2016～2017学年度上学期高三年级期中考试

黑吉两省八校期中联考

数　学　试　卷(理科)

2016.10

考生注意：

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分。满分150分，考试时间120分钟。
2. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。第Ⅰ卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；第Ⅱ卷请用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
3. 本卷命题范围：集合与常用逻辑用语，函数与导数，三角函数与解三角形，平面向量，数列。

第Ⅰ卷(选择题　共60分)

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|x^2<1\}$，$B=\{x|2^x>\sqrt{2}\}$，则 $A\cap B=$

A. $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$　　B. $\left(0,\frac{1}{2}\right)$

C. $\left(\frac{1}{2},1\right)$　　D. $\left(-\frac{1}{2},1\right)$

2. 若 $a>0$，$b>0$，则"$a+b>1$"是"$ab>1$"的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(\lambda,-1)$，若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$

A. $\sqrt{10}$　　B. 4　　C. $\sqrt{17}$　　D. $2\sqrt{5}$

4. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $a_6=-3$，$S_6=12$，则 a_5 等于

A. -3　　B. -1

C. 1　　D. 4

5. 若 $a=\log_{0.2}2$，$b=\log_{0.2}3$，$c=2^{0.2}$，则

A. $a<b<c$　　B. $b<a<c$

C. $b<c<a$　　D. $a<c<b$

6. 已知：

命题 p：若函数 $f(x)=x^2+|x-a|$ 是偶函数，则 $a=0$.

命题 q：$\forall m\in(0,+\infty)$，关于 x 的方程 $mx^2-2x+1=0$ 有解.

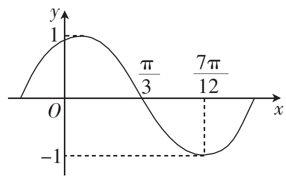
在①$p\vee q$；②$p\wedge q$；③$(\neg p)\wedge q$；④$(\neg p)\vee(\neg q)$中为真命题的是

A. ②③　　B. ②④　　C. ③④　　D. ①④

7. 已知△ABC 三边 a、b、c 上的高分别为$\frac{1}{2}$、$\frac{\sqrt{2}}{2}$、1，则 $\cos A$ 等于

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $-\frac{\sqrt{2}}{4}$　　D. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$

8. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$$(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$，其导函数 $f'(x)$的部分图象如图所示，则函数 $f(x)$的解析式为



A. $f(x)=\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$

B. $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$

C. $f(x)=\frac{1}{2}\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$

D. $f(x)=\frac{1}{2}\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$

9. 已知非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $60°$，且满足$|\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}|=2$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 的最大值为

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. 2　　D. 3

10. 已知函数 $f(x)$是定义在 **R** 上的奇函数，且 $x>0$ 时，$f(x)=\log_2(x+1)+3x$，则满足 $f(x)>-4$ 的实数 x 的取值范围是

A. $(-2,2)$　　B. $(-1,1)$

C. $(-1,+\infty)$　　D. $(1,+\infty)$

11 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $a_1=1$，$a_{n+1}=S_n+2$，则满足$\frac{S_n}{S_{2n}}<\frac{1}{10}$的 n 的最小值为

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

12. 已知函数 $f(x)$是定义在 **R** 上的奇函数，且当 $x>0$ 时，$f(-x)+f(x+3)=0$；当 $x\in(0,3)$时，$f(x)=\frac{e\ln x}{x}$，其中 e 是自然对数的底数，且 e≈2.72，则方程 $6f(x)-x=0$ 在$[-9,9]$上的解的个数为

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

第Ⅱ卷(非选择题　共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 已知$\dfrac{\sin\alpha-2\cos\alpha}{\sin\alpha+\cos\alpha}=-1$,则 $\tan\alpha=$________.

14. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(-1,-3)$,$\boldsymbol{b}=(2,t)$,且 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$,则 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=$________.

15. 已知函数 $f(x)=x^2-m\ln x$ 在$[2,+\infty)$上单调递增,则实数 m 的取值范围为________.

16. 已知数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$满足 $a_n=2b_n+3(n\in\mathbf{N}^*)$,若$\{b_n\}$的前 n 项和为 $S_n=\dfrac{3}{2}(3^n-1)$且 $\lambda a_n>b_n+36(n-3)+3\lambda$ 对一切 $n\in\mathbf{N}^*$ 恒成立,则实数 λ 的取值范围是________.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.

17.(本小题满分 10 分)

已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\dfrac{1}{2n-1}$,$n\in\mathbf{N}^*$.

(1)求数列$\{\dfrac{a_n+2}{a_n}\}$的前 n 项和 S_n;

(2)设 $b_n=a_na_{n+1}$,求$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n.

18.(本小题满分 12 分)

在锐角$\triangle ABC$中,a,b,c 是角 A,B,C 的对边,$\sqrt{3}\sin C-\cos B=\cos(A-C)$.

(1)求角 A 的度数;

(2)若 $a=2\sqrt{3}$,且$\triangle ABC$的面积是 $3\sqrt{3}$,求 $b+c$.

19.(本小题满分 12 分)

已知向量 $\boldsymbol{a}=(1+\cos\omega x,1)$,$\boldsymbol{b}=(1,a+\sqrt{3}\sin\omega x)$($\omega$ 为常数且 $\omega>0$),函数 $f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 在 $\mathbf{R}$ 上的最大值为 2.

(1)求实数 a 的值;

(2)把函数 $y=f(x)$的图象向右平移$\frac{\pi}{6\omega}$个单位,可得函数 $y=g(x)$的图象,若 $y=g(x)$在 $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$上为增函数,求 ω 的最大值.

20.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+a\cos x+b$($a,b\in\mathbf{R}$,且均为常数).

(1)求函数 $f(x)$的最小正周期;

(2)若 $f(x)$在区间$\left[-\frac{\pi}{3},0\right]$上单调递增,且恰好能够取到 $f(x)$的最小值 2,试求 a,b 的值.

21.(本小题满分 12 分)

对于数列$\{a_n\}$、$\{b_n\}$,S_n 为数列$\{a_n\}$的前 n 项和,且 $S_{n+1}-(n+1)=S_n+a_n+n$,$a_1=b_1=1$,$b_{n+1}=3b_n+2$,$n\in\mathbf{N}^*$.

(1)求数列$\{a_n\}$、$\{b_n\}$的通项公式;

(2)令 $c_n=\frac{2(a_n+n)}{n(b_n+1)}$,求数列$\{c_n\}$的前 n 项和 T_n.

22.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\frac{1+\ln x}{x}$.

(1)求函数 $f(x)$的单调区间;

(2)若 $g(x)=xf(x)+mx$ 在区间$(0,\mathrm{e}]$上的最大值为-3,求 m 的值;

(3)若 $x\geqslant 1$ 时,有不等式 $f(x)\geqslant\frac{k}{x+1}$恒成立,求实数 k 的取值范围.