吉林二中2016-2017学年度上学期期中考试

高二数学试卷　命题人：邢弘引

第I卷

说明：1、本试卷分第I试卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分；

2、满分150分，考试时间120分钟。

一、选择题（共12题，每题5分，共60分）

1．已知数列$1,\sqrt{3},\sqrt{5},\sqrt{7},\cdots,\sqrt{2n-1},$则$3\sqrt{5}$是它的（　）

A．第20项　　B.第21项　　C.第22项　　D.第23项

2．已知等差数列$\{a_n\}$中，$a_7+a_9=16$，$a_4=1$，则a_{12}的值是（　）

A．15　　B．30　　C．31　　D．64

3．锐角$\triangle ABC$中，角A、B所对的边长分别为a、b，若$2a\sin B=\sqrt{3}b$，则角A等于（　）

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{3}$　　D．$\frac{\pi}{12}$

4．在ΔABC中，若$\sin A:\sin B:\sin C=3:4:5$，则$\cos A$的值为（　）

A．$\frac{3}{5}$　　B．$\frac{4}{5}$　　C．0　　D．1

5．已知数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=2n(n+1)$，则a_5的值为（　）

A．80　　B．40　　C．20　　D．10

6．在△ABC中，若$\sin^2 A+\sin^2 B<\sin^2 C$，则△ABC的形状是(　）

A.锐角三角形　　B.钝角三角形　　C.直角三角形　　D.无法确定

7．在ΔABC中，内角A,B,C的对边分别是a,b,c，若$a^2-b^2=\sqrt{3}bc$，$\sin C=2\sqrt{3}\sin B$，则$A=$（　）

A．30°　　B．60^0　　C．45^0　　D．150^0

8．在$\triangle ABC$中，角A、B、C所对的边长分别为a，b，c，且满足$c\sin A=\sqrt{3}a\cos C$，则$\sin A+\sin B$

的最大值是（　　）

A．1　　　　B．$\sqrt{2}$　　　　C．$\sqrt{3}$　　　　D．3

9．在等差数列$\left\{a_n\right\}$中，前四项之和为 20，最后四项之和为 60，前n项之和是 100，则项数n为（　　）

A．9　　　　B．10　　　　C．11　　　　D．12

10．等比数列$\{a_n\}$的各项为正数，且$a_5a_6+a_4a_7=18$，则$\log_3 a_1+\log_3 a_2+\cdots+\log_3 a_{10}=$（　　）

A．12　　　　B．10　　　　C．8　　　　D．$2+\log_3 5$

11．我国古代数学著作《九章算术》有如下问题：“今有金箠，长五尺，斩本一尺，重四斤，斩末一尺，重二斤，问次一尺各重几何？”意思是：“现有一根金箠，一头粗，一头细，在粗的一端截下 1 尺，重 4 斤；在细的一端截下 1 尺，重 2 斤；问依次每一尺各重多少斤？”根据上题的已知条件，若金箠由粗到细是均匀变化的，问中间 3 尺的重量为(　　)

A．6斤　　　　B．9斤　　　　C．10斤　　　　D．12斤

12．已知数列$\{a_n\}$满足$\dfrac{\ln a_1}{2}\cdot\dfrac{\ln a_2}{5}\cdot\dfrac{\ln a_3}{8}\cdot\cdots\cdot\dfrac{\ln a_n}{3n-1}=\dfrac{3n+2}{2}$（$n\in N^*$），则$a_{10}=$（　　）

A．e^{29}　　　　B．e^{26}　　　　C．e^{35}　　　　D．e^{32}

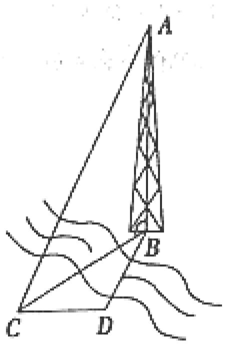
吉林二中 2016-2017 学年度上学期期中考试

高二数学试卷　命题人：邢弘引

第 II 卷

二、填空题（共 4 题，共计 20 分）

1.3．如图，测量河对岸的塔高 AB 时，选与塔底 B 在同一水平面内的两个测点 C 与 D，测得 $\angle BDC=120°$，$BD=CD=10$ 米，并在点 C 测得塔顶 A 的仰角为 $60°$，则塔高 $AB=$____.



14．设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，已知 $S_{10}=10, S_{20}=30,$，则 $S_{30}=$_______.

15．已知在 ΔABC 中，$A=60°$，$AC=6$，$BC=k$，若 ΔABC 有两解，则 k 的取值范围是____.

16．已知等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1+a_3+a_8=\dfrac{5\pi}{4}$，那么 $\cos(a_3+a_5)=$____________.

三、解答题（共 6 题，共计 70 分）

17.（10 分）已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_4=7$，$a_{10}=19$，其前 n 项和为 S_n.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n；

（2）若等比数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，且 $b_1=2$，$b_4=S_4$，求 T_n.

18.（12 分）已知 $\boldsymbol{a,b,c}$ 分别为 $\Delta \boldsymbol{ABC}$ 三个内角 $\boldsymbol{A,B,C}$ 所对的边长，且 $a\cos B+b\cos A=2c\cos C$

（Ⅰ）求角 C 的值；

（Ⅱ）若 $c=4, a+b=7$，求 $S_{\Delta ABC}$ 的值.

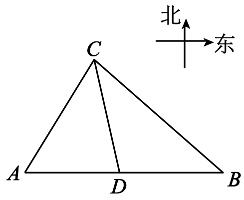
19.（12 分）S_n 为数列的前 n 项和，已知 $a_n>0$，$a_n^2+2a_n=4S_n-1$.

（1）求 $\left\{a_n\right\}$ 的通项公式；

（2）求 $\left\{a_n\right\}$ 的前 n 项和 S_n。

20.（12 分）如图，港口 A 北偏东 30° 方向的 C 处有一检查站，港口正东方向的 B 处有一轮船，距

离检查站 31 海里，该轮船从 B 处沿正西方向航行 20 海里后到达 D 处观测站，已知观测站与检查站距离 21 海里，问此时轮船离港口 A 还有多远？



21．（12 分）已知数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和为S_n，且$S_n=\dfrac{n^2}{2}+\dfrac{3n}{2}$.

（1）求数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式;

（2）若数列$\left\{b_n\right\}$满足$\boldsymbol{b_n=a_{n+2}-a_n+\dfrac{1}{a_{n+2}\cdot a_n}}$，且数列$\left\{b_n\right\}$的前$n$项和为$T_n$，求证：$T_n<2n+\dfrac{5}{12}$.

22．（12 分）在 ΔABC 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $b\cos^2\frac{A}{2}+a\cos^2\frac{B}{2}=\frac{3}{2}c$.

（Ⅰ）求证：a,c,b 成等差数列；

（Ⅱ）若 $C=\frac{\pi}{3}$, ΔABC 的面积为 $2\sqrt{3}$，求 c.

吉林二中2016-2017学年度上学期期中考试答题卡

高二数学试卷　命题人：邢弘引

二、填空题：（每题5分，共20分）

13. ______________________　　**14.** ______________________

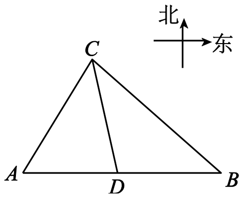
15. ______________________　　**16.** ______________________

三、解答题：（共70分）

17.（10分）

18.（12分）

19.（12 分）



20.（12 分）

21.（12 分）

22.（12 分）

座位号	

吉林二中 2016-2017 学年度上学期期中考试

高二数学答案　分值：150

参考答案

1【答案】D

【解析】

试题分析：由题已知 $a_n=\sqrt{2n-1}$,，则由通项公式可得；$3\sqrt{5}=\sqrt{45}, 45=2n-1, n=23$

考点：数列通项公式的运用.

2．A

【解析】

试题分析：由等差数列的性质，可知 $a_7+a_9=2a_8=16 \Rightarrow a_8=8$，且 $a_4+a_{12}=2a_8$，所以

$a_{12}=2a_8-a_4=16-1=15$，故选 A.

考点：等差数列的性质.

3．C

【解析】

试题分析：由 $2a\sin B=\sqrt{3}b$，根据正弦定理得 $2\sin A\sin B=\sqrt{3}\sin B \Rightarrow \sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，又因为锐角

$\triangle ABC$，所以 $A=\dfrac{\pi}{3}$，故选 C.

考点：正弦定理.

4．B

【解析】

试题分析：由题已知 $\sin A:\sin B:\sin C$，可运用正弦定理得：

$a:b:c=3:4:5, a=3k, b=4k, c=5k(k>0)$，再由余弦定理可得；

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{16k^2+25k^2-9k^2}{40k^2}=\frac{4}{5}$$

考点：运用正弦和余弦定理解三角形.

5．C

【解析】

试题分析：$a_5 = S_5 - S_4 = 10\times 6 - 8\times 5 = 20$

考点：数列前 n 项和

6． B

【解析】

试题分析：据正弦定理 $\sin^2 A + \sin^2 B < \sin^2 C$ 可化为 $a^2 + b^2 < c^2$，再由余弦定理可知 $\cos A < 0$．在三角形中，可知 $\frac{\pi}{2} < A < \pi$．故本题选 B．

考点：正弦定理;余弦定理.

7．A

【解析】

试题分析：由 $\sin C = 2\sqrt{3}\sin B$ 及正弦定理可得 $c = 2\sqrt{3}b$，再由 $a^2 - b^2 = \sqrt{3}bc$，可得 $a^2 = 7b^2$，再由余弦定理可得 $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{b^2 + 12b^2 - 7b^2}{4\sqrt{3}b^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$，所以 $A = 30^0$，故选 A.

考点：余弦定理；正弦定理.

8．C

【解析】

试题分析：由 $c\sin A = \sqrt{3}a\cos C$，根据正弦定理，得 $\sin C\sin A = \sqrt{3}\sin A\cos C$，所以 $\tan C = \sqrt{3}$ $\Rightarrow C = 60^0$，所以 $B = 120^0 - A$，则 $\sin A + \sin B = \sin A + \sin(120^0 - A) = \frac{3}{2}\sin A + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos A = \sqrt{3}\sin(A + 30^0)$，当 $A = 60^0$ 时，$\sin A + \sin B$ 有最大值，此时最大值为 $\sqrt{3}$，故选 C.

考点：三角函数的性质；正弦定理.

9．B

【解析】

试题分析：因为 $\{a_n\}$ 是等差数列，又前四项之和为 20，$\therefore a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 20$，且最后四项之和为 60，$\therefore a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} = 60$，两式相加所以 $a_n + a_1 = 20, S_n = \frac{(a_n + a_1)n}{2} = 100 \Rightarrow n = 10$，故选 B.

考点：等差数列的前 n 项的和

10．B

【解析】

试题分析：$a_5a_6+a_4a_7=18 \therefore a_5a_6=9$，

$\log_3 a_1+\log_3 a_2+\cdots+\log_3 a_{10}=\log_3\left(a_1a_2\cdots a_{10}\right)=\log_3\left(a_5a_6\right)^5=5\log_3 9=10$.

考点：等比数列的性质.

11．B

【解析】

试题分析：此问题是一个等差数列$\{a_n\}$，设首项为2，则$a_5=4$，$\therefore$中间3尺的重量为$3a_3=\dfrac{a_1+a_5}{2}\times 3=\dfrac{2+4}{2}\times 3=9$斤．故选：B.

考点：等差数列的通项公式.

12．D

【解析】

试题分析：$n=9$时，$\dfrac{\ln a_1}{2}\cdot\dfrac{\ln a_2}{5}\cdot\dfrac{\ln a_3}{8}\cdot\cdots\cdot\dfrac{\ln a_9}{26}=\dfrac{29}{2}$；

当$n=10$时，$\dfrac{\ln a_1}{2}\cdot\dfrac{\ln a_2}{5}\cdot\dfrac{\ln a_3}{8}\cdot\cdots\cdot\dfrac{\ln a_9}{26}\cdot\dfrac{\ln a_{10}}{29}=\dfrac{32}{2}=16$.

所以$\dfrac{29}{2}\cdot\dfrac{\ln a_{10}}{29}=16$，解得$\ln a_{10}=32$，$\therefore a_{10}=e^{32}$．故 D 正确.

考点：数列.

13． 30

【解析】

试题分析：在ΔBCD中，由正弦定理，得$BC=\dfrac{\sin 120^0}{\sin 30^0}\times 10=10\sqrt{3}m$，在$Rt\Delta ABC$中，

$AB=BC\tan 60^0=10\sqrt{3}\times\sqrt{3}=30m$.

考点：三角形的实际应用.

【方法点睛】本题主要考查了三角形的实际应用问题，其中解答中涉及到三角形的正弦定理、直角三角形的性质、三角函数的定义等知识的考查，着重考查了学生分析问题和解答问题的能力，以及学生的推理与运算能力，试题比较基础，属于基础题，本题的解答中正确的理解题意，恰当选择三

角形，利用正、余弦定理求解是解答的关键.

14． 70

【解析】

试题分析：由等比数列的连续n项和成等比的性质可知$\frac{S_{20}-S_{10}}{S_{10}}=\frac{S_{30}-S_{20}}{S_{20}-S_{10}}$，将$S_{10}=10,S_{20}=30,$

代入可得$S_{30}=70$. 故本题填70.

考点：等比数列的性质

15． $3\sqrt{3}<k<6$

【解析】

试题分析：由题意可得，画出ΔABC的图形，过C点作$CD\perp AB$，可有已知求得$CD=3\sqrt{3}$，又ΔABC

有两解，那么$CD<BC<AC$，即$3\sqrt{3}<k<6$.

考点：解三角形

16． $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

【解析】

试题分析：因为数列$\{a_n\}$为等差数列，设其公差为 d，于是$a_1+a_3+a_8=3a_1+9d=\frac{5\pi}{4}$，

$a_1+3d=\frac{5\pi}{12}$，$a_3+a_5=2a_1+6d=\frac{5\pi}{6}$，故$\cos\frac{5\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$；

考点：等差数列的通项公式

17．（1）$a_n=2n-1$，$S_n=n^2$；（2） $T_n=2^{n+1}-2$

【解析】

试题分析：（1）由等差数列的通项公式，据已知a_4,a_{10}的值，建立关于a_1,d的方程组，解方程组可得

a_1,d，从而得到等差数列的通项公式和前n项和公式；（2） 已知b_1，由等比数列的通项公式，利用

$b_4=S_4$

求出q，可得等比数列的前n项和.

试题解析：（1）设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，则$\begin{cases}a_1+3d=7\\a_1+9d=19\end{cases}$，

解得：$\begin{cases} a_1=1 \\ d=2 \end{cases}$，…… 4 分　$\therefore a_n=2n-1$，……6 分

（2）设等比数列$\{b_n\}$的公比为q，$\because b_1=2$，　$b_4=S_4$，$\therefore 2q^3=16$，

$\therefore q=2$，

$\therefore T_n=2^{n+1}-2$

考点：等差数列;等比数列

18.（Ⅰ）$C=\dfrac{\pi}{3}$；（Ⅱ）$S_{\Delta ABC}=\dfrac{11\sqrt{3}}{4}$.

【解析】

试题分析：（Ⅰ）由正弦定理, 将题中等式$a\cos B+b\cos A=2c\cos C$.中的边转化为对应角的正弦, 在三角形中有$\sin C=\sin\left(A+B\right)$, 再根据两角和的正余弦公式, 将等式变形可求得$C$的余弦值, 进一步得角$C$；（Ⅱ）由余弦定理, 可求得$ab$值, 再由三角形面积公式$S=\dfrac{1}{2}ab\sin C$可得$S_{\Delta ABC}$.

试题解析：（Ⅰ）由正弦定理$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$，得$\sin A\cos B+\sin B\cos A=2\sin C\cos C$,

又$\sin C=\sin(A+B)=2\sin C\cos C$，

$\therefore \cos C=\dfrac{1}{2}, C=\dfrac{\pi}{3}$

（Ⅱ）由余弦定理$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$, 即$4^2=\left(a+b\right)^2-2ab-2ab\cos\dfrac{\pi}{3}$

$\therefore ab=11$,

$\therefore S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}\cdot 11\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{11\sqrt{3}}{4}$

考点：正弦定理;余弦定理;两角和的正弦;三角形的面积公式

19.（1）$a_n=2n-1$；.

【解析】

试题分析：（1）根据条件等式分$n=1$与$n\geq 2$，利用a_n与S_n的关系可求得数列的通项公式；（2）首先结合（1）求得b_n的表达式，然后利用裂项法求和即可.

试题解析：（1）依题意有$(a_n+1)^2=4S_n$　①

当$n=1$时，$(a_1-1)^2=0$，得$a_1=1$；

当$n\ge 2$时，$(a_{n-1}+1)^2=4S_{n-1}$　②

有①$-$②得$(a_n+a_{n-1})(a_n-a_{n-1}-2)=0$，

因为$a_n>0$，$\therefore a_n+a_{n-1}>0\Rightarrow a_n-a_{n-1}-2=0\ (n\ge 2)$，

$\therefore \{a_n\}$成等差数列，得$a_n=2n-1$. $S_n=n^2$

20．15

【解析】

试题分析：(1）在三角形中，三边知道，该三角形是确定的，其解是唯一的，利用余弦定理求角.（2）根据题中的关系选择恰当的公式进行计算，注意正余弦定理的应用条件，再根据条件和结论灵活化简；（3）在三角形中，注意$A+B+C=\pi$这个隐含条件的使用.

试题解析：在△BDC 中，由余弦定理知$\cos\angle CDB=\dfrac{BD^2+CD^2-BC^2}{2BD\cdot CD}=-\dfrac{1}{7}$

$\sin\angle CDB=\dfrac{4\sqrt{3}}{7}$

$\therefore \sin\angle ACD=\sin(\angle CDB-\dfrac{\pi}{3})=\sin\angle CDB\cos\dfrac{\pi}{3}-\cos\angle CDB\sin\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{5\sqrt{3}}{14}$

在ΔACD中，由正弦定理得：

$\dfrac{AD}{\sin\angle ACD}=\dfrac{CD}{\sin A}$,代入并计算得$AD=15$

轮船距港口 A 还有 15 海里.　　　12分.

考点：正余弦定理应用.

21.（1）$a_n=n+1$；（2）证明见解析.

【解析】

试题分析：（1）根据数列的通项a_n和S_n的关系，即可求解数列$\{a_n\}$的通项公式；（2）由

$b_n=2+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+3}\right)$，即可利用裂项相消求解数列的和，得以证明.

试题解析：（1）当$n\geq 2$时，$a_n=S_n-S_{n-1}=\frac{n^2}{2}+\frac{3n}{2}-\frac{(n-1)^2}{2}-\frac{3(n-1)}{2}=n+1$，

又$n=1$时，$a_1=S_1=2$适合$a_n=n+1$，

$\therefore a_n=n+1$

（2）证明：由（1）知$b_n=n+3-(n+1)+\frac{1}{(n+3)(n+1)}=2+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+3}\right)$，

$\therefore T_n=b_1+b_2+b_3+\cdots+b_n=2n+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+3}\right)$

$=2n+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{n+2}-\frac{1}{n+3}\right)<2n+\frac{5}{12}$.

考点：数列的通项公式；数列的求和.

22.（1）证明见解析；（Ⅱ）$c=2\sqrt{2}$.

【解析】

试题分析：（Ⅱ）先利用降次公式对式子变形，再根据正弦定理对式子进行边角互化，最后再根据等差数列的定义即可证明a,c,b成等差数列；（Ⅱ）首先根据三角形的面积公式得出a,b的关系式，再联立余弦定理，即可求出边c的值.

试题解析：（Ⅰ）证明：由正弦定理得：$\sin B\cos^2\frac{A}{2}+\sin A\cos^2\frac{B}{2}=\frac{3}{2}\sin C$

即$\sin B\cdot\frac{1+\cos A}{2}+\sin A\cdot\frac{1+\cos B}{2}=\frac{3}{2}\sin C$

$\therefore \sin B+\sin A+\sin B\cos A+\cos B\sin A=3\sin C$

$\therefore \sin B+\sin A+\sin(A+B)=3\sin C$

$\therefore \sin B+\sin A+\sin C=3\sin C$

$\therefore \sin B+\sin A=2\sin C\quad \therefore a+b=2c$

$\therefore a,c,b$成等差数列.

（Ⅱ）$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{\sqrt{3}}{4}ab=2\sqrt{3}\quad \therefore ab=8$

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=a^2+b^2-ab$

$=(a+b)^2-3ab$

$=4c^2-24$

$\therefore\ c^2=8$ 得 $c=2\sqrt{2}$

考点：1、等差数列；2、正弦定理，余弦定理；3、三角形的面积.