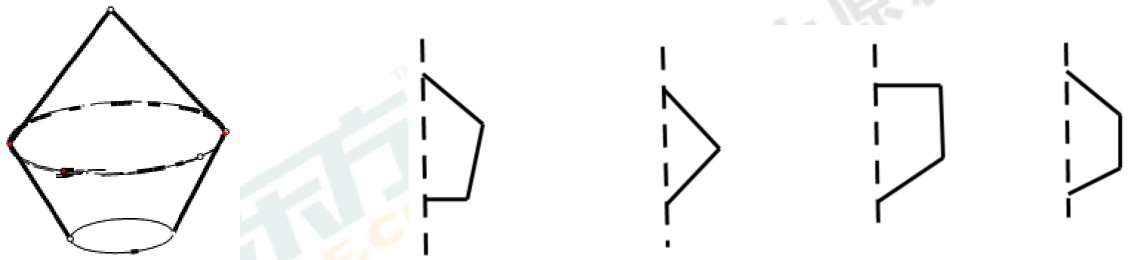
山西大学附中

2016~2017 学年高二

数学 ▪ 试卷分析(2016.10)

一、选择题

1. 图 1 是由哪个平面图形旋转得到的（　）



1　　A　　B　　C　　D

答案：A	
考点：图形的变换	

2. 下列说法正确的是（　）

A. 圆锥的侧面展开图是一个等腰三角形；

B. 棱柱即是两个底面全等且其余各面都是矩形的多面体；

C. 任何一个棱台都可以补一个棱锥使他们组成一个新的棱锥；

D. 通过圆台侧面上的一点，有无数条母线.

答案：C	
考点：空间几何体	

3. 已知直线 $a//$ 平面 α，直线 $b\subseteq$ 平面 α，则（　）

$A.a//b$　　$B.a$与b异面　　$C.a$与b相交　　$D.a$与b无公共点

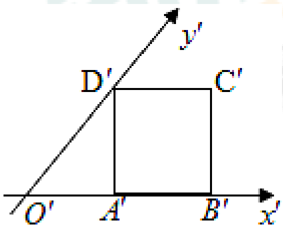
答案：D
考点：空间位置关系
解析：$a//$平面α，直线$b\subseteq$平面α，一定能得到的是 a 与 b 无公共点

4. 圆锥的高扩大到原来的 2 倍，底面半径缩短到原来的$\frac{1}{2}$，则圆锥的体积（ ）

A. 缩小到原来的一半　B. 扩大到原来的 2 倍　C. 不变　D. 缩小到原来的$\frac{1}{6}$

答案：A
考点：圆锥的体积
解析：$V_0=\frac{1}{3}\times\pi\times r_0^2\times h_0, V_1=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{1}{2}r_0\right)^2\times 2h_0=\frac{1}{2}V_0$

5. 如图所示，已知四边形 ABCD 的直观图是一个边长为 1 的正方形，则原图形的周长为（ ）



$A.2\sqrt{2}$　　$B.6$　　$C.8$　　$D.4\sqrt{2}+2$

答案：C
考点：平面图形的直观图
解析：根据四边形 ABCD 的直观图是一个边长为 1 的正方形，则原图形为平行四边形，一组对边长为 1，两一组对边长为$\sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2+1}=3$，则原图形周长为（1+3）×2=8

6. 在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E、F 分别为 BC、BB_1的中点，则下列直线中

与直线 EF 相交的是（ ）

A.直线AA_1　B.直线A_1B_1　C.直线A_1D_1　D.直线B_1C_1

答案：D
考点：空间中直线的位置关系
解析：A、B、C 均异面；D 共面，相交

7. 在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，已知$AA_1\perp$平面ABC，$AA_1=2$，$BC=2\sqrt{3}$，$\angle BAC=\frac{\pi}{2}$，此三棱柱各个顶点都在一个球面上，则球的体积为（ ）

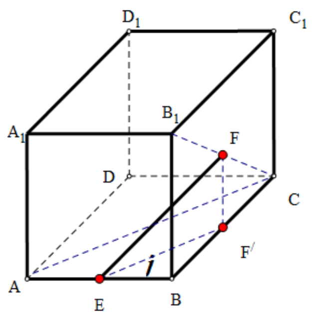
A.$\frac{32\pi}{3}$　B.16π　C.$\frac{25\pi}{3}$　D.$\frac{31\pi}{2}$

答案：
考点：
解析：把三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$补成长方体$ABEC-A_1B_1E_1C_1$，三棱柱与长方体有相同的外接球，长方体的对角线就是外接球的直径，即$2R=\sqrt{2^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2}=4, \therefore R=2 \therefore V=\frac{4\pi R^2}{3}=\frac{32\pi}{3}$

8. 正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E、F 分别为 AB，B_1C的中点，则 EF 与平面 ABCD 所成角的正切值为（ ）

A.2　B.$\sqrt{2}$　C.$\frac{1}{2}$　D.$\frac{\sqrt{2}}{2}$

答案：D
考点：线面角
解析：



设正方体的边长为 2，做 BC 的中点 F'，则 FF'⊥平面 ABCD，

FF'=1，$EF'=\sqrt{2}$，则所成的角为

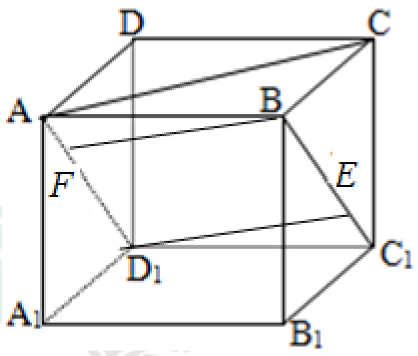
$\angle FEF'$，$\tan\angle FEF'=\frac{FF'}{EF'}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

9. 如图，棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E、F 是侧面对角线 BC_1, AD_1 上一点，若 BED_1F 是菱形，则其在底面 ABCD 上投影的四边形面积（　）

$A.\frac{1}{2}$　　$B.\frac{3}{4}$　　$C.\frac{\sqrt{2}}{2}$　　$D.\frac{3-\sqrt{2}}{4}$

答案：B

考点：平行投影



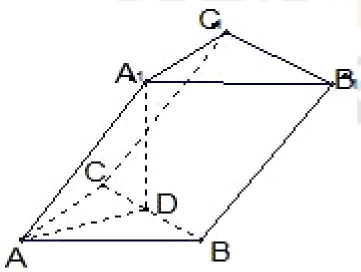
解析：

设$AF=x$，则$AF=AD_1-D_1F=\sqrt{(AB)^2-(AF)^2}$，即$\sqrt{2}-x=\sqrt{1+x^2}$，得$x=\frac{\sqrt{2}}{3}$，

菱形BED_1F的边长为$\sqrt{2}-\frac{1}{4}\sqrt{2}=\frac{3}{4}\sqrt{2}$，故投影四边形是边长为$\frac{3}{4}$，高为1的平行四边形，所以面积$=\frac{3}{4}$.

10.已知三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的侧棱与底面边长都相等，A_1在底面ABC上的射影为BC的中点，则异面直线AB与CC_1所成的角的余弦值为______.

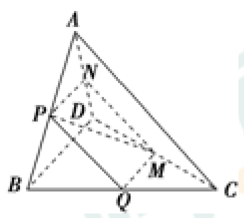
$A.\frac{\sqrt{3}}{4}$　　$B.\frac{\sqrt{5}}{4}$　　$C.\frac{\sqrt{7}}{4}$　　$D.\frac{3}{4}$



答案：D
考点：空间角
解析：设 BC 的中点为 D，连接 A_1D、AD、A_1B，易知$\theta=\angle A_1AB$即为异面直线 AB 与 CC_1 所成的角；并设三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的侧棱与底面边长为 1，则 $\lvert AD\rvert=\frac{\sqrt{3}}{2},\lvert A_1D\rvert=\frac{1}{2},\lvert A_1B\rvert=\frac{\sqrt{2}}{2},\cos\theta=\frac{3}{4}$

11.四面体$ABCD$中，截面$PQMN$是正方形，则在下列结论中，下列说法错误的是______.

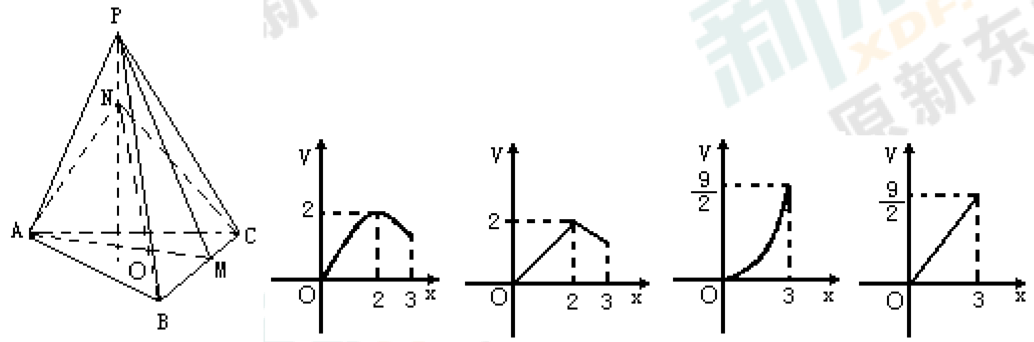
$A.AC\perp BD$　　$B.AC=BD$　　$C.AC\parallel PQMN$　　$D.$异面直线PM与BD所成的角为45°



答案：B
考点：线线与线面关系
解析：由 PQ∥AC，QM∥BD， PQ⊥QM，可得 AC⊥BD， 所以 A 答案正确. 由 PQ∥AC 可得 AC∥平面 PQMN，所以 C 答案正确.

因为异面直线 PM 与 BD 所成的角等于 PM 与 PN 所成的角，即 45°，故 D 答案正确.

12.如图甲所示，三棱锥$P-ABC$的高$PO=8$，$AC=BC=3, \angle ACB=30^{\circ}$，$M, N$分别在$BC$和$PO$上，且$CM=x, PN=2x(x\in(0,3))$,图乙的四个图像大致描绘了三棱锥$N-AMC$的体积$y$与$x$的变化关系，其中正确的是＿＿＿＿.



A　　B　　C　　D

答案：A

考点：四面体体积

解析：

底面三角形ABC的边$AC=3, CM=x, \angle ACB=30^{\circ}$,

$S_{\Delta ACM}=\frac{1}{2}\times 3\times \sin 30^{\circ}=\frac{3}{4}x$

$\because$ 三棱锥$N-AMC$的高$NO=PO-PN=8-3x$

三棱锥$N-AMC$的体积$V=\frac{1}{3}\times(8-3x)\times\frac{3}{4}x=-\frac{3}{4}x^2+2x$

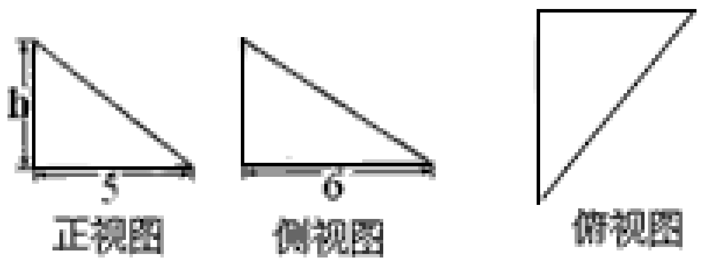
$g(x)=-\frac{3}{4}x^2+2x$为开口向下的二次函数，当$x=\frac{4}{3}$是取得最大值

二、填空题

13. 一个正四棱体，其上、下底面均为正方形，边长分别为 2cm 和 4cm, 侧棱长为 2cm, 则其表面积为＿＿＿＿＿＿＿cm^2

答案：$12\sqrt{3}+20$
考点：表面积计算
解析：$S_{表}=S_{上}+S_{下}+4S_{侧}$ $S_{上}=4cm^2$ $S_{侧}=(2+4)\bullet\sqrt{3}\bullet\frac{1}{2}=3\sqrt{3}cm^2$ $S_{下}=16cm^2$ $\therefore S_{表}=(12\sqrt{3}+20)cm^2$

13. 图中的三个直角三角形是一个体积为 20 的几何体的三视图，则 h=________

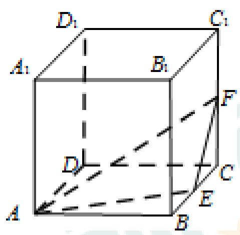


答案：4
考点：三视图；三棱锥体积
解析：$V=S\bullet h=15\bullet h\bullet\frac{1}{3}=20,h=4$

14. 已知过球面上 A, B, C 三点的截面和球心的距离是球半径的一半，且 AB=BC=CA=2, 则求表面积是____________

答案：$\frac{64\pi}{9}$
考点：球；表面积计算
解析：设球的半径为R，那么球心距$d=\frac{1}{2}R$ 由$AB=BC=AC=2$，可得ΔABC的外接圆半径$r=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ $R^2=r^2+d^2=\frac{1}{4}R^2+\frac{4}{3}$,解得$R=\frac{4}{3}$ 则球的表面积为$S=4\pi R^2=\frac{64}{9}\pi$

15. 如图，在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E，F 分别是棱 BC, CC_1 的中点, P 是侧面 BCC_1B_1内一点，若AP_1平行于平面AEF, 则线段 A_1P 长度的取值范围是____________



答案：$[\frac{3\sqrt{2}}{4},\frac{\sqrt{5}}{2}]$
考点：线面垂直的证明；动点问题
解析：如下图所示，分别取棱 BB_1,B_1C_1 的中点 M、N,连接 MN,连接 BC_1, 因为 M、N、E、F 为所在棱的中点

所以 MN 平行于 BC_1，EF 平行于 BC_1

所以 MN 平行于 EF,又 MN 不属于平面 AEF,EF 属于平面 AEF

所以 MN 垂直于平面 PEF

又因为 MN 平行于 AEF;

AA_1 平行于 NE，AA_1=NE,

所以四边形 $AENA_1$ 为平行四边形，

所以 A_1N 平行于 AE，又 A_1N 不属于平面 AEF，AE 属于平面 AEF，

所以 A_1N 平行于平面 AEF，

又因为 A_1N 与 MN 交于点 N，所以平面 A_1MN 平行与平面 AEF，

则 P 必在线段 MN 上

在 $Rt-A_1B_1M$中，$A_1M=\sqrt{A_1B_1^{\,2}+B_1M^2}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

同理，在 $Rt-A_2B_2N$中，$A_1N=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

所以，A_1MN 为等腰三角形

当 P 在 MN 中点 O 时 A_1P 垂直于 MN，此时 A_1P 最短，P 位于 M、N 处时 A_1P 最长

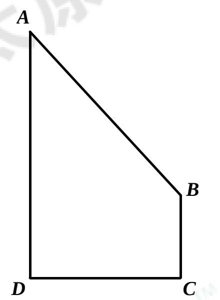
$A_1O=\sqrt{A_1M^2-OM^2}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$

$A_1M=A_1N=\frac{\sqrt{5}}{2}$

所以线段A_1P长度的取值范围是$[\frac{3\sqrt{2}}{4},\frac{\sqrt{5}}{2}]$

三、解答题

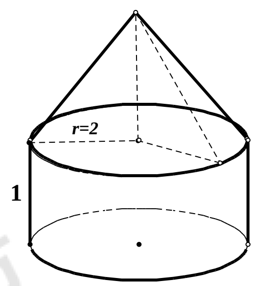
17. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD\perp DC, AD//BC, AD=3, CD=2, AB=2\sqrt{2}, \angle DAB=45^\circ$，四边形绕着直线 AD 旋转一周.



（1）求所成的封闭几何体的表面积；

（2）求所成的封闭几何体的体积.

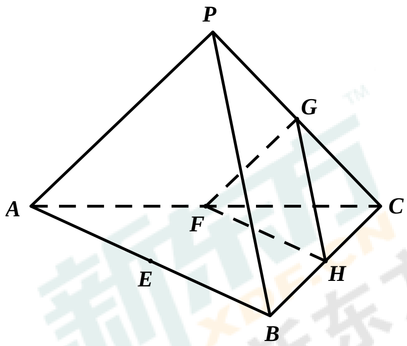
解：（1）由题意得，旋转后图像如图



$S=2\pi\cdot2\times1+\pi\times2^2+\frac{1}{2}\times2\pi\cdot2\times2\sqrt{2}=\left(8+4\sqrt{2}\right)\pi$

（2）$V=\pi\cdot2^2\times1+\frac{1}{3}\pi\cdot2^2\times2=\frac{20}{3}\pi$

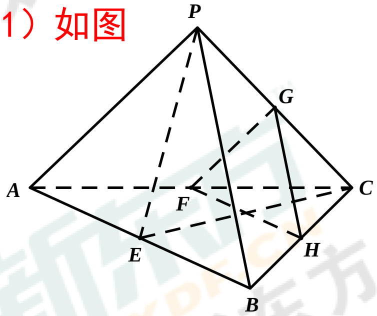
18. 如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中， E,F,G,H ，分别是 AB,AC,PC,BC 的中点，且 $PA=PB, AC=BC$.



（1）证明： $AB\perp PC$;

（2）证明：平面 $PAB\perp$ 平面 FGH .

证明：（1）如图



连结 PE,EC ， $\because PA=PB, AC=BC$

$\therefore AB\perp PE, AB\perp EC$

又 $\because PE\cap EC=E$ ， $\therefore AB\perp$ 平面 PEC .

又 $PC\subset$ 面 PEC ， $\therefore AB\perp PC$

（2） $\therefore F,H$ 分别是 AC,BC 中点， $\therefore FH//AB$ ，又 $AB\subset$ 面 PAB ， $FH\not\subset$ 面 PAB .

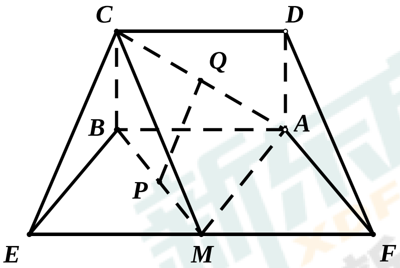
$\therefore FH//$ 面 PAB ，同理 $GH//$ 面 PAB ，又 $FH\cap GH=H$ ，

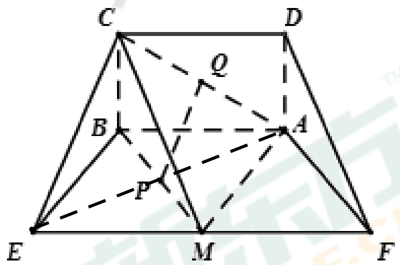
$\therefore$ 平面 $PAB\perp$ 平面 FGH

19. 如图，四边形 $ABEF$ 是等腰梯形，$AB//EF, AF=BE=2, EF=4\sqrt{2}, AB=2\sqrt{2}$，四边形 $ABCD$ 是矩形，$AD\perp$ 平面 $ABEF$，其中 Q,M 分别是 AC,EF 的中点，P 是 BM 的中点.

（1）求证：$PQ//$ 平面 BCE；

（2）$AM\perp$ 平面 BCM .





证明：（1）如图，连结 AE，可知 AE 一定过 P .

$\because P,Q$ 分别为 AE,AC 中点

$\therefore PQ//CE$，又 $PQ\not\subset$ 面 BCE，$CE\subset$ 面 BCE

$\therefore PQ//$ 平面 BCE

（2）$\because AD\perp$ 平面 $ABEF$，$\therefore AD\perp AM$，又 $AD//BC$，$\therefore BC\perp AM$

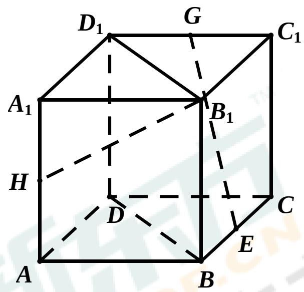
又 $AM^2+BM^2=AB^2$，即 $AM\perp BM$

又 $BM\cap BC=B$，$\therefore AM\perp$ 面 BCM .

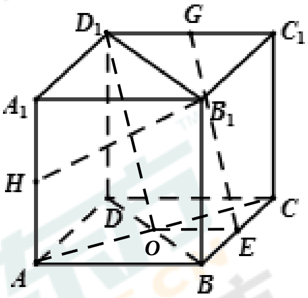
20. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E,G,H 分别为 BC,C_1D_1,AA_1 的中点.

（1）求证：$EG//$ 平面 BDD_1B_1；

（2）求异面直线 B_1H 与 EG 所成的角.



证明：（1）



连结 AC 交 BD 于 O 连结 DO,OE

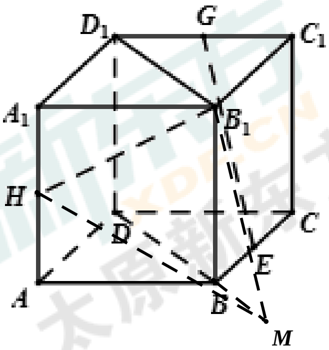
$\because OE \underset{=}{\parallel} \frac{1}{2}CD$， $OD \underset{=}{\parallel} D_1G$

$\therefore$ 四边形 $OEGD_1$ 为平行四边形

$\therefore EG \parallel OD_1$，又 $EG \not\subset$ 面 BDD_1B_1， $OD_1 \subset$ 面 BDD_1B_1

$\therefore EG//$ 平面 BDD_1B_1

（2）



延长 DB 于 M，使 $BM=\frac{1}{2}BD$，连结 B_1M,HM，$\angle HB_1M$ 为所求角

设正方体边长为 1，则 $B_1M=\frac{\sqrt{6}}{2}$， $B_1H=\frac{\sqrt{5}}{2}$， $AM=\frac{\sqrt{10}}{2}$， $HM=\frac{\sqrt{11}}{2}$

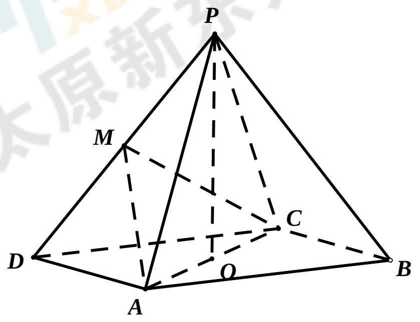
$\therefore \cos\angle HB_1M=0$

$\therefore B_1H$ 与 EG 所成的角为 90°

21. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是平行四边形，$\angle ADC=45^\circ$，$AD=AC=1$，O 为 AC 的中点，$PO\perp$ 平面 $ABCD$，$PO=2$，M 为 BD 的中点.

（1）证明；$AD\perp$ 平面 PAC；

（2）求直线 AM 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值.



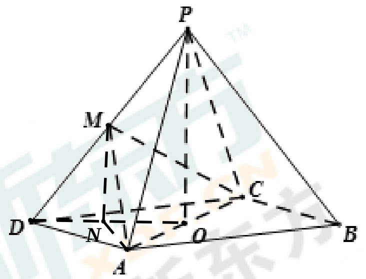
证明：（1） $\because AD=AC,\therefore\angle ACD=\angle ADC=45^\circ,\therefore\angle DAC=90^\circ$

又 $PO\perp$ 平面 $ABCD$，$\therefore PO\perp AD$

又 $PO\cap AC=O$

$\therefore AD\perp$ 平面 PAC

（2）



连结 DO，取 DO 中点 N，连结 MN

$\because PO\perp$ 平面 $ABCD$，$\therefore MN\perp$ 平面 $ABCD$，$\angle MAN$ 为所求线面角

$\because AN=\frac{1}{2}DO=\frac{\sqrt{5}}{2}$，$MN=\frac{1}{2}PO=1$

$\therefore\tan\angle MAN=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.