

太原市外国语学校

2016-2017 学年高一年级第一学期阶段性测评

2016 年 10 月 10 日

一、选择题

1. 已知集合 $P = \{x \in N | 1 \leq x \leq 10\}$, $Q = \{x \in R | x^2 + x - 6 = 0\}$, 则 $P \cap Q = ()$

- A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{2\}$

答案:D

考点:集合的运算

解析: $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $Q = \{-3, 2\}$, $\therefore P \cap Q = \{2\}$

2. 已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{2, 4, 5\}$, 则 $C_U A = ()$

- A. $\emptyset$ B. $\{2, 4, 6\}$ C. $\{1, 3, 6, 7\}$ D. $\{1, 3, 5, 7\}$

答案:C

考点:集合的运算

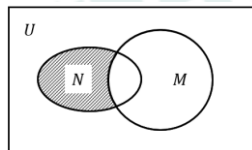
3. 若 $A = \{x | 0 < x < \sqrt{2}\}$, $Q = \{x | 1 \leq x < 2\}$, 则 $A \cup B = ()$

- A. $\{x | x < \sqrt{2}\}$ B. $\{x | x \geq 1\}$ C. $\{x | 1 \leq x < \sqrt{2}\}$ D. $\{x | 0 < x < 2\}$

答案:D

考点:集合的运算

4. 设全集 U 是实数集 R , $M = \{x | x^2 > 4\}$ 与 $N = \{x | x \geq 3 \text{ 或 } x < 1\}$ 都是 U 的子集(如图



所示), 则阴影部分所表示的集合为()

- A. $\{x | -2 \leq x < 1\}$ B. $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$ C. $\{x | 1 < x \leq 2\}$ D. $\{x | x < 2\}$

答案:A

考点:集合的运算

解析:图中阴影部分表示的集合为 $N \cap (C_U M)$

$$M = \{x | x < -2 \text{ 或 } x > 2\}, C_U M = \{x | -2 \leq x \leq 2\}, \therefore N \cap (C_U M) = \{x | -2 \leq x < 1\}$$

5. 设集合 $M = \{x | -1 \leq x < 2\}$, $N = \{x | x - k \leq 0\}$, 若 $M \cap N \neq \emptyset$, 则 k 的取值范围是()

A. $k \leq 2$

B. $k \geq -1$

C. $k > -1$

D. $-1 < k \leq 2$

答案:B

考点:集合的运算

6. 函数 $f(x) = \begin{cases} 2x, & x \geq 0 \\ x(x+1), & x < 0 \end{cases}$ 则 $f(-2) = (\quad)$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

答案:B

考点:分段函数求值

解析: $\because -2 < 0, \therefore f(-2) = -2 \times (-2+1) = 2$

7. 函数 $y = \frac{\sqrt{1-x}}{2x^2-3x-2}$ 的定义域为()

A. $(-\infty, 1]$

B. $(-\infty, 2]$

C. $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cap \left(-\frac{1}{2}, 1\right)$

D. $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup \left(-\frac{1}{2}, 1\right)$

答案:D

考点:求具体函数定义域

解析: $\begin{cases} 1-x \geq 0 \\ 2x^2-3x-2 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \neq -\frac{1}{2} \text{ 且 } x \neq 2 \end{cases}$, 则定义域为 $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup \left(-\frac{1}{2}, 1\right)$

8. 二次函数 $f(x) = x^2 + 2ax + b$ 在区间 $(-\infty, 4)$ 上是减函数, 你能确定的是 ()

A. $a \geq 2$

B. $b \geq 2$

C. $a \leq -4$

D. $b \leq -4$

答案: C

考点: 函数单调性的应用

解析: 二次函数 $f(x) = x^2 + 2ax + b$ 的单调递减区间为 $(-\infty, -a)$, 要使得其在区间 $(-\infty, 4)$ 上是减函数, 应满足 $-a \geq 4$, 解得 $a \leq -4$

9. 已知函数 $f(x)$ 是奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x(1-x)$; 当 $x < 0$ 时, $f(x)$ 等于 ()

A. $-x(1+x)$

B. $x(1+x)$

C. $x(1-x)$

D. $-x(1-x)$

答案: B

解析: 根据奇函数性质, $f(x) = -f(-x)$, 带入得当 $x < 0$ 时, $f(x) = x(1+x)$

10. 若奇函数 $f(x)$ 在 $[3, 7]$ 是增函数, 且最小值是 1, 则它在 $[-7, -3]$ 上是 ()

A. 增函数且最小值为 -1

B. 增函数且最大值为 -1

C. 减函数且最大值为 -1

D. 减函数且最小值为 -1

答案: B

解析: 因为奇函数关于原点对称, 即大于 0 的部分单调性和小于 0 上所对应的单调性相同, 且最小值的相反数应该为其最大值

11. 函数 $f(x) = \frac{1}{x} - x$ 的图像关于 ()

A. y 轴对称

B. 直线 $y = -x$

C. 坐标原点对称

D. 直线 $y = x$ 对称

答案：C

解析：因为 $y_1 = x$ 为奇函数， $y_2 = -\frac{1}{x}$ 也为奇函数，故 $f(x) = y_1 + y_2$ 为奇函数，
故其图像关于原点对称

12. 已知定义在 $\mathbb{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $-f(x+2) = \pm f(x)$ ，则 $f(6)$ 的值为()

A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

答案：B

解析： $f(6) = f(4+2) = -f(4) = -f(2+2) = f(2) = f(0+2) = -f(0) = 0$

二、填空题

13. 设全集 $U = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 8\}$, $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 4, 5\}$, 则 $C_U(A \cup B) =$ _____

答案：{6}

解析：因为 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, A 与 B 的并集为 $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ ，所以所求集合为 $\{6\}$.

14. 已知集合 $A = \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$, $B = \{x \mid x > a\}$, 且满足 $A \cap B = \emptyset$ ，则实数 a 的取值范围为 _____

答案： $[1, +\infty)$

解析：由题意知 a 的取值如果在区间右边就可以满足条件，右区间端点也满足，故 $a \in [1, +\infty)$

15. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ ，那么 $f(1)$, $f(-1)$, $f(\sqrt{3})$ 的大小关系为 _____

答案: $f(1) < f(\sqrt{3}) < f(-1)$

解析: 由已知得对称轴为 $x=1$, 又因为二次函数开口向上, 故离对称越远函数值越大, 故 $f(1) < f(\sqrt{3}) < f(-1)$

16. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数, 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 且 $f(1) = 0$, 则 $f(x+1) < 0$ 的解集为 _____

答案: $(-2, 0)$

解析: $f(x+1)$ 相当于把 $f(x)$ 向左平移一个单位所得到的函数, 由已知得函数 $f(x) < 0$ 的解集为 $(-1, 1)$, 故所求不等式的解集为 $(-2, 0)$

三、解答题

17. (本小题共 8 分) 设 $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 6\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{3, 4, 5, 6\}$, 求

(1) $A \cap (B \cap C)$

(2) $A \cap C_A(B \cup C)$

解析: 集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 6\} = \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

(1) $B \cap C = \{3\}$

$A \cap (B \cap C) = \{3\}$

(2) $B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $C_A(B \cup C) = \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0\}$

$A \cap C_A(B \cup C) = \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0\}$

18.(本小题共 10 分) 设集合 $A = \{x | x^2 + 4x = 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0, a \in R\}$,
若 $A \cap B = B$, 求实数 a 的值.

解析: 集合 $A = \{x | x^2 + 4x = 0\} = \{0, -4\}$

由 $A \cap B = B$ 可得 $B \subseteq A$, 则集合 B 有四种情况:

① $B = \emptyset$, 此时方程 $x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0$ 无实数根, 即

$$\Delta = (2(a+1))^2 - 4 \times 1 \times (a^2 - 1) < 0, \text{解得: } a < -1$$

② $B = \{0\}$, 此时方程 $x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0$ 有两个相等的实数根 $x_1 = x_2 = 0$

$$\text{由韦达定理可得 } \begin{cases} 0+0 = -2(a+1) \\ 0 \times 0 = a^2 - 1 \end{cases}, \text{解得: } a = -1$$

③ $B = \{-4\}$, 此时方程 $x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0$ 有两个相等的实数根 $x_1 = x_2 = -4$

$$\text{由韦达定理可得 } \begin{cases} -4+(-4) = -2(a+1) \\ -4 \times (-4) = a^2 - 1 \end{cases}, \text{无解}$$

④ $B = \{0, -4\}$, 此时方程 $x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0$ 有两个互异的实数根 $x_1 = 0, x_2 = -4$

$$\text{由韦达定理可得 } \begin{cases} 0+(-4) = -2(a+1) \\ 0 \times (-4) = a^2 - 1 \end{cases}, \text{解得: } a = 1$$

综上可得, $a \leq -1$ 或 $a = 1$

19.(本小题共 10 分) 若 $f(x) = x^2 + bx + c$, 且 $f(1) = 0, f(3) = 0$.

(1) 求 b 与 c 的值

(2) 试证明函数 $f(x)$ 在区间 $(2, +\infty)$ 上是增函数.

解析:

(1)由 $f(1)=0, f(3)=0$ 可得:

$$\begin{cases} 1+b+c=0 \\ 9+3b+c=0 \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} b=-4 \\ c=3 \end{cases}$$

(2)由(1)可得, $f(x)=x^2-4x+3$

在 $(2, +\infty)$ 上任取 x_1, x_2 , 且 $x_1 < x_2$

$$\begin{aligned} f(x_2)-f(x_1) &= x_2^2-4x_2+3-x_1^2+4x_1-3 = (x_2+x_1)(x_2-x_1)+4(x_1-x_2) \\ &= (x_2-x_1)((x_2+x_1)-4) \end{aligned}$$

$$\because x_1 < x_2, x_1 > 2, x_2 > 2$$

$$\therefore x_2-x_1 > 0, x_2+x_1 > 4$$

$$\therefore (x_2-x_1)((x_2+x_1)-4) > 0, f(x_2) > f(x_1)$$

$\therefore f(x)$ 在区间 $(2, +\infty)$ 上是增函数

20. 设 a 为实数, 函数 $f(x)=x^2+|x-a|+1, x \in R$

(1) 讨论 $f(x)$ 的奇偶性

(2) 若 $x \geq a$, 求 $f(x)$ 的最小值

解析: (1) 当 $a=0$ 时, $f(x)=x^2+|x|+1, f(-x)=f(x)$, 所以 $f(x)$ 为偶函数

当 $a \neq 0$ 时, $f(-a)=a^2+2|a|+1 \neq f(a)=a^2+1$, 所以此时函数 $f(x)$
 $f(-a)=a^2+2|a|+1 \neq -f(a)=-a^2+1$

为非奇非偶函数

(2) 因为 $x \geq a$, 所以函数变为 $f(x)=x^2+x-a+1$, 对称轴为 $x=-\frac{1}{2}$

当 $a < -\frac{1}{2}$ 时, 最小值为 $f(x)_{\min} = f(-\frac{1}{2}) = \frac{3}{4} - a$

当 $a \geq -\frac{1}{2}$ 时, 最小值为 $f(x)_{\min} = f(a) = a^2 + 1$

21. 已知 $f(x) = \frac{2x}{1+x^2} (x \in \mathbb{R})$, 讨论函数 $f(x)$ 的性质并画出函数图像

解析: 因为 $f(-x) = \frac{-2x}{1+x^2} = -f(x) \Leftrightarrow f(x) = -f(-x)$, 所以此函数为奇函数

$$\text{任取 } x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 < x_2, f(x_1) - f(x_2) = \frac{2x_1}{1+x_1^2} - \frac{2x_2}{1+x_2^2}$$

$$= \frac{2x_1(1+x_2^2) - 2x_2(1+x_1^2)}{(1+x_1^2)(1+x_2^2)}$$

$$= \frac{2(x_1 - x_2) + 2(x_1x_2^2 - x_2x_1^2)}{(1+x_1^2)(1+x_2^2)}$$

$$= \frac{2(x_1 - x_2)(1 - x_1x_2)}{(1+x_1^2)(1+x_2^2)}$$

当 $x_1, x_2 \in (-1, 1)$ 时, 上式小于 0, 此时为增函数;

当 $x_1, x_2 \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ 时, 上式大于 0, 此时为减函数

故而 $f(x)$ 单调增区间为 $(-1, 1)$, 单调减区间为 $(-\infty, -1), (1, +\infty)$

