2016-2017 学年第一学期高二年级阶段性测评

数学试卷

（考试时间：上午 7：30—9：30）

一、选择题

1. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，点 $A(1,2,-3)$ 关于 x 轴的对称点为（　）

$A.(1,-2,3)$　　$B.(-1,2,-3)$　　$C.(1,-2,-3)$　　$D.(-1,-2,3)$

考点：空间直角坐标系中点的坐标，点的对称变换

答案：A

解析：根据“关于啥轴啥不变，其他坐标变相反”的对称变换口诀，即点 (x,y,z) 关于 x 轴的对称点的坐标为：$(x,-y,-z)$，结合 A 点坐标，可得答案。

2. 下列说法正确的是（　）

A.有两个面平行且相等，其余面都是平行四边形的多面体是棱柱

B.有两个面平行且相似，其余面都是梯形的多面体是棱台

C.以半圆的直径所在直线为旋转轴，半圆面旋转一周形成的旋转体为球

D.有一个面是多边形，其余各面都是三角形的几何体是棱锥

考点：空间几何体定义

答案：C

解析：A 缺少条件侧棱都平行；B 缺少条件侧棱延长线交于一点；D 缺少条件三角形共顶点

3. 空间中有直线 l 与平面 α 上必存在一条直线与直线 l（　）

$A.$ 平行　　$B.$ 垂直　　$C.$ 异面　　$D.$ 相交

考点：直线与平面直线之间的位置关系

答案：B

解析：A：$l\perp\alpha$，不成立；C：$l\subset\alpha$，不成立；D：$l//\alpha$，不成立

4. 平面 α 与平面 β 平行的条件可以是（　）

$A.$ α 内有无数条直线与 β 平行

$B.$ 直线 $a//\alpha,a//\beta$，且直线 a 不在 α 内，也不在 β 内

$C.$ 直线 $a\subset\alpha$，直线 $b\subset\beta$，且 $a//\beta,b//\alpha$

$D.$ α 内的任何直线都与 β 平行

考点：考察面面平行的判定定理以及线面平行的性质定理，理解无数条直线（无数条直线可以相互平行无交点）与任意一条直线（平面内所有直线）的区别

答案：D

解析：A 应为 α 内有两条相交直线与 β 平行；B $\alpha\perp\beta$ 时，也成立；C $\alpha\perp\beta$ 也成立

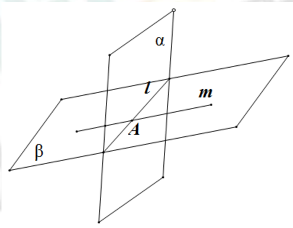
5. 右图中，点、直线、平面之间的位置关系用符号表示为（　）

$A.\alpha\cap\beta=l,m\in\beta,m\cap l=A$

$B.\alpha\cap\beta=l,m\subset\beta,m\cap l=A$

$C.\alpha\cap\beta=m,l\in\alpha,m\cap l=A$

$D.\alpha\cap\beta=m,l\subset\alpha,m\cap l=A$



考点：点线面表示方法及点线面的位置关系。

答案：B

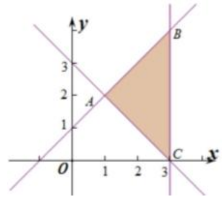
解析：显然由图知，$\alpha\cap\beta=l,m\subset\beta,m\cap l=A$

6. 若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y+1\ge 0\\ x+y-3\ge 0\\ x-3\le 0\end{cases}$，则 $z=x-2y$ 的最小值为（　）

$A.3$　　$B.-3$　　$C.5$　　$D.-5$

考点：线性规划问题

答案：D



解析：（一）求出三条直线的交点坐标分别为 $A(1,2),B(3,4),C(3,0)$，分别计算 $z=x-2y$ 的值，得 $z_A=1-4=-3,z_B=3-8=-5,z_C=3,\therefore z_{\min}=-5$

（二）画出可行域，如下所示，由图可知，当过 $B(3,4)$ 时，z 取得最小值 $z_{\min}=3-2\times4=-5.$

7. 一木球的少半部分冻结在水平冰面下，现将木球取出，露出一半径为 $5\sqrt{3}cm$ 深 $5cm$ 的浅坑，则该木球的半径为（　）

$A.10cm$　　$B.10\sqrt{3}cm$　　$C.9cm$　　$D.5\sqrt{5}cm$

考点：球的截面问题.

答案：A

解析：设木球半径为 R，则由题有 $(R-5)^2+(5\sqrt{3})^2=R^2$，解得 $R=10cm$

8.下列说法正确的是（　）

$A.$方程$x^2+y^2+x+y-a=0$必表示圆　　$B.$方程$x^2+y^2-ax+y-1=0$必表示圆

C .方程$x^2+ay^2+x+y-a=0$不能表示圆　　$D.$方程$ax^2+y^2+ax+y+a=0$可以表示一个圆

考点：圆的一般方程

答案：B

解析：$x^2+y^2+x+y-a=0$表示圆当且仅当$1+1+4a>0$，即$a>-\frac{1}{2}$.故A错；$x^2+y^2-ax+y-1=0$表示圆当且仅当$a^2+1+4>0$，故B正确；当$a=1$时，$x^2+ay^2+x+y-a=x^2+y^2+x+y-1=0$可以表示圆，故$C$错；当$a=1$时，$ax^2+y^2+ax+y+a=x^2+y^2+x+y+1=0$不可以表示一个圆，故$D$错

9.直线l的横、纵截距都不为0，且比值为-2，则该直线的斜率为（）

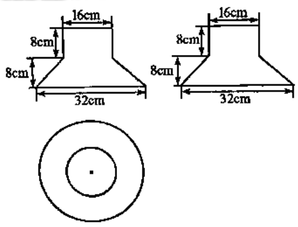
$A.-2$　　$B.2$　　$C.-\frac{1}{2}$　　$D.\frac{1}{2}$

考点：直线的斜率

答案：D

解析：设直线方程为$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$，由题意知$\frac{a}{b}=-2$，所以$k=-\frac{b}{a}=\frac{1}{2}$

10.某工厂设计一款布质有顶夏凉帽，其三视图如下，则制作一顶帽子需要布料（）



$A.\left(192\pi+192\sqrt{2}\pi\right)cm^2$　　$B.\left(448\pi+192\sqrt{2}\pi\right)cm^2$

$C.\left(192\pi+128\sqrt{2}\pi\right)cm^2$　　$D.\left(448\pi+128\sqrt{2}\pi\right)cm^2$

考点：圆柱及圆台的表面积。

答案：A

解析：由图可知$r=8, R=16$，该几何体为圆柱和圆台的组合体，故所需布料的面积为

$\pi r^2+2\pi rh+\pi(r+R)l=64\pi+128\pi+192\sqrt{2}\pi=192\pi+192\sqrt{2}\pi$

11.若直线$x-y+a=0$与圆$x^2+y^2-2x-2y-2=0$的相交弦长为$2\sqrt{3}$，则实数$a=$

$A.\sqrt{2}$　　$B.2$　　$C.\sqrt{2}$或$-\sqrt{2}$　　$D.2$或-2

考点：直线与圆，弦心距问题

答案：C

解析：圆心 $(1,1)$，半径 $r=2$ 由弦心距得 $\dfrac{|1-1+a|}{\sqrt{2}}=\sqrt{4-3}=1$，解得 $a=\pm\sqrt{2}$，所以选 C

12.直棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，D,E,M 分别是 BC,CC_1,AB 上的点，若 $\dfrac{CE}{EC_1}=\dfrac{BD}{DC}=m$，且 DE // 平面 A_1MC，则 $\dfrac{AM}{MB}=$

$A.m$　　$B.\dfrac{1}{m}$　　$C.2m$　　$D.\dfrac{2}{m}$

考点：线面平行的性质的综合

答案：$B.$

解析：由题知，只需作过 DE 的平面与平面 A_1MC 平行，过 E 作 A_1C 的平行线，交 A_1C_1 于点 N，连接 DN，则 $DN // A_1M$，

根据相似可得：$\dfrac{AM}{MB}=\dfrac{CD}{BD}=\dfrac{1}{m}$

二、填空题

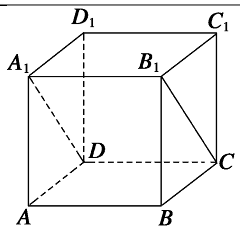
13.直线 $\sqrt{3}x+y+3=0$ 的倾斜角_________

考点：直线斜率与倾斜角

答案：$\dfrac{2\pi}{3}$

解析：$k=\tan\theta=-\sqrt{3}\therefore\theta=\dfrac{2\pi}{3}$

14.如图，长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，若 $BC=2\sqrt{3},AA_1=2$，则 AA_1 和 BC_1 所成的角是_________



考点：异面直线所成角

答案：$\dfrac{\pi}{3}$

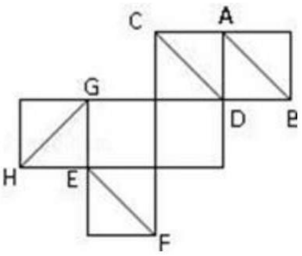
解析：连结 AD_1，AD_1 与 BC_1 平行，所以 AA_1 和 BC_1 所成的角即 AA_1 与 AD_1 所成的角，可得 $\dfrac{\pi}{3}$.

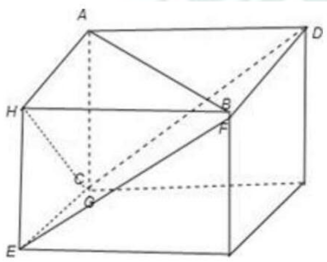
15.右图是一个正方体的展开图，如果将它还原成正方体，那么 AB,CD,EF,GH 所在直线为异面直线的有_____对

考点：几何体的展开与折叠

答案：3

解析：如图所示，把展开图还原成正方体，可知 AB和CD, AB和HG, EF和HC，共 3 对异面直线。





16.已知 AC,BD 为圆 $x^2+y^2=9$ 的互相垂直的两条弦，垂足为 $M(1,\sqrt{3})$，则四边形 $ABCD$ 面积的最大值为________

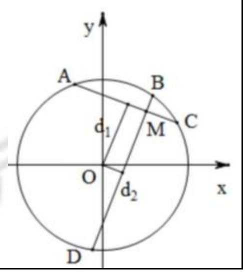
考点：直线与圆的位置关系

答案：14

设圆心 O 到 AC,BD 的距离分别为 d_1,d_2，则 $d_1^2+d_2^2=OM^2=4, AC=2\sqrt{9-d_1^2}, BD=2\sqrt{9-d_2^2}$，则

$S=\frac{1}{2}AC\cdot BD=2\sqrt{(9-d_1^2)(9-d_2^2)}=2\sqrt{81-9(d_1^2+d_2^2)+d_1^2\square d_2^2}\le 2\sqrt{45+(\frac{d_1^2+d_2^2}{2})^2}=2\times 7=14$，当

且仅当 $d_1^2=d_2^2=2, d_1=d_2=\sqrt{2}$ 时上式取等，所以 $S_{\max}=14$



三、解答题

17.已知直线 $l_1:(m+1)x+5y=m+3$; $l_2:3x+(m+3)y=5.$

（1）m 为何值时，$l_1\perp l_2$；（2）m 为何值时，$l_1//l_2$.

考点：两直线间的平行、垂直关系.

答案：（1）$m=-\frac{9}{4}$；（2）$m=-6.$

解析：（1）$\because l_1\perp l_2,\therefore 3(m+1)+5(m+3)=0,\therefore m=-\frac{9}{4}.$

（2）$\because l_1//l_2,\therefore (m+3)(m+1)=3\times 5=15\therefore m=-6$或2，当$m=-6$时,$l_1:-5x+5y=-3, l_2:3x-3y=5$满足条件；

当$m=2$时,$l_1:3x+5y=5, l_2:3x+5y=5$不满足条件,$\therefore m=-6$

注意：此处如果用 $\therefore\frac{m+1}{3}=\frac{5}{m+3}\ne\frac{m+3}{5},\therefore m=-6$或2（舍）.严格来说是存在一定问题的

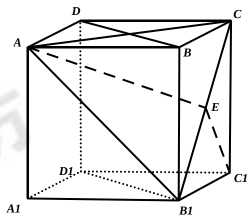
18.如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中.

（1）画出二面角 $A-B_1C-C_1$ 的平面角，并说明理由；（2）求证：$AC\perp$平面DD_1B_1B.

考点：二面角的平面角的画法、线面垂直的判定

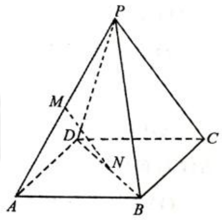
解析：（1）如图所示，作 B_1C 的中点 E，连接 C_1E, AE，则 $C_1E\perp B_1C$ 在 ΔAB_1C 中，$AB_1=AC, AE\perp B_1C,\therefore\angle AEC_1$ 为所求二面角的平面角.

（2）在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$\left.\begin{array}{c}AC\perp BD\\ AC\perp DD_1\\ BD\cap DD_1=D\end{array}\right\}\Rightarrow AC\perp$平面 DD_1B_1B.



19.如图，正四棱锥 $P-ABCD$ 中， M,N 分别是 PA,DB 的中点， $PA=5,AB=6$.

（1）求证： $MN//平面PBC$；（2）求点 A 到平面 PBC 的距离.



考点：（1）空间内线面平行证明；（2）几何体积计算及等积极转化运用.

答案：（1）略；（2） $\dfrac{3\sqrt{7}}{2}$.

解析：（1）连接 AC，因为 N 是 DB 的中点，且 $P-ABCD$ 为正四棱锥，所以 N 也是 AC 的中点，

在 ΔAPC 中， M,N 分别是 PA,AC 的中点，故 MN 是中位线，

$\because MN//PC,PC\subset 面PBC,MN\not\subset 面PBC,\therefore MN//面PBC$

（2）连接 PN，因为 N 是底面 $ABCD$ 的中心，所以 $PN\perp 面ABC$.

在 $Rt\Delta ABC$ 中， $AB=BC=6$，所以 $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}\times 6\times 6=18$，在 ΔPBC 中， $PB=PA=5,BC=6$，则 $S_{\Delta PBC}=\dfrac{1}{2}\times 6\times 4=12$

在 $Rt\Delta PAN$ 中， $PA=5,AN=3\sqrt{2}$，则 $PN=\sqrt{(PA)^2-(AN)^2}=\sqrt{25-18}=\sqrt{7}$，设点 A 到平面 PBC 的距离是 h，则

$V_{P-ABC}=V_{A-PBC}$，即 $\dfrac{1}{3}\times S_{\Delta ABC}\times PN=\dfrac{1}{3}\times S_{\Delta PBC}\times h$，所以 $h=\dfrac{S_{\Delta ABC}\times PN}{S_{\Delta PBC}}=\dfrac{18\times\sqrt{7}}{12}=\dfrac{3\sqrt{7}}{2}$.

20.（甲）已知点 $A(1,-10),B(0,1),C(-3,-1),\Delta ABC的边BC$ 的中线所在直线为 l_1，直线l_3，被直线 $l_1与l_2:3x-5y-6=0$ 截得的线段中点 M 恰好是坐标原点.

（1）求直线 l_1 的方程；（2）求直线 l_3 的方程.

考点：直线的方程

答案：（1） $l_1:4x+y+6=0$；（2） $l_3:x+6y=0$

解析：（1） BC 的中点为 $(-\dfrac{3}{2},0)$，由题知点 A 在直线 l_1 上，根据直线的两点式方程得 $\dfrac{y-(-10)}{0-(-10)}=\dfrac{x-1}{-\dfrac{3}{2}-1}$，

化简得 $l_1:4x+y+6=0$

（2）设 $l_3与l_1,l_2$ 分别交于 E,F 两点，设点 $E(x_1,y_1)$ 则点 $F(-x_1,-y_1)$，则 $\begin{cases}4x_1+y_1+6=0\\-3x_1+5y_1-6=0\end{cases}$，解之得 $\begin{cases}x_1=-\dfrac{36}{23}\\y_1=\dfrac{6}{23}\end{cases}$，

因为点 E 与 M 在直线 l_3 上，所以 $l_3:x+6y=0$.

（乙）已知点 $A(1,-10),B(0,1),C(-3,-1),\Delta ABC的边BC$ 的中线所在直线为 l_1，直线l_3，被直线 $l_1与l_2:3x-5y-6=0$ 截得的线段中点 M 恰好是坐标原点.

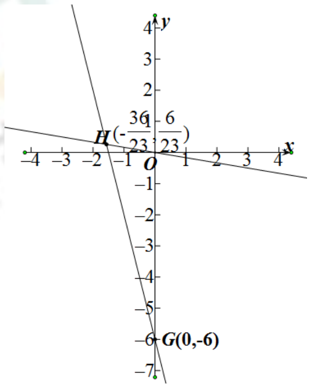
（1）求直线 l_1 的方程；（2）求直线 l_1，l_3 与 y 轴所围三角形的面积.

考点：直线的方程

答案：（1）$l_1:4x+y+6=0$；（2）$S=\dfrac{108}{23}$

解析：（1）BC 的中点为 $(-\dfrac{3}{2},0)$，由题知点 A 在直线 l_1 上，根据直线的两点式方程得

$\dfrac{y-(-10)}{0-(-10)}=\dfrac{x-1}{-\dfrac{3}{2}-1}$，化简得 $l_1:4x+y+6=0$.



（2）设 l_3与l_1,l_2 分别交于 E,F 两点，设点 $E(x_1,y_1)$ 则点 $F(-x_1,-y_1)$，则

$\begin{cases}4x_1+y_1+6=0\\-3x_1+5y_1-6=0\end{cases}$，解之得 $\begin{cases}x_1=-\dfrac{36}{23}\\y_1=\dfrac{6}{23}\end{cases}$，因为点 E 与 M 在直线 l_3 上，所以 $l_3:x+6y=0$.

如图所示：l_1与l_3 相交于点 H,l_3与y 相交于点 G，所求三角形的面积为 $S_{\Delta OHG}=\dfrac{1}{2}\cdot|-6|\cdot|-\dfrac{36}{23}|=\dfrac{108}{23}$

21.（本小题 10 分）说明：请考生在（甲）、（乙）两个小题中任选一题做答.

（甲）已知圆 $C:(x+4)^2+y^2=4$，圆 D 的圆心在 y 轴上移动，且恒与圆 C 外切.

（1）若圆 D 与 x 轴相切，求圆 D 的方程.

（2）已知点 $A(-2\sqrt{3},0)$，设圆 D 与 y 轴交于点 M,N .求 $\cos\angle MAN$ 的值.

考点：圆与圆的位置关系，余弦定理（向量）的应用

答案：(1)：$x^2+(y-3)^2=9或x^2+(y+3)^2=9$；(2)：$\dfrac{1}{2}$

解析：(1)：设圆心 $D(0,m)$，半径为 r .因为圆 D 与 X 轴相切，所以 $|m|=r$.①

因为圆 C 与圆 D 外切，所以 $\sqrt{(0+4)^2}+\sqrt{(m-0)^2}=r+2,所以m^2+16=(r+2)^2$.②

由①②得：$\begin{cases}r=3\\m=\pm3\end{cases}$.所以圆 D 的方程为 $x^2+(y-3)^2=9或x^2+(y+3)^2=9$.

(2)：设圆 D 圆心 $D(0,b)$，半径为 r 且 M 点在 N 点上方，由于圆 D 与圆 C 外切，所以 $(r+2)^2=b^2+16$ 得 $r^2+4r=b^2+12$

解法一：① $b>0$ 时，$|OM|=r+b,|AM|=(r+b)^2+12,|ON|=r-b,|AN|=(r-b)^2+12,|MN|=2r$，

$\cos\angle MAN=\frac{|AM|^2+|AN|^2-|MN|^2}{2|AM||AN|}=\frac{(r+b)^2+12+(r-b)^2+12-4r^2}{2\sqrt{(r+b)^2+12}\bullet\sqrt{(r-b)^2+12}}=\frac{2r}{\sqrt{(r+2r)^2-(rb)^2}}$，

$=\frac{2r}{\sqrt{r^4+4r^2+4r^3-r^2(r^2+4r-12)}}=\frac{2r}{4r}=\frac{1}{2}$

② $b<0$ 时，$|OM|=r-b,|ON|=r+b,$ 所以同理可得 $\cos\angle MAN=\frac{1}{2}$.

解法二：$M(0,b+r),N(0,b-r),\overrightarrow{AM}=(2\sqrt{3},b+r),\overrightarrow{AN}=(2\sqrt{3},b-r),\cos\angle MAN=\frac{\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}}{|\overrightarrow{AM}||\overrightarrow{AN}|}=\frac{12+b^2-r^2}{\sqrt{(r+b)^2+12}\bullet\sqrt{(r-b)^2+12}}$

（后续化简得过程与解法一相同）

（乙）已知圆 $C_1:x^2+(y-1)^2=1$ 与圆 $C_2:(x-\sqrt{3})^2+y^2=3$.

（1）求两圆的交点坐标；（2）设有直线 l 过原点，且与圆 C_1,C_2 分别交于点 A,B（点 A,B 不是原点)，求 $|AB|$ 得最大值.

考点：圆与圆的位置关系，直线与原的位置关系

答案：（1）：$(0,0),\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2}\right)$ （2）：4

解析：联立：$\begin{cases}x^2+(y-1)^2=1\\(x-\sqrt{3})^2+y^2=3\end{cases}$，得 $\sqrt{3}x-y=0$.联立：$\begin{cases}\sqrt{3}x-y=0\\x^2+(y-1)^2=1\end{cases}$，得 $x=0$或$x=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

代入直线 $\sqrt{3}x-y=0$ 得两点坐标分别为：$(0,0),\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2}\right)$.

（2）：设 $l:y=kx,$ 联立：$\begin{cases}y=kx\\x^2+(y-1)^2=1\end{cases}$，得 $A\left(\frac{2k}{1+k^2},\frac{2k^2}{1+k^2}\right)$，联立：$\begin{cases}y=kx\\(x-\sqrt{3})^2+y^2=3\end{cases}$，得 $B\left(\frac{2\sqrt{3}}{1+k^2},\frac{2\sqrt{3}k}{1+k^2}\right)$.

$|AB|=\sqrt{\left(\frac{2k-2\sqrt{3}}{1+k^2}\right)^2+\left(\frac{2k^2-2\sqrt{3}k}{1+k^2}\right)^2}=2\sqrt{\frac{(k-\sqrt{3})^2}{1+k^2}}$，

令 $t=k-\sqrt{3},k^2=t^2+2\sqrt{3}t+3$.则 $|AB|=2\sqrt{\frac{t^2}{t^2+2\sqrt{3}t+4}}=2\sqrt{\frac{1}{1+\frac{2\sqrt{3}}{t}+\frac{4}{t^2}}}$

因为 $\frac{4}{t^2}+\frac{2\sqrt{3}}{t}+1=\left(\frac{2}{t}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\frac{1}{4}\geq\frac{1}{4}$，所以 $|AB|\leq2\sqrt{4}=4$.所以 $|AB|$ 最大值为 4.