A,B)$为“好集对”。这里有序集对$(A,B)$意指，当$A\neq B$时，$(A,B)$和$(B,A)$是不同的集对，那么“好集对”一共有（　　）个。

A．5　　B．6　　C．7　　D．8

答案：B
考点：集合
解析： $\because A\cup B=\{1,2,3,4\},A\cap B=\{1\},A\neq\{1\},B\neq\{1\}$ $1.A=\{1,2\},B=\{1,3,4\};2.A=\{1,3\},B=\{1,2,4\};3.A=\{1,4\},B=\{1,2,3\};$ $4.A=\{1,2,3\},B=\{1,4\};5.A=\{1,2,4\},B=\{1,3\};6.A=\{1,3,4\},B=\{1,2\};$ 故满足条件的“好集对”共有6个.

二、填空题

11. 函数 $y=f(x)$ 的定义域是 $[0,2]$，则函数 $y=f(x+1)$ 的定义域是_____

答案：$[-1,1]$
考点：复合定义域
解析：因为 $f(x)$ 的定义域为 $[0,2]$，求 $f(x+1)$ 的定义域，即 $0\le x+1\le 2$， 解得 $-1\le x\le 1$

12. 已知 $f(x-1)=2x^2-8x+11$，则函数 $f(x)$ 的解析式为_____

答案：$f(x)=2x^2-4x+5$
考点：求函数解析式
解析：令 $x-1=t, x=t+1$ $f(t)=2(t+1)^2-8(t+1)+11=2t^2-4t+5$ $\therefore f(x)=2x^2-4x+5$

13. 不等式 $ax^2+(a+1)x+1\ge 0$ 恒成立，则实数 a 的值是_____

答案：$a=1$
考点：不等式恒成立问题；一元二次函数
解析：(1).$a=0$时，$x+1\ge 0, x\ge -1$，不能满足恒成立 (2).$a\ne 0$时，若要满足一元二次不等式恒成立 需满足$a>0, \Delta=(a+1)^2-4a\le 0, (a-1)^2\le 0, a=1$

14.设集合$A=\{x\mid 2x^2+7x-15<0\}, B=\{x\mid x^2+ax+b\le 0\}$，满足$A\cap B=\phi$，$A\cup B=\{x\mid -5<x\le 2\}$，求实数$a=$_____

答案：$a=-\frac{7}{2}, b=3$
考点：集合运算；含参一元二次等式

解析：
$\because A=\{x\mid 2x^2+7x-15<0\}=\{x\mid -5<x<\frac{3}{2}\}$

$A\cap B=\varphi, A\cup B=\{x\mid -5<x\le 2\},$

$\therefore B=\{x\mid \frac{3}{2}\le x\le 2\}$

即不等式$x^2+ax+b\le 0$的解集为$\frac{3}{2}\le x\le 2$

$\therefore$ 方程$x^2+ax+b=0$的根为$x_1=\frac{3}{2}, x_2=2$

$\therefore x_1+x_2=-a=\frac{7}{2}, a=-\frac{7}{2}$

$x_1\bullet x_2=b=3$

15.已知a,b为常数，若$f(x)=x^2+4x+3, f(ax+b)=x^2+10x+24$,则$5a-b=$_____

答案：2

考点：求解析式待定系数法

解析：
$\because f(x)=x^2+4x+3$

$f(ax+b)=(ax+b)^2+4(ax+b)+3$

$=a^2x^2+(2ab+4a)x+b^2+4b+3$

$=x^2+10x+24$

$\therefore a^2=1, 2ab+4a=10, b^2+4b+3=24$

解得$a=1,b=3$或$a=-1,b=-7$

$\therefore 5a-b=2$

三、解答题

16. 已知，$A=\{a^2,a+1,-3\}, B=\{a-3,3a-1,a^2+1\}$,若$A\cap B=\{-3\}$，求实数 a 的值.

解析：

$a-3=-3, a=0, a^2=0, a+1=1, A=\{0,1,-3\}, 3a-1=-1, a^2+1=1, B=\{-3,-1,1\}, A\cap B=\{1,-3\}$

不满足条件，故舍去

当$3a-1=-3, a=-\frac{2}{3}, a^2=\frac{4}{9}, a+1=\frac{1}{3}, A=\left\{\frac{4}{9},\frac{1}{3},-3\right\} a-3=-\frac{11}{3}, a^2+1=\frac{13}{9}, B=\left\{-\frac{11}{3},-3,\frac{13}{9}\right\}$

当$a^2+1=-3$, 无解

综上所述，$a=-\frac{2}{3}$

17. 设集合 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}, B=\{x|x^2+2(a-1)x+(a^2-5)=0\}$.

(1)若$A\cap B=\{2\}$, 求实数a的值

(2)$A\cup B=A$, 求实数a的取值范围

解析：

(1)$A=\{1,2\}, A\cap B=\{2\}, x^2+2(a-1)x+(a^2-5)=0$有一个实根为2,

带入得到$4+4(a-1)+a^2-5=0$, 解得$a=1$或$a=-5$，

$a=1, x^2+2(a-1)x+(a^2-5)=0$的根为2或$-2$，$B=\{-2,2\}$

$a=-5, x^2+2(a-1)x+(a^2-5)=0$的根为2或10，$B=\{2,10\}$

故a=1或a=-5

(2)$A=\{1,2\}, A\cup B=\{1,2\}$

(i)$B=\varnothing, x^2+2(a-1)x+(a^2-5)=0$无实根，$\Delta<0$, 解得$a>3$;

(ii)B中只含有一个元素，$x^2+2(a-1)x+(a^2-5)=0$仅有一个实根，$\Delta=0, a=3$，

$B=\{-2\}, A\cup B=\{-2,1,2\}$, 故舍去。

(iii)B中含有两个元素，使$x^2+2(a-1)x+(a^2-5)=0$两个实根为1和2，

需要满足$\begin{cases}2+1=-2(a-1)\\2\times1=a^2-5\end{cases}$，方程组无根，故舍去。

综上所述，$a>3$

18. 求下列函数的定义域

（1） $f(x)=\sqrt{2-\dfrac{x+3}{x+1}}$

（2） $f(x)=\dfrac{\sqrt{-x^2+3x+4}}{\sqrt{x^2-5x+6}}$

【答案】：（1）$2-\dfrac{x+3}{x+1}\geq 0,\ x\in(-\infty,-1)\cup[1,+\infty)$

(2) $\begin{cases}-x^2+3x+4\geq 0\\ x^2-5x+6>0\end{cases},\ x\in[-1,2)\cup(3,4]$

19. 若二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c(a\neq 0)$满足$f(x+1)-f(x)=2x$, 且$f(0)=1$

(1)求$f(x)$的解析式

(2)若在区间[-1,1]上，不等式$f(x)>2x+m$恒成立，求实数m的取值范围。

【答案】：

(1) $f(x)=ax^2+bx+c(a\neq 0)$满足$f(0)=1,c=1$

$f(x+1)-f(x)=2x, a(x+1)^2+b(x+1)-ax^2-bx=2x,$ 解得$a=1,b=-1$

故$f(x)=x^2-x+1$

(2)$x\in[-1,1], f(x)>m$恒成立，即$x^2-x+1>2x+m$

$m<x^2-3x+1,$ 令$g(x)=x^2-3x+1,$

$x\in[-1,1], m<g(x)_{\min}$，$g(x)[-1,1]$单调递减，在$g(x)_{\min}=g(1)=-1$

故$m<-1$