# 2016～2017 学年度上学期高三年级期中考试·数学(文科)

## 参考答案、提示及评分细则

1. C　2. B　3. C

4. A　$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}\Rightarrow\lambda=2,\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(3,1),|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{10}$.

5. B　设等差数列$\{a_n\}$的公差为 $d$,依题意有 $a_1+5d=1$,且 $6a_1+\dfrac{6\times5}{2}d=12$,解得 $a_1=7,d=-2,a_5=a_1+4d=7-8=-1$.

6. B　$y=\log_{0.2}x$ 是减函数,所以 $b<a<0$,又 $c>0$,所以 $b<a<c$.

7. A

8. D　$\because f(-x)=f(x),\therefore 1+|a+1|=1+|a-1|,\therefore a=0$,故命题 $p$ 为真命题.
$\because\Delta=4-4m\geqslant0,m\leqslant1$ 时,方程有解,$\therefore q$ 为假命题,$\therefore p\vee q$ 与$(\neg p)\vee(\neg q)$为真命题.

9. C　设等比数列$\{a_n\}$的公比为 $q$,则 $q^3=\dfrac{a_4}{a_1}=8$,所以 $q=2$,因为$\{\dfrac{1}{a_n}\}$是公比为$\dfrac{1}{q}=\dfrac{1}{2}$,首项为$\dfrac{1}{a_1}=\dfrac{1}{3}$的等比数列,$S_5=\dfrac{\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{2^5}\right)}{1-\frac{1}{2}}=\dfrac{31}{48}$.

10. A

11. A　$f(x)=x+\sin x$,则 $f'(x)=1+\cos x$,则 $f'(\dfrac{\pi}{2})=1$,而 $f(\dfrac{\pi}{2})=\dfrac{\pi}{2}+1$,
故切线方程为 $y-(\dfrac{\pi}{2}+1)=x-\dfrac{\pi}{2}$.令 $x=0$,可得 $y=1$;令 $y=0$,可得 $x=-1$.
故切线与两坐标轴围成的三角形面积为$\dfrac{1}{2}\times1\times1=\dfrac{1}{2}$.

12. C

13. 1　$\because S_8=2S_4,\therefore S_4=S_8-S_4$,即 $a_1+a_2+a_3+a_4=a_5+a_6+a_7+a_8,\therefore q^4=1,\therefore\dfrac{a_3}{a_1}=q^2=1$.

14. $\dfrac{1}{2}$

15. $(-3,-9)$　由 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$ 得 $t=6,\therefore\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(-3,-9)$.

16. $(-\infty,8]$　$f'(x)=2x-\dfrac{m}{x}=\dfrac{2x^2-m}{x}$,令 $f'(x)\geqslant0$,故 $m\leqslant2x^2$ 在$[2,+\infty)$上恒成立,故 $m\leqslant8$,故实数 $m$ 的取值范围为$(-\infty,8]$.

17. 解:(1)因为$\dfrac{2}{a_n}=4n-2$,所以$\dfrac{a_n+2}{a_n}=1+\dfrac{2}{a_n}=4n-1$,
所以$\{\dfrac{a_n+2}{a_n}\}$是首项为 3,公差为 4 的等差数列.所以 $S_n=3n+\dfrac{n(n-1)}{2}\times4=2n^2+n$. …………………… 5 分
(2)因为 $b_n=a_na_{n+1}=\dfrac{1}{2n-1}\times\dfrac{1}{2n+1}=\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1})$,
所以 $T_n=b_1+b_2+\cdots+b_{n-1}+b_n$
$=\dfrac{1}{2}[(1-\dfrac{1}{3})+(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5})+\cdots+(\dfrac{1}{2n-3}-\dfrac{1}{2n-1})+(\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1})]$
$=\dfrac{1}{2}(1-\dfrac{1}{2n+1})=\dfrac{n}{2n+1}$. …………………………………………………………………… 10 分

18. 解:(1)在$\triangle ABC$ 中,$A+B+C=\pi$,那么由$\sqrt{3}\sin C-\cos B=\cos(A-C)$,可得$\sqrt{3}\sin C=\cos(A-C)+\cos B=\cos(A-C)-\cos(A+C)=2\sin A\sin C$,得 $\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,则在锐角$\triangle ABC$ 中,$A=\dfrac{\pi}{3}$. ………………… 6 分
(2)由(1)知 $A=\dfrac{\pi}{3}$,且 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=3\sqrt{3}$,得 $bc=12$,由余弦定理得
$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$,那么,$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=b^2+c^2-bc=(b+c)^2-3bc$,
则$(b+c)^2=a^2+3bc=48$,可得 $b+c=4\sqrt{3}$. ……………………………………………………………… 12 分

19. 解:(1)$f(x)=1+\cos\omega x+a+\sqrt{3}\sin\omega x=2\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)+a+1$,
因为函数 $f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上的最大值为 2,所以 $3+a=2$,故 $a=-1$. ………………………………………… 6 分
(2)由(1)知 $f(x)=2\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)$,
把函数 $f(x)=2\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)$的图象向右平移$\dfrac{\pi}{6\omega}$个单位,可得函数 $y=g(x)=2\sin\omega x$,

又 $y=g(x)$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ 上为增函数，∴$g(x)$ 的周期 $T=\frac{2\pi}{\omega}\geqslant\pi$，即 $\omega\leqslant 2$，所以 $\omega$ 的最大值为 2. ……… 12 分

20. 解：(1) $f(x)=\sin(x+\frac{\pi}{6})+\sin(x-\frac{\pi}{6})+a\cos x+b=2\sin x\cos\frac{\pi}{6}+a\cos x+b$

$=\sqrt{3}\sin x+a\cos x+b=\sqrt{a^2+3}\sin(x+\theta)+b$(其中 $\tan\theta=\frac{a}{\sqrt{3}}$)，

所以，函数 $f(x)$ 的最小正周期为 $2\pi$. …………………………………………………………………… 6 分

(2) 由(1)可知：$f(x)$ 的最小值为 $-\sqrt{a^2+3}+b$，所以，$-\sqrt{a^2+3}+b=2$. ①

另外，由 $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{3},0\right)$ 上单调递增，可知 $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{3},0\right)$ 上的最小值为 $f\left(-\frac{\pi}{3}\right)$，

所以，$f\left(-\frac{\pi}{3}\right)=2$，得 $a+2b=7$， ②

联立①②解得 $a=-1,b=4$. …………………………………………………………………………………… 12 分

21. 解：(1)因为 $S_{n+1}-(n+1)=S_n+a_n+n$，所以 $a_{n+1}=a_n+2n+1$，

所以 $a_n=(a_n-a_{n-1})+(a_{n-1}-a_{n-2})+\cdots+(a_3-a_2)+(a_2-a_1)+a_1=(2n-1)+(2n-3)+\cdots+5+3+1=\frac{(2n-1+1)n}{2}=n^2$，

所以 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=n^2$.

由 $b_{n+1}=3b_n+2$，得 $b_{n+1}+1=3(b_n+1)$，

所以 $\{b_n+1\}$ 是等比数列，首项为 $b_1+1=2$，公比为 3，所以 $b_n+1=2\cdot 3^{n-1}$，

所以 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n=2\cdot 3^{n-1}-1$. ……………………………………………………………… 6 分

(2) $c_n=\frac{2(n^2+n)}{2n\cdot 3^{n-1}}=\frac{n+1}{3^{n-1}}$，

所以 $T_n=\frac{2}{3^0}+\frac{3}{3^1}+\frac{4}{3^2}+\cdots+\frac{n}{3^{n-2}}+\frac{n+1}{3^{n-1}}$， ①

则 $3T_n=\frac{2\cdot 3}{3^0}+\frac{3}{3^0}+\frac{4}{3^1}+\cdots+\frac{n}{3^{n-3}}+\frac{n+1}{3^{n-2}}$， ②

②－①得 $2T_n=6+(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^{n-2}})-\frac{n+1}{3^{n-1}}=6+\frac{1-\frac{1}{3^{n-1}}}{1-\frac{1}{3}}-\frac{n+1}{3^{n-1}}=\frac{15}{2}-\frac{2n+5}{2\cdot 3^{n-1}}$.

所以 $T_n=\frac{15}{4}-\frac{2n+5}{4\cdot 3^{n-1}}$. ……………………………………………………………………… 12 分

22. 解：(1)因为 $f'(x)=x^2+(2a+1)x-2(a+1)=(x-1)[x+2(a+1)]$.

令 $f'(x)=0$，得 $x_1=-2(a+1)$，$x_2=1$，

由题意 $f'(x)$，$f(x)$ 随 $x$ 的变化情况如下表：

| $x$ | $(-\infty,1)$ | $1$ | $(1,-2(a+1))$ | $-2(a+1)$ | $(-2(a+1),+\infty)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $f(x)$ | 单调递增 | 极大值 | 单调递减 | 极小值 | 单调递增 |

所以 $-2(a+1)>1$，$a<-\frac{3}{2}$，即 $a\in(-\infty,-\frac{3}{2})$. …………………………………………… 5 分

(2)由(1)知，

①当 $-2(a+1)\leqslant 1$ 即 $a\geqslant-\frac{3}{2}$ 时，$f(x)$ 在 $[1,2]$ 上是增函数，最小值 $f(1)=-a-\frac{7}{6}$.

由 $-a-\frac{7}{6}\leqslant 0$，∴$a\geqslant-\frac{7}{6}$.

②当 $-2(a+1)\geqslant 2$ 即 $a\leqslant-2$ 时，$f(x)$ 在 $[1,2]$ 上是减函数，最小值为 $f(2)=\frac{2}{3}>0$；

③当 $1<-2(a+1)<2$ 即 $-2<a<-\frac{3}{2}$ 时，$f(x)$ 在 $[1,-2(a+1)]$ 上是减函数，在 $[-2(a+1),2]$ 上是增函数，最小值为 $f(-2(a+1))=\frac{(4a+10)(a+1)^2}{3}>0$.

综上，$a\geqslant-\frac{7}{6}$，即 $a\in[-\frac{7}{6},+\infty)$. ……………………………………………………………… 12 分

**欢迎将本卷使用情况、优秀建议发至邮箱：kyyfzx@163.com。**