山西省实验中学

2016-2017学年高二年级第一学期阶段性测评

2016年10月

一、 选择题

1. 一条直线若同时平行于两个相交平面，那么这条直线与这两个平面的交线的位置关系是（ ）

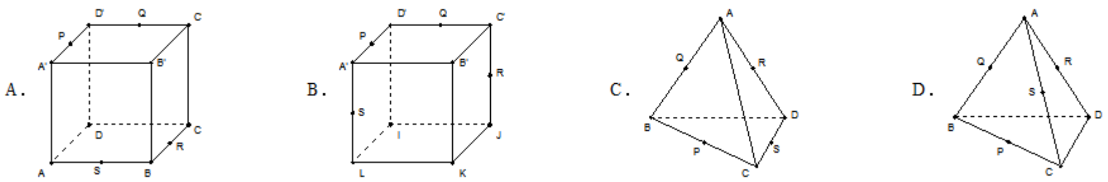
A. 异面　　B.相交　　C. 平行　　D.不能确定

答案：C

考点：线面平行的性质定理

解析：一条直线与一个平面平行，则过这条直线的任一平面与此平面的交线与该直线平行.

2. 如图是正方体或四面体，P, Q, R, S 分别是所在棱的中点，则这四个点不共面的一个图是（ ）



答案：D

考点：平面的基本性质及推论

解析：A、在正方体中，$PQ//A'C', SR//AC$，所以 $PQ//RS$，则四个点共面；B、在正方体中，$PQ//A'C', SR//A'C'$，所以 $PQ//RS$，则四个点共面；C、因 PQ 和 SR 分别是相邻侧面的中位线，所以 $PQ//AC, SR//AC$，所以 $PQ//RS$，则四个点共面；D、P, Q, R, S 四个点中任意两个点都在两个平面内，$QR//BD, PS//AB$，因为 AB 与 BD 相交，所以 QR 和 PS 是异面直线，并且任意两个点的连线既不平行也不相交，故四个点不共面，故D对.

3. 设 l 为直线，α, β 是两个不同的平面，下列命题中正确的是（ ）

A. 若 $l//\alpha, l//\beta$，则 $\alpha//\beta$　　B. 若 $l\perp\alpha, l\perp\beta$，则 $\alpha//\beta$

C. 若 $l\perp\alpha, l//\beta$，则 $\alpha//\beta$　　D. 若 $\alpha\perp\beta, l//\alpha$，则 $l\perp\beta$

答案：B

考点：直线与平面的位置关系

解析：A中，若 $l//\alpha, l//\beta$，则 α, β 平行或相交；B中，垂直于同一直线的两平面互相平行；C中，若 $l\perp\alpha, l//\beta$，则 $\alpha\perp\beta$；D中，若 $\alpha\perp\beta, l//\alpha$，则 l 与 β 相交或 $l\subset\beta$.

4. a, b 是两条异面直线，A 是不在直线 a, b 上的点，则下列结论成立的是　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）

A. 过 A 有且只有一个平面同时平行于直线 a, b

B. 过 A 至少有一个平面同时平行于直线 a, b

C. 过 A 有无数个平面同时平行于直线 a, b

D. 过 A 且同时平行于直线 a, b 的平面可能不存在

答案：D
考点：线面位置关系
解析：利用正（长）方体模型解决问题

5. l_1, l_2, l_3 是空间三条不同的直线，则下列命题正确的是　　　　（　　）

A. 若 $l_1 \perp l_2, l_1 \perp l_3$，则 $l_2 // l_3$

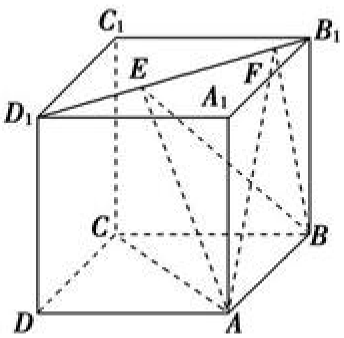
B. 若 $l_1 \perp l_2, l_2 // l_3$，则 $l_1 \perp l_3$

C. 若 $l_1 // l_2 // l_3$，则 l_1, l_2, l_3 共面

D. 若 l_1, l_2, l_3 共点，则 l_1, l_2, l_3 共面

答案：B
考点：线共面
解析：A 中，若 $l_1 \perp l_2, l_1 \perp l_3$，则 $l_2 // l_3$ 或 $l_2 \perp l_3$；B 正确；C、D 都可能不共面.

6. 如图所示，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，线段 B_1D_1 上有两个动点 E, F，且 $EF = \frac{\sqrt{2}}{2}$，则下列结论中错误的是（　　）



A. 三棱锥 $A-BEF$ 的体积为定值

B. EF//平面 $ABCD$

C. 直线 AB 与 EF 所成的角为定值

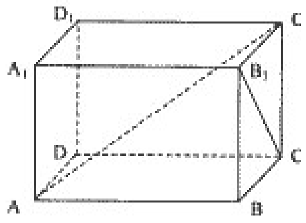
D. 异面直线 AE，BF 所成的角为定值

答案：D
考点：三棱锥体积、线面平行及异面直线夹角
解析：A 中，$V_{A-BEF} = \frac{1}{3} S_{\Delta BEF} \cdot h = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{6}$；$B$ 中，$EF // BD$，$EF \not\subset 平面ABCD, BD \subset 平面ABCD$，故 EF//平面 $ABCD$；C 中，AB 与 EF 所成的角为 45°；D 中，AE 与 BF 所成的角不确定.

7. 如图所示，长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$BB_1=BC,P$ 为 C_1D_1 上一点，则异面直线 PB 与 B_1C 所成角的大小是（　　）

$A.45^{o}$　　　$B.60^{o}$

$C.90^{o}$　　　$D.$ 随点 P 的移动而变化



答案：C
考点：异面直线所成角的求法
解析：∵$D_1C_1\perp$ 面 BCC_1B_1， ∴BC_1 为 BP 在面 BCC_1B_1 内的射影，又 $BC_1=B_1C$， ∴$BC_1\perp B_1C$， ∴$BP\perp B_1C$. 异面直线 PB 与 B_1C 所成角的大小 $90°$. 故选 C.

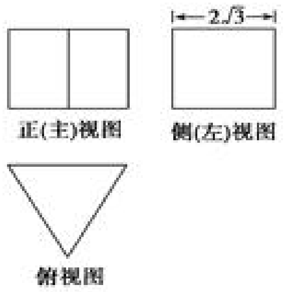
8. 点 E, F, G, H 分别为空间四边形 ABCD 中 AB, BC, CD, AD 的中点，若 AC=BD, 且 AC 与 BD 所成角的大小为 90°，则四边形 EFGH 是（　　）

A. 菱形　　　B. 梯形　　　C. 正方形　　　D. 空间四边形

答案：C
考点：直线与直线间的位置关系
解析：因为 EH 是$\triangle ABD$ 的中位线，所以 $EH// BD$，且 $EH=\frac{1}{2}BD$ 同理 $FG// BD$，$EF// AC$，且 $FG=\frac{1}{2}BD$，$EF=\frac{1}{2}AC$. 所以 $EH// FG$，且 $EH=FG$ ∵$AC=BD$， 所以四边形 $EFGH$ 为菱形. ∵AC 与 BD 成 $90°$ ∴四边形是一个正方形， 故选 C.

9. 如图，一个体积为$12\sqrt{3}$的正三棱柱（底面为正三角形，且侧棱垂直于底面）的三视图如图所示，则侧视图的面积为（　　）

A. $6\sqrt{3}$　B. 8　C. $8\sqrt{3}$　D. 12



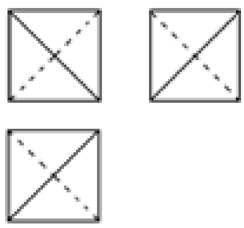
答案：A

考点：由三视图求面积

解析：由三视图可知，该几何体是一个三棱柱，且底面边长为 4，所以底面面积为$S=4\times2\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=4\sqrt{3}$，所以该三棱柱的高为 3，所以侧视图的面积为$S=3\times2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

10. 如图，某四面体的三视图如图所示，正视图、侧视图、俯视图都是边长为 1 的正方形，则此四面体的外接球的表面积为（　　）

A. 3π　B. 4π　C. 2π　D. $\frac{5}{2}$π



答案：A

考点：由三视图求表面积

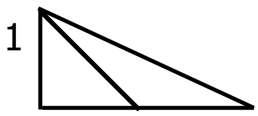
解析：由三视图可知：该四面体是正方体的一个内接正四面体.

∴此四面体的外接球的直径为正方体的对角线长=$\sqrt{3}$.

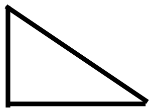
∴此四面体的外接球的表面积为表面积=$4\pi\times(\frac{\sqrt{3}}{2})^2$=3π.

11. 一个几何体的三视图如图所示，其中俯视图是一个腰长为 2 的等腰直角三角形，则该几何体外接球的体积是（　　）

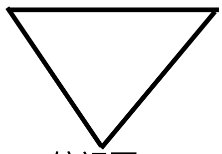
A. 36π　B. 9π　C. $\frac{9}{2}\pi$　D. $\frac{27}{5}\pi$



正视图



侧视图

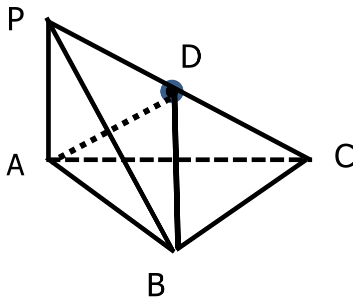


俯视图

答案：C

考点：由三视图求体积

解析：



根据三视图可得，原图为上图，取 PC 中点 D，

因为 $BC\perp AB, BC\perp PA$，所以 $BC\perp$ 平面 PAB，

所以 $BC\perp PB$, 在直角三角形 PBC 中 $PD=DB=DC$,

在直角三角形 PAC 中 $DP=DA=DC$.

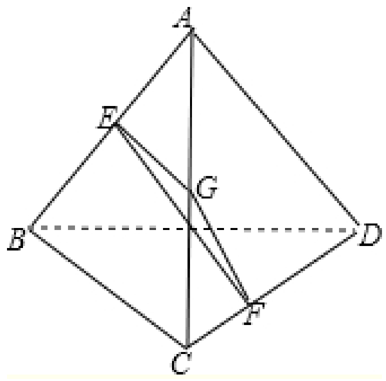
所以 $DP=DA=DB=DC$, 所以点 D 为外接球球心.

又因为 $AB=BC=2$，$PA=1$，所以 $AC=2\sqrt{2}$, $PC=3$

所以外接球体积为 $S=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{9}{2}\pi$

12. 如图，四面体 $ABCD$ 中，$AD=BC$，且 $AD\perp BC$，E、F 分别是 AB、CD 的中点，则 EF 与 BC 所成的角为（　　）

A. 30°　　B. 45°　　C. 60°　　D. 90°



答案：B
考点：异面直线所成角
解析：取 AC 的中点，连接 EF， 则：在四面体 $ABCD$ 中，E、F 分别是 AB、CD 的中点， 所以：$EG\parallel BC$，$FG\parallel AD$ 由于：$AD=BC$，且 $AD\perp BC$， $EG=FG=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}BC$ 所以：$\triangle EFG$ 是等腰直角三角形. 所以：EF 与 BC 所成的角为 $\angle GEF=45°$ 故选：B

二、填空题（本大题共 4 个小题，每小题 3 分，共 12 分）

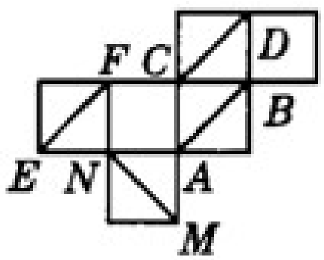
13. 如图是一个正方体的展开图，在原正方体中，下列结论中正确的序号是______.

①AB 与 CD 所在直线垂直；

②CD 与 EF 所在直线平行；

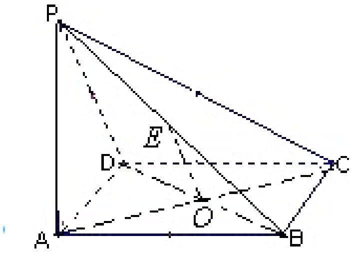
③AB 与 MN 所在直线成 60° 角；

④MN 与 EF 所在直线异面.



答案：③④
考点：直线与直线间的位置关系
解析：如图，将其还原成一个正方体， 易得：AB 与 CD 所在直线成 60°角，CD 与 EF 所在直线成 60°角， 则①②错． 由于△ABF 为正三角形，所以∠ABF=60°， 而 MN∥BF，所以 AB 与 MN 成 60°角，③对； 因 MN 与 EF 所在直线异面，④对． 故答案为：③④．

14. 如图，P 是平行四边形 $ABCD$ 所在平面外一点，E 为 PB 的中点，O 为 AC，BD 的交点，则图中与 EO 平行的平面有______________



答案：OE∥平面 PDC，OE∥平面 PDA
考点：直线与平面间的关系
解析：∵O，E 是中点， 由三角形中位线定理得： OE∥PD 又∵PD⊂平面 PDC，OE⊄平面 PDC ∴OE∥平面 PDC （2）OE∥PD 又∵PD⊂平面 PAD，OE⊄平面 PAD OE∥平面 PDA

15. 已知平面 α∥平面 β，$P\notin\alpha$且$P\notin\beta$，试过点 P 的直线 m 与 α，β 分别交于 A，C，过点 P 的直线 n 与 α，β 分别交于 B，D 且 $PA=6$，$AC=9$，$PD=8$，则 BD 的长为______．

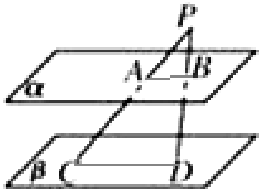
答案：$\frac{24}{5}$或24
考点：空间中直线与平面间的位置关系
解析：连接 AB、CD

①当点 P 在 CA 的延长线上，即 P 在平面 α 与平面 β 的同侧时，

∵$\alpha /\!/ \beta$，平面 $PCD\cap\alpha=AB$，

平面 $PCD\cap\beta=CD$

∴$AB /\!/ CD$，可得 $\frac{PA}{AC}=\frac{PB}{BD}$



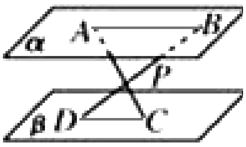
∵$PA=6$，$AC=9$，$PD=8$

∴ $\frac{6}{9}=\frac{8-BD}{BD}\Rightarrow BD=\frac{24}{5}$

②当点 P 在线段 CA 上，即 P 在平面 α 与平面 β 之间时，

类似①的方法，可得 $\frac{PA}{PC}=\frac{PB}{PD}$ 代入 $PA=6$，$PC=3$，$PD=8$，

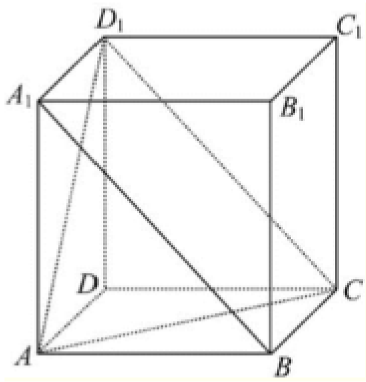
得 $\frac{6}{3}=\frac{PB}{8}\Rightarrow PB=16$



∴$BD=PB+PD=24$

综上所述，可得 BD 的长为 $\frac{24}{5}$ 或24

16. 在四棱柱 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，侧面都是矩形，底面四边形 $ABCD$ 是菱形，且 $AB=BC=2\sqrt{3}$，$\angle ABC=120°$，若异面直线 A_1B 和 AD_1 所成的角是 90°，则 AA_1 的长度是____________.



答案：$\sqrt{6}$

考点：点线面间的距离计算

解析：连结 CD_1，AC，由题意得四棱柱 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，

$A_1D_1=BC$，

∴四边形 A_1BCD_1 是平行四边形，

∴$A_1B /\!/ CD_1$，

$\therefore \angle AD_1C$（或其补角）为 A_1B 和 AD_1 所成的角，

$\because$ 异面直线 A_1B 和 AD_1 所成的角为 90°，

$\therefore \angle AD_1C=90°$，

$\because$ 四棱柱 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=2\sqrt{3}$，

$\angle ABC=120°$，

$\therefore AC=2\sqrt{3}\sin60°\times2=6$，

$\therefore AD_1=\frac{\sqrt{2}}{2}AC=3\sqrt{2}$，

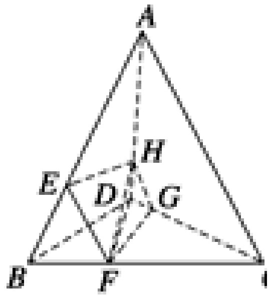
$\therefore AA_1=\sqrt{AD_1^2-A_1D_1^2}=\sqrt{18-12}=\sqrt{6}$

三、解答题（本大题共 5 个小题，共 52 分）

17. （10 分）如图所示，空间四边形 $ABCD$ 中，E、F、G 分别在 AB、BC、CD 上，且满足 $AE∶EB=CF∶FB=2∶1$，$CG∶GD=3∶1$，过 E、F、G 的平面交 AD 于 H，连接 EH.

（1）求 $AH∶HD$；

（2）求证：EH、FG、BD 三线共点.



解析：（1）$\because \frac{AE}{EB}=\frac{CF}{FB}=2$，$\therefore EF\parallel AC$.

$\therefore EF\parallel$ 平面 ACD. 而 $EF\subset$ 平面 $EFGH$，

且平面 $EFGH\cap$ 平面 $ACD=GH$，

$\therefore EF\parallel GH$. 而 $EF\parallel AC$，

$\therefore AC\parallel GH$.

$\therefore \frac{AH}{HD}=\frac{CG}{GD}=3$，即 $AH∶HD=3∶1$.

（2）证明 $\because EF\parallel GH$，且 $\frac{EF}{AC}=\frac{1}{3}$，$\frac{GH}{AC}=\frac{1}{4}$，

$\therefore EF\neq GH$，$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 为梯形.

令 $EH\cap FG=P$，则 $P\in EH$，而 $EH\subset$ 平面 ABD，

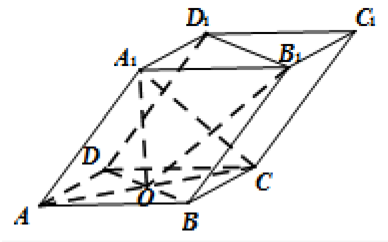
$P\in FG$，$FG\subset$ 平面 BCD，平面 $ABD\cap$ 平面 $BCD=BD$，

$\therefore P\in BD$. $\therefore EH$、FG、BD 三线共点.

18. 如图，四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 为正方形，O 是底面中心，$A_1O\perp$ 底面 $ABCD$，$AB=AA_1=\sqrt{2}$.

(1) 证明：平面 $A_1BD//$ 平面 CD_1B_1；

(2) 求三棱柱 $ABD-A_1B_1D_1$ 的体积.



解析：(1) 证明：$BD//B_1D_1$，$BD\not\subset$ 平面CD_1B_1，$B_1D_1\subset$ 平面CD_1B_1，所以 $BD//$平面CD_1B_1. $A_1B//CD_1$，$A_1B\not\subset$ 平面CD_1B_1，$CD_1\subset$ 平面CD_1B_1，所以 $A_1B//$平面CD_1B_1. 又 BD, A_1B 为平面 A_1BD 内的两条相交直线，所以平面 $A_1BD//$平面 CD_1B_1.

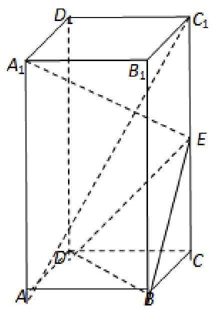
(2) 因为底面 $ABCD$ 为正方形，故 $AC=2, AO=1$. 又因为 $A_1O\perp$ 底面 $ABCD$，所以 $A_1O\perp AO$. 在直角 ΔAOA_1 中，$A_1O=1$.

$V_{ABD-A_1B_1D_1}=S_{\Delta ABD}\cdot A_1O=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times1=1$.

19. 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为 CC_1 的中点.

(1) 求证：$AC_1//$平面 BDE；

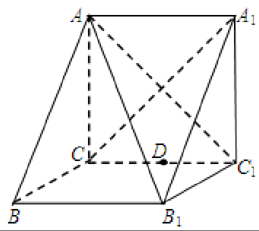
(2) 求异面直线 A_1E 与 BD 所成角的大小.



解析：(1) 连接 AC, BD 交于点 O，连接 OE. OE 为 ΔACC_1 的中位线，所以 $OE//AC_1$. $OE\subset$ 平面BDE，$AC_1\not\subset$ 平面BDE，所以 $AC_1//$平面 BDE.

(2) 正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 为正方形，$BD\perp AC$，$BD\perp AA_1$，$AC\cap AA_1=A$，$BD\perp$ 平面AA_1C_1C. $A_1E\subset$ 平面AA_1C_1C，故 $BD\perp A_1E$. 所以异面直线 A_1E 与 BD 所成角为 90°.

20. 如图所示，已知三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，若D是棱CC_1的中点，在棱AB上是否存在一点E使$DE//$平面AB_1C_1？并证明你的结论.

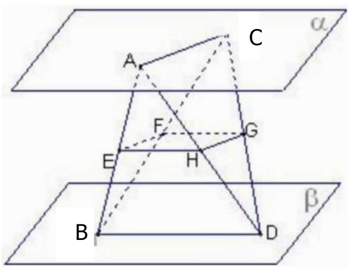


解析：过点D作$DF//B_1C_1$交BB_1于点F，取AB的中点E，连接ED,EF. $DF//B_1C_1$，$DF\not\subset$平面AB_1C_1，$B_1C_1\subset$平面AB_1C_1，所以$DF//$平面AB_1C_1. EF为ΔABB_1的中位线，$EF//AB_1$，$EF\not\subset$平面AB_1C_1，$AB_1\subset$平面AB_1C_1，所以$EF//$平面AB_1C_1. 又DF,EF为平面A_1BD内的两条相交直线，所以平面$DEF//$平面AB_1C_1. $DE\subset$平面DEF，所以$DE//$平面AB_1C_1.

21. 如图所示，已知$\alpha//\beta$，异面直线AB，CD和平面α,β分别交于A,B,C,D四点，E,F,G,H分别是AB,BC,CD,DA的中点. 求证：

（1） E,F,G,H四点共面；

（2） 平面$EFGH//$平面α.



解析：（1）EH为ΔABD的中位线，所以$EH//BD$；FG为ΔBCD的中位线，所以$FG//BD$，所以$FG//EH$，所以E,F,G,H四点共面.

（2）$EH//BD$，$EH\not\subset$平面β，$BD\subset$平面β，所以$EH//$平面β. $AC\subset$平面α，平面ACD与平面β的交线为DP，$AC//DP$，由中位线定理可得：$DP//HG$，$HG//$平面β. $EH\cap HG=H$，所以平面$EFGH//$平面β. 因为$\alpha//\beta$，所以平面$EFGH//$平面α.