

太原市 2016-2017 学年第一学期高一年级期末考试

数学试卷

(考试时间：上午 8:00-9:30)

一、选择题 (本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分)

1. 下列语句可以是赋值语句的是 ( )

- A.  $S = a + 1$     B.  $a + 1 = S$     C.  $S - 1 = a$     D.  $S - a = 1$

答案：A

考点：程序语句 (赋值语句)

解析：赋值语句形式：变量=表达式，所以选 A.

2. 一个人打靶时连续射击两次，事件“至少有一次中靶”的互斥事件是 ( )

- A. 至多有一次中靶    B. 两次都不中靶    C. 只有一次中靶    D. 两次都中靶

答案：B

考点：事件间的关系 (互斥事件)

解析：集合法解题：所有可能的事件 (中靶用“√”，不中靶用“×”) 可表示为：

√	√	}	至少有一次中靶	→	两次都不中靶	故选 B
√	×					
×	×					

3. 右图是某赛季甲、乙两名篮球运动员每场比赛得分的茎叶图，则甲、乙两人这几场比赛得分的中位数之和是 ( )

- A. 65    B. 64    C. 63    D. 62

甲		乙
5 3	1	
3 6 8	2	4 5
4 7 9	3	2 6 3 7
1	4	1 2 5

答案：B

考点：茎叶图的数字特征 (中位数)

解析：各有 9 个数据，所以中位数为排序后的第五个数据。经排序，甲的中位数为 28，乙的中位数为 36，所以中位数之和是 64.

4. 下列事件：①抛一枚硬币，出现正面朝上；②某人买彩票中奖；③大年初一太原下雪；④在标准大气压下，水加热到  $90^{\circ}\text{C}$  时会沸腾. 其中随机事件的个数是 ( )

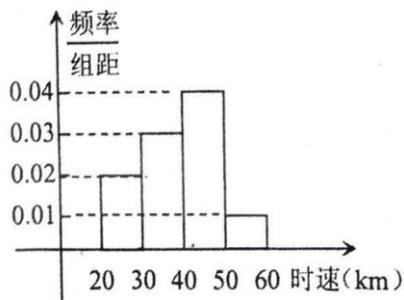
- A. 1    B. 2    C. 3    D. 4

答案：C

考点：事件的分类

解析：①、②、③均为随机事件，④为不可能事件，标准大气压下，水加热到  $100^{\circ}\text{C}$  时会沸腾. 所以随机事件的个数为 3 个.

5.太原市某时段 100 辆汽车通过祥云桥时, 时速的频率分布直方图如图所示, 则时速在 [30,40] 的汽车约有



- A.30 辆                      B.35 辆                      C.40 辆                      D.50 辆

答案: A

考点: 频率分布直方图

解析: 因为频率分布直方图中每组的小长方形的面积代表的意义就是该组的频率, 所以时速在 [30,40] 这组中的频率为  $0.03 \times 10 = 0.3$ , 样本容量为 100, 则时速在 [30,40] 这组的频数为  $100 \times 0.3 = 30$ , 即时速在 [30,40] 的汽车约有 30 辆

6.从 1, 2, 3, 4, 5 共 5 个数字中任取一个数字, 取出的数字为奇数的概率为

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{1}{5}$                       C.  $\frac{2}{5}$                       D.  $\frac{3}{5}$

答案: D

考点: 古典概型

解析: 从 5 个数字中任取一个数字, 基本事件总数为 5, 其中取出的数字是奇数的情况有 3 种, 所以取出的数字为奇数的概率为  $\frac{3}{5}$

7.为了在运行右面的程序之后输出的值为 5, 则输入  $x$  的所有可能的值是

- A.5                      B.-5                      C.5 或 0                      D.-5 或 5

```

INPUT  x
IF  x>=0  THEN
    PRINT  x
ELSE
    PRINT  -x
END IF
END
    
```

答案: D

考点: 算法程序设计语言

解析: 该程序的意思是输入  $x$ , 若  $x \geq 0$  时, 输出  $x$ , 反之, 若  $x < 0$  时, 输出  $-x$ , 因为运

行该程序后输出的值为 5，所以输入的值可以是 5 或者是 -5

8. 线性回归方程  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$  表示的直线必经过的一个定点是

- A.  $(\bar{x}, \bar{y})$       B.  $(\bar{x}, 0)$       C.  $(0, \bar{y})$       D.  $(0, 0)$

答案：A

考点：线性回归方程

解析：线性回归方程必过样本中心  $(\bar{x}, \bar{y})$

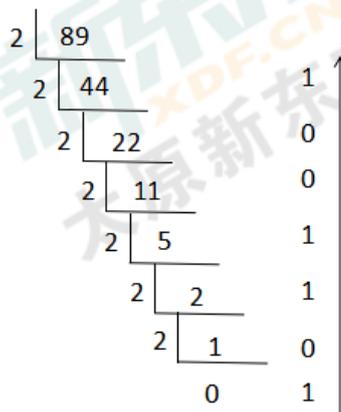
9. 把 89 化成二进制数是 ( )

- A.  $100100_{(2)}$       B.  $10010_{(2)}$       C.  $10100_{(2)}$       D.  $1011001_{(2)}$

答案：D

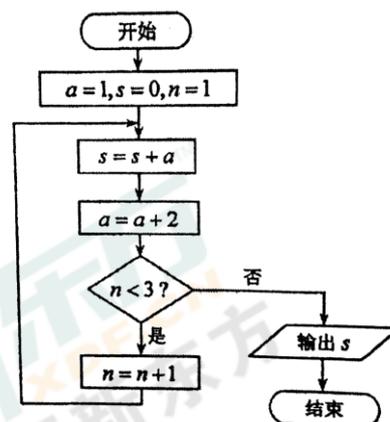
考点：进位制的转化

解析：



10. 阅读如图所示的程序框图，运行相应的程序，输出的结果是 ( )

- A. 1  
B. 4  
C. 9  
D. 16



答案：C

考点：程序框图的运算

解析：执行程序框图，

$$a=1, S=0$$

$$S=1, a=3$$

满足条件  $n < 3, n=2, S=4, a=5$ ;

满足条件  $n < 3, n=3, S=9, a=7$ ;

不满足条件  $n < 3$ , 退出, 所以输出  $S=9$ .

11. 函数  $f(x) = x^2 - x - 2 (-5 \leq x \leq 5)$ , 在其定义域内任取一点  $x_0$ , 使  $f(x_0) \leq 0$  的概率是 ( )

A.  $\frac{1}{10}$

B.  $\frac{2}{3}$

C.  $\frac{3}{10}$

D.  $\frac{4}{5}$

答案: C

考点: 几何概型的概率求解

解析:

$$\text{由题意得: } f(x) = x^2 - x - 2 \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 2$$

$$\text{即 } x_0 \in [-1, 2], \therefore f(x_0) \leq 0 \text{ 的概率为 } P = \frac{3}{10}.$$

12. 若函数  $f(x)$  的零点与  $g(x) = 4^x + 2x - 2$  的零点之差的绝对值不超过 0.25, 则  $f(x)$  可以是 ( )

A.  $f(x) = 4x - 1$

B.  $f(x) = (x-1)^2$

C.  $f(x) = e^x - 1$

D.  $f(x) = \ln(x - \frac{1}{2})$

答案: A

考点: 二分法求零点范围

解析:

$\because g(x) = 4^x + 2x - 2$  在  $\mathbb{R}$  上连续, 且

$$g(\frac{1}{4}) = \sqrt{2} - \frac{1}{2} < 0, \quad g(\frac{1}{2}) = \sqrt{2} - 2 < 0, \quad g(1) = 2 - 2 = 0 > 0$$

设  $g(x) = 4^x + 2x - 2$  的零点为  $x_0$ , 则  $\frac{1}{4} < x_0 < \frac{1}{2}$

又因为 A 中  $f(x) = 4x - 1$  零点为  $x_1 = \frac{1}{4}$ ,  $|x_0 - x_1| < \frac{1}{4}$

B 中  $f(x) = (x-1)^2$  零点为  $x_2 = 1$ ,  $\frac{1}{2} < x_2 - x_0 < \frac{3}{4}$

C 中  $f(x) = e^x - 1$  零点为  $x_3 = 0$ ,  $\frac{1}{4} < x_0 - x_3 < \frac{1}{2}$

D 中  $f(x) = \ln(x - \frac{1}{2})$  零点为  $x_4 = \frac{3}{2}$ ,  $1 < x_4 - x_0 < \frac{5}{4}$

故选 A

二、填空题(本题共 4 小题, 每题 4 分, 共 16 分)

13.某校有高一、高二、高三年级学生共 700 人, 其中高一年级 300 人, 高二年级 200 人, 高三年级 200 人, 现采用分层抽样法抽取一个容量为 35 的样本, 那么从高一年级抽取人数应为\_\_\_\_人.

答案: 15

考点: 分层抽样

解析: 用分层抽样在各层的抽样比为  $\frac{35}{700} = \frac{1}{20}$ , 则在高一抽取的人数是  $300 \times \frac{1}{20} = 15$  人.

14.用“辗转相除法”求得 153 和 119 的最大公约数是\_\_\_\_\_.

答案: 17

考点: 辗转相除法

解析:  $153=119 \times 1 + 34, 119=34 \times 3 + 17, 34=17 \times 2$ , 则 153 和 119 的最大公约数是 17

15.若连续掷一枚骰子两次, 第一次掷得的点数为  $m$ , 第二次掷得的点数为  $n$ , 则点  $P(m, n)$  落在以坐标原点为圆心, 4 为半径的圆内的概率是\_\_\_\_\_.

答案:  $\frac{2}{9}$

考点: 古典概型

解析:  $m, n$  都有 6 种情况, 则点  $P$  共有 36 种, 其中满足条件的有:

(1,1) (1,2) (1,3) (2,1) (2,2) (2,3) (3,1) (3,2), 共有 8 种, 则所求概率  $P = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

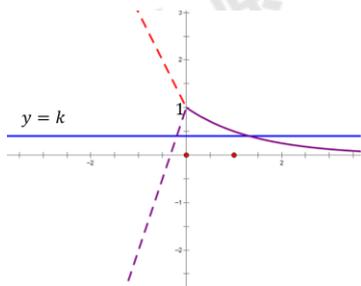
16.已知函数  $f(x) = \begin{cases} a^x, & x \geq 0 \\ kx+1, & x < 0 \end{cases}$ , 且  $0 < a < 1, k \neq 0$ , 若函数  $g(x) = f(x) - k$  有两个零点, 则

实数  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

答案: (0,1)

考点: 函数零点含参

解析:



函数  $g(x) = f(x) - k$  有两个零点, 即  $f(x) - k = 0$  有两个解, 即  $y = f(x)$  与  $y = k$  的图象有两个交点. 分  $k > 0$  和  $k < 0$  作出函数  $f(x)$  的图象. 由图象可得, 当  $0 < k < 1$  时, 函数  $y = f(x)$  与  $y = k$  的图象有两个交点. 所以  $k \in (0, 1)$

三. 解答题 (本题共 4 小题, 共 44 分)

17. 某同学收集了班里 9 名男生 50m 跑的测试成绩 (单位: S):

6.4、7.5、8.0、6.8、9.1、8.3、6.9、8.4、9.5,

并设计了一个算法, 可以从这些数据中搜索出小于 8.0 的数据, 算法步骤如下:

第一步:  $i = 1$

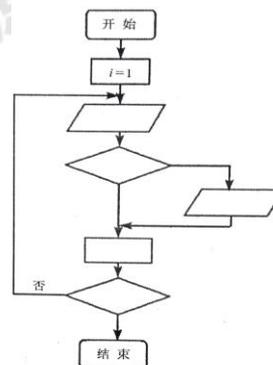
第二步: 输入一个数据  $a$

第三步: 如果  $a < 8.0$ , 则输出  $a$ , 否则, 执行第四步

第四步:  $i = i + 1$

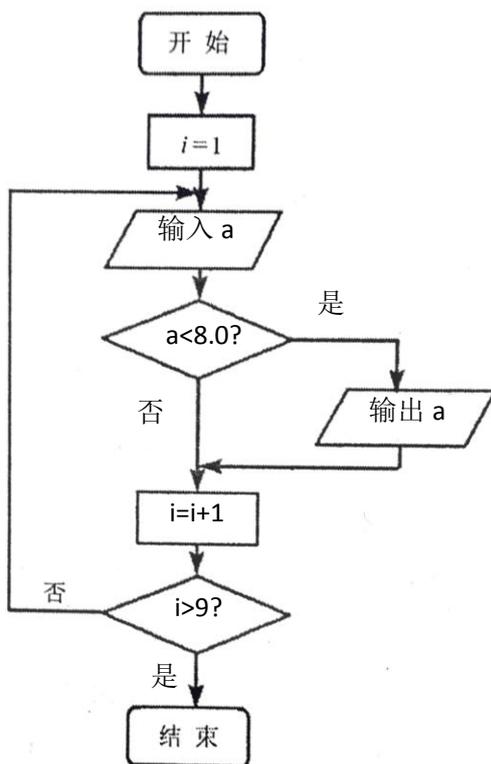
第五步: 如果  $i > 9$ , 则结束算法, 否则执行第二步

请你根据上述算法将下列程序框图补充完整



考点: 算法与程序框图

解析:



18. 一个包装箱内 6 件产品，其中 4 件正品，2 件次品，现随机抽出两件产品

(1) 求恰好有一件次品的概率；

(2) 求抽到次品的概率.

考点：古典概型

解析：(1). 将六件产品编号，ABCD（正品），ef（次品），从 6 件产品中选 2 件，其包含的基本事件为：(AB) (AC) (AD) (Ae) (Af) (BC) (BD) (Be) (Bf) (CD) (Ce) (Cf) (De) (Df) (ef). 共有 15 种，

(1) 设恰好有一件次品为事件 A，事件 A 中基本事件有 (Ae) (Af) (Be) (Bf) (Ce) (Cf) (De) (Df)，共 8 个

$$\text{则 } P(A) = \frac{8}{15}$$

(2) 设抽到次品为事件 B，事件 B 中基本事件有 (Ae) (Af) (Be) (Bf) (Ce) (Cf) (De) (Df) (ef)，共 9 个

$$\text{则 } P(B) = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

19. (本小题满分 10 分)

有关部门为了解雾霾知识在学校的普及情况，印制了若干份满分为 10 分的问卷到各学校做调查。某中学 A、B 两个班各被随机抽取 5 名学生进行问卷调查，得分如下：

A 班(单位:分)	5	8	9	9	9
B 班(单位:分)	6	7	8	9	10

(1) 请计算 A、B 两个班的均分，并估计哪个班的问卷得分要稳定一些；

(2) 如果把 B 班 5 名学生的得分看成一个总体，并用简单随机抽样方法从中抽取样本容量为 2 的样本，求样本的平均数与总体平均数之差的绝对值不小于 1 的概率.

考点：样本的数字特征；随机事件的概率.

解析：(1) 由表中数据可知：

$$\text{A 班的平均数为 } \bar{x}_A = \frac{5+8+9+9+9}{5} = 8$$

$$\text{B 班的平均数为 } \bar{x}_B = \frac{6+7+8+9+10}{5} = 8$$

$$\text{A 班的方差为 } S_A^2 = \frac{1}{5} [(5-8)^2 + (8-8)^2 + (9-8)^2 \times 3] = \frac{12}{5} = 2.4$$

$$\text{B 班的方差为 } S_B^2 = \frac{1}{5} [(6-8)^2 + (7-8)^2 + (8-8)^2 + (9-8)^2 + (10-8)^2] = 2$$

答：A 班的平均数为 8，B 班的平均数为 8，又  $S_A^2 > S_B^2$ ，所以 B 的问卷得分更稳定.

(2) 从 B 班 5 名学生得分中抽出 2 名学生有以下可能的情况：

(6,7),(6,8),(6,9),(6,10),(7,8),(7,9),(7,10),(8,9),(8,10),(9,10) 共 10 种，

所对应的平均数分别为：6.5,7,7.5,8,7.5,8,8.5,8.5,9,9.5.

满足样本平均数与总体平均数 8 之差的绝对值不小于 1 的有：

(6,7),(6,8),(8,10),(9,10)共 4 种.设这些时间的总体为事件 A, 则：

$$P(A) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}.$$

20.(本小题 10 分)说明：请同学们在(A)、(B)两个小题中任选一题作答.

(A)某超市选取了 5 个月的销售额和利润额,资料如下表：

销售额 $x$ (千万元)	3	5	6	7	9
利润额 $y$ (百万元)	2	3	3	4	5

(1) 求利润额  $y$  对销售额  $x$  的回归直线方程；

(2) 当销售额为 4(千万元)时,估计利润额的大小.

**考点：回归直线方程**

**解析：**

(1) 由题中的数据可得  $\bar{x} = \frac{3+5+6+7+9}{5} = 6$ ,  $\bar{y} = \frac{2+3+3+4+5}{5} = 3.4$

$$\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = (3-6) \times (2-3.4) + (5-6) \times (3-3.4) + (6-6) \times (3-3.4) + (7-6) \times (4-3.4) + (9-6) \times (5-3.4) = 10$$

$$\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 = (3-6)^2 + (5-6)^2 + (6-6)^2 + (7-6)^2 + (9-6)^2 = 20$$

$$\text{则 } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2} = \frac{10}{20} = 0.5, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 3.4 - 0.5 \times 6 = 0.4$$

所以利润额  $y$  对销售额  $x$  的回归直线方程为： $\hat{y} = 0.5x + 0.4$

(2) 由(1)可知,当  $x = 4$  时,  $\hat{y} = 0.5 \times 4 + 0.4 = 2.4$ . 所以当销售额为 4 千万元时,可以估计该店的利润额为 2.4 百万元.

(B)在一次对昼夜温差大小与种子发芽数之间的研究中,研究人员获得了一组样本数据：

温差 $x$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	13	12	11	10	8
发芽数 $y$ (颗)	30	26	25	23	16

(1) 请根据上述数据,选取其中的前 3 组数据,求出  $y$  关于  $x$  的线性回归方程  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$  ;

(2) 若由线性回归方程得到的估计数据与所选出的检验数据的误差均不超过 2 颗,则认为

得到的线性回归方程是可靠的,试问(1)中所得的线性回归方程是否可靠?

考点: 回归直线方程

解析:

$$(1) \text{ 由题中的数据可得 } \bar{x} = \frac{13+12+11}{3} = 12, \bar{y} = \frac{30+26+25}{3} = 27$$

$$\sum_{i=1}^3 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = (13-12) \times (30-27) + (12-12) \times (26-27) + (11-12) \times (25-27) = 5$$

$$\sum_{i=1}^3 (x_i - \bar{x})^2 = (13-12)^2 + (12-12)^2 + (11-12)^2 = 2$$

$$\text{则 } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^3 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^3 (x_i - \bar{x})^2} = \frac{5}{2} = 2.5, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 27 - 2.5 \times 12 = -3$$

所以  $y$  关于  $x$  的线性回归方程为:  $\hat{y} = 2.5x - 3$

(2) 由(1)可知, 当  $x=10$  时,  $\hat{y} = 2.5 \times 10 - 3 = 22, |22 - 23| < 2$ ;

当  $x=8$  时,  $\hat{y} = 2.5 \times 8 - 3 = 17, |17 - 16| < 2$ , 所以该研究所得的线性回归方程是可靠的.

21.(A)在经济学中, 函数  $f(x)$  的边际函数  $Mf(x)$  定义为  $Mf(x) = f(x+1) - f(x)$ . 某公司每月最多生产 100 台报警系统装置, 生产  $x$  台 ( $x \in N^*$ ) 的收入函数为  $R(x) = 3000x - 20x^2$  (单位: 元), 其成本函数为  $C(x) = 500x + 4000$  (单位: 元), 利润是收入与成本之差.

(1) 求利润函数  $P(x)$  与边际利润函数  $MP(x)$ ;

(2) 利润函数  $P(x)$  与边际利润函数  $MP(x)$  是否具有相同的最大值?

考点: 函数模型

解析:

$$(1) x \in [1, 100] \text{ 且 } x \in N^*$$

$$\begin{aligned} P(x) &= R(x) - C(x) \\ &= 3000x - 20x^2 - 500x - 4000 \\ &= -20x^2 + 2500x - 4000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 MP(x) &= P(x+1) - P(x) \\
 &= -20(x+1)^2 + 2500(x+1) - 4000 + 20x^2 - 2500x + 4000 \\
 &= 2480 - 40x
 \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}
 P(x) &= -20x^2 + 2500x - 4000 \\
 &= -20\left(x - \frac{125}{2}\right)^2 + 74125
 \end{aligned}$$

当  $x = 62$  或  $x = 63$  时,  $P(x)_{\max} = 74125$ .

又  $\because MP(x) = 2480 - 40x$  是减函数,  $\therefore$  当  $x = 1$  时,  $MP(x)_{\max} = 2440$

$\therefore P(x)$  与  $MP(x)$  没有相同的最大值.

(B) 某地西红柿从 2 月 1 日起开始上市, 通过市场调查, 得到西红柿种植成本  $Q$  (单位: 元/ $10^2\text{kg}$ ) 与上市时间  $t$  (单位: 天) 的数据如下表:

时间 $t$	50	110	250
种植成本 $Q$	150	108	150

(1) 根据上表数据判断, 函数  $Q = at + b$ ,  $Q = at^2 + bt + c$ ,  $Q = a \cdot b^t$ ,  $Q = a \cdot \log_b t$  中哪一个适宜作为描述西红柿种植成本  $Q$  与上市时间  $t$  的变化关系? 简要说明理由;

(2) 利用你选取的函数, 求西红柿种植成本最低时的上市天数及最低种植成本.

**考点: 函数模型**

**解析:** (1) 由数据和散点图知描述西红柿种植成本  $Q$  与上市时间  $t$  的变化关系函数不是单调的, 所以选取二次函数  $Q = at^2 + bt + c$  进行描述

$$\therefore \begin{cases} 2500a + 50b + c = 150 \\ 12100a + 110b + c = 108 \\ 62500a + 250b + c = 150 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{200} \\ b = -\frac{3}{2} \\ c = \frac{425}{2} \end{cases}$$

$$\therefore Q = \frac{1}{200}t^2 - \frac{3}{2}t + \frac{425}{2}$$

(2)

$$Q = \frac{1}{200}t^2 - \frac{3}{2}t + \frac{425}{2}$$
$$= \frac{1}{200}(t - 150)^2 + 1$$

所以当  $t = 150$  天时，西红柿种植成本  $Q$  最低为 100 元/ $10^2$ kg.