2017 长春市高三三模文科数学试卷分析

紧张的长春市三模考试已经结束，长春新东方优能一对一为大家带来了详细的试卷分析，帮助同学们分析题目的重点难点和考试带来的启示。

一、各题型分值分布及总的命题思路与趋势

题型	分值(总分 150)	所占比例
选择题	60	40%
填空题	20	13.3%
计算题	70	46.7%

命题思路分析：

试卷总体难度中等，知识考查相对比较全面，对学生综合运用的能力和实际应用的能力要求较高，基本知识的理解和建立解题模型考查较多，难题主要集中在选择题后两题，填空题的最后一题及解答题中的第 20，21 题，多数学生都在这几个部分失分。

选择题整体来看难度不大，即使是最后两题也是经典问题（零点问题、函数问题），程度好的同学一定练习过类似方法的问题，导数和圆锥曲线解答题是整张卷子中最难的，综合性强，方法灵活，运算量很大，导致有的同学在思路基本正确的情况下也不能完整的解出。

其他的试题难度都比较合适，其中 15 题出现了《九章算术》中的综合题，虽然题型上有创新，但是命题的内容难度也比较适中，命题规律也基本遵循了综合卷的一贯风格，只要经过有针对性的练习，应该都可以很顺利的答对。

二、各题型知识点分布及命题思路解析

1.选择题：60 分

本次选择题较往年难度中等，没有出现难度很高的问题，但注重了数学方法的实际应用，其中第 8 题和第 15 题都和实际相关联，这也符合了最近高考的命题趋势。

项目	题号	具体阐述
基础题	1，2，3，4，5，6，7，8	这八道题基本没有涉及任何方法的转化或者技巧的深度挖掘，就是最基本的方法考察，考生只要基础过关，是应该全对的
中等题	9,10	这两道题就都要用到比较复杂的算法了，方法技巧开始有交叉和综合，在基础技巧过关的情况下，还要有一定得综合能力、数形结合能力和实际应用能力才能答对
难题	11，12	11 题不只需要对零点知识点的熟练应用，还需要灵活应用数形结合的思想，12 题函数综合，涉及的方法技巧很多，并且也不是很基础的方法，既要分别掌握每种方法，又要把各种方法整合起来，对综合能力要求很高

题号	考点所属	备注
1	复数	考察复数运算和共轭复数
2	集合	考察一元二次不等式、绝对值不等式解法和集合运算
3	不等式、常用逻辑用语	考察基本不等关系、充分条件与必要条件
4	直线和圆	解析几何的基础，弦长问题

5	立体几何	点、线、面位置关系
6	线性规划	高考必考题，难度较低
7	立体几何	三视图，求四棱锥体积，难度较低
8	程序框图	考察判断框图功能
9	数列	考察了等比数列问题，主要涉及到等比数列定义和通项公式，前 n 项和公式
10	函数图像	涉及到指数函数和反比例函数，可通过带点的方式解决
11	三角函数、函数零点	利用三角函数与常函数相交，考察三角函数图像和函数零点问题。
12	函数	主要考察数形结合的思想，以及指数函数和对数函数的图像。

2.填空题：20 分

题目设置难度不大，难度程递增趋势 13,14 都是基础常规题，15 题涉及传统文化，重在理解题意，题目计算难度不大，16 题较难。

题号	考点所属	备注
13	统计	考察平均数运算，难度比较低
14	导数	函数相乘求导法则，指数函数、三角函数求导公式
15	数列	等差数列问题，考察等差数列通项及前 n 项和。结合传统文化，近年高考常出现结合文化的问题。
16	圆锥曲线	双曲线离心率问题，同时涉及到双曲线的渐近线，压轴题，难度较大。

3.解答题：70 分

本次设置的难度符合常考的命题规律，18 题属送分题，20.21 题难度较大大，学生既要重视答题方法的练习，也要注意答题时间的控制

题号	考点所属	备注
17	三角函数 解三角形	常规题，需要向量坐标运算，考查三角函数性质及正余弦定理，难度不大
18	概率统计	考察频率分布直方图、方差，古典概型，难度一般
19	立体几何	（1） 考查线面垂直问题，证明过程有一定难度 （2） 考查外接球问题，对学生来说属于难题，平时需多注意方法的总结
20	导数	压轴题，考察切线方程，含参求取值范围，涉及到导数的运算，用导数来研究函数的单调性等，考查学生解决问题的综合能力.
21	圆锥曲线	压轴题， 主要考察直线与椭圆的位置关系，有一定的技巧性，对运算能力要求比较大。
22	极坐标与参数方程	选做题，难度中等，本题主要是对参数方程的考察。
23	不等式	难度不确定，含绝对值的不等式比较简单，涉及不等式证明则会很难

三、高考备考建议

2014 年新课标卷 2（数学）

2014 年课标全国卷 II 试卷分析			
知识点	题号	分值	备注
集合	1	5	
复数	2	5	
平面向量	3	5	
程序框图	7	5	
不等式	9	5	
三角函数、数列	4、14、17	22	三角函数两个小题 10 分，数列一道大题 12 分
概率统计	5、13、19	22	
立体几何	6、11、18	22	6.三视图 11.线线夹角 18.大题
解析几何	10、16、20	22	10.抛物线 16.圆 20.椭圆大题
函数导数	8、12、15、21	27	8.导数几何意义 12.导数应用 15.函数四性质 21.大题
坐标系、参数方程	23	10	

2015 年课标全国卷 II 试卷分析			
知识点	题号	分值	备注
集合	1	5	
复数	2	5	
平面向量	13	5	
程序框图	8	5	
不等式	14	5	
三角函数、数列	4、10、16、17	27	4.数列 10.三角函数 16.数列 17.三角函数大题
概率统计	3、15、18	22	3.统计 15.二项式 19 大题
立体几何	6、9、19	22	6.三视图 9.球与三菱锥 19.大题
解析几何	7、11、20	22	7.圆 11.双曲线 20.椭圆大题
函数导数	5、12、21	22	5.函数求值 12.导数 21.大题
坐标系、参数方程	23	10	

2016 年新课标卷 2（数学）

2016 年课标全国卷 II 试卷分析			
知识点	题号	分值	备注
集合	2	5	
复数	1	5	
平面向量	3	5	
程序框图	8	5	
推理	15	5	
三角函数、数列	7、9、13、17	27	三角函数三个小题 15 分，数列一道大题 12 分
概率统计	5、10、18	22	
立体几何	6、14、19	22	6.三视图 14.空间线面关系 19.大题
解析几何	4、11、20	22	4.圆 11.椭圆 20.椭圆大题
函数导数	12、16、21	22	12.函数对称性 16.导数几何意义 21.大题
坐标系、参数方程	23	10	

必考部分考点汇总

知识点 年份	2014	2015	2016	三模	总计
集合	5	5	5	5	20
复数	5	5	5	5	20
平面向量	5	5	5	0	15
程序框图	5	5	5	5	20
线性规划	5	5	0	5	15
推理演绎	0	0	5	5	10
三角函数	10	17	15	17	47
数列	12	10	12	10	44
概率统计	22	22	22	17	93
立体几何	22	22	22	22	88
解析几何	22	22	22	22	88
函数导数	27	22	22	27	98
合计	140	140	140	140	

选考部分考点汇总

年份	2014	2015	2016	三模	总计
坐标系、参数方程	10	10	10	10	40
不等式	10	10	10	10	40

在 2017 年的高考备考中，建议注意以下几点：

1、一定要注重加强基础知识的理解，能够进行简单的计算和判断，将送分题全部收入囊中。

2、多注意各种题型的练习，尤其要重视实际应用问题，近几年常常有涉及数学文化及历史的应用题目。还要注重常规解题标志和解题方法的锻炼，暂时放弃一些艰难的模块题型和较巧妙但却很偏的解题方法。

3、注重培养审题能力，学会从题目中提取要点信息。加强解题思维的训练，了解数学最基本，最好的解题思路。

4、建议按照模块进行逐个突破，比如先从三角函数、数列开始，将简单模块的基础知识、各种题型解题方法掌握牢固。然后再进行稍难模块的简单题型的训练，逐步进行提高。各个模块进行复习时也建议先从考查频率较高的题型进行强化训练，然后在提高其他部分。

三、试卷分析

长春市普通高中 2017 届高三质量监测（三）
数学（文科）参考答案与评分标准

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

1. A	2. D	3. A	4. A	5.C	6. B
7. D	8. B	9. D	10.B	11. C	12. C

简答与提示：

1. 已知复数 $z=1+2i$，则 $z\cdot\bar{z}=($　　$)$

A．5　　B．5+4i　　C．-3　　D．$3-4i$

【命题意图】本题考查复数的共轭复数及复数运算.

【试题解析】A　$z\cdot\bar{z}=(1+2i)(1-2i)=5$．故选 A.

2. 已知集合 $A=\{x|x^2-2x-3<0\},B=\{x||x|<2\}$，则 A∩B= (　　)

A．$\{x|-2<x<2\}$　　B．$\{x|-2<x<3\}$

C．$\{x|-1<x<3\}$　　D．$\{x|-1<x<2\}$

【命题意图】本题考查集合运算.

【试题解析】D　由 $A=\{x|-1<x<3\}$，$B=\{x|-2<x<2\}$.故选 D.

3. 设 a,b 均为实数，则“$a>|b|$”是“$a^3>b^3$”的(　　)

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

【命题意图】本题考查不等式及充分必要条件知识.

【试题解析】A　$a>|b|$推出 $a>b$，进而 $a^3>b^3$，而当 $a^3>b^3$ 时，有 $a>b$，但不一定 $a>|b|$，所以是充分不必要条件.故选 A.

4. 直线 $x-3y+3=0$ 与圆 $(x-1)^2+(y-3)^2=10$ 相交所得弦长为(　　)

A．$\sqrt{30}$　　B．$\frac{5\sqrt{3}}{2}$　　C．$4\sqrt{2}$　　D．$3\sqrt{3}$

【命题意图】本题考查直线与圆的相关知识.

【试题解析】A　圆心到直线的距离为 $\frac{\sqrt{10}}{2}$，从而弦长为 $\sqrt{30}$.故选 A.

5. 下列命题中错误的是(　　)

A．如果平面外的直线 a 不平行于平面 α，则 α 内不存在与 a 平行的直线

B．如果平面 $\alpha\perp$ 平面 γ，平面 $\beta\perp$ 平面 γ，$\alpha\cap\beta=l$，那么 $l\perp\gamma$

C．如果平面 $\alpha\perp$ 平面 β，那么平面 α 内所有直线都垂直于平面 β

D．一条直线与两个平行平面中的一个相交，则必与另一个相交

【命题意图】本题主要考查点线面位置关系.

【试题解析】 C　根据面面垂直的性质定理，只有在面内垂直于交线的直线才垂直另一个平面.故选 C.

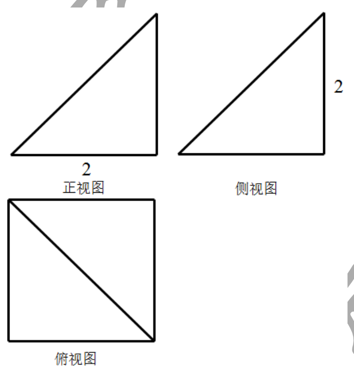
6. 在平面内的动点 (x,y) 满足不等式 $\begin{cases}x+y-3\le 0\\x-y+1\le 0\end{cases}$，则 $z=2x+y$ 的最大值是(　　)

A．-4　　B．4　　C．-2　　D．2

【命题意图】本题主要考查线性规划问题.

【试题解析】B　不等式组所表示的平面区域位于直线 $x+y-3=0$ 的下方区域和直线 $x-y+1=0$ 的上方区域，根据目标函数的几何意义确定 $z\le 4$.故选 B.

7. 某几何体的三视图如图所示，则其表面积为(　　)



A．4

B．$\dfrac{7}{3}$

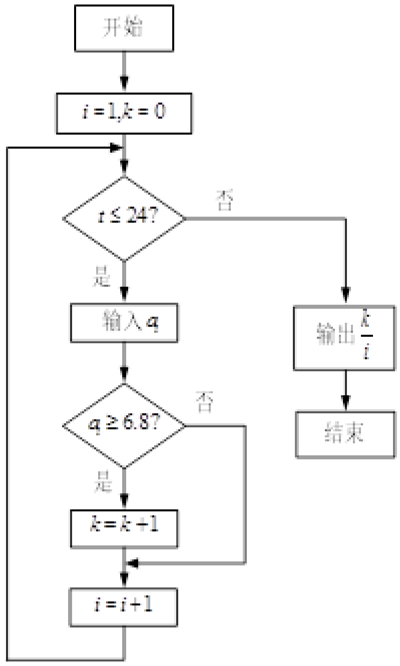
C．$\dfrac{4}{3}$

D．$\dfrac{8}{3}$

【命题意图】本题考查三视图.

【试题解析】D　四棱锥的体积 $V=\dfrac{1}{3}\cdot 2\cdot 2\cdot 2=\dfrac{8}{3}$.故选 D.

8. 某高中体育小组共有男生 24 人，其 50m 跑成绩记作 $a_i(i=1,2,\cdots,24)$，若成绩小于 6.8s 为达标，则如图所示的程序框图的功能是(　　)



A.求 24 名男生的达标率

B.求 24 名男生的不达标率

C.求 24 名男生的达标人数

D.求 24 名男生的不达标人数

【命题意图】本题考查程序框图的理解以及算法功能的描述.

【试题解析】B　由题意可知，k 记录的是时间超过 6.8s 的人数，而 i 记录是的参与测试的人数，因此 $\frac{k}{i}$ 表示不达标率，故选 B.

9. 等比数列 $\{a_n\}$ 中各项均为正数，S_n 是其前 n 项和，且满足 $2S_3=8a_1+3a_2$，$a_4=16$，则 $S_4=$(　　)

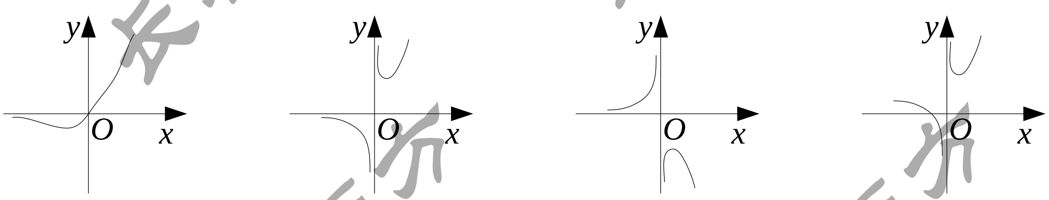
(A) 9　　　　(B) 15

(C) 18　　　　(D) 30

【命题意图】本题考查等比数列相关知识.

【试题解析】D 由条件可求得 $q=2,a_1=2,$ 所以 $S_4=30$.故选 D.

10. 函数 $y=\frac{e^x}{x}$ 的大致图象是(　　)



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

【命题意图】本题考查函数图象问题.

【试题解析】B　由函数定义域及值域.故选 B.

11. 若方程 $2\sin(2x+\frac{\pi}{6})=m$ 在 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上有两个不等实根，则 m 的取值范围是(　　)

（A）$(1,\sqrt{3})$　　（B）$[0,2]$　　（C）$[1,2)$　　（D）$[1,\sqrt{3}]$

【命题意图】本题主要考查三角函数的相关知识.

【试题解析】C　由于方程有两个解，所以 $\frac{1}{2}\le\frac{m}{2}<1$.故选 C.

12. 对 $\forall x\in(0,\frac{1}{3})$，$2^{3x}\le\log_a x+1$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是(　　)（A）$(0,\frac{2}{3})$　　（B）$(0,\frac{1}{2}]$　　（C）$[\frac{1}{3},1)$　　（D）$[\frac{1}{2},1)$

【命题意图】本题考查指数函数与对数函数的图象.

【试题解析】C　利用数形结合思想画出指数函数与对数函数图象.故选 C.

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 95　　14. 1　　15. 15斤　　16. $\frac{\sqrt{10}}{3}$

简答与提示：

13. 某班级有 50 名同学，一次数学测试平均成绩是 92，如果学号为前 30 名的同学平均成绩为 90，则后 20 名同学的平均成绩为________.

【命题意图】本题考查统计学中数字特征相关知识.

【试题解析】$\frac{50\times92-30\times90}{20}=95$.

14. 已知函数 $f(x)=e^x\sin x$，则 $f'(0)=$________

【命题意图】本题考查导数的几何意义.

【试题解析】$f'(x)=e^x(\sin x+\cos x),\ f'(0)=1$.

15. 《九章算术》是我国第一部数学专著，下有源自其中的一个问题："今有金箠（chui），长五尺，斩本一尺，重四斤，斩末一尺，重二斤。问金箠重几何？"其意思为："今有金杖（粗细均匀变化）长 5 尺，截得本端 1 尺，重 4 斤，截得末端 1 尺，重 2 斤。问金杖重多少？"则答案是______.

【命题意图】本题结合中华传统文化，考查等差数列的相关知识.

【试题解析】由题意可知等差数列中 $a_1=4$，$a_5=2$，则 $S_5=15$，故金杖重 15 斤.

16. 过双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左焦点 F 做斜率为 1 的直线交双曲线的渐近线于 **A**、**B** 两点，若 $\frac{|AF|}{|BF|}=\frac{1}{2}$，则双曲线的离心率为________.

【命题意图】本题考查双曲线问题.

【试题解析】设直线方程为 $y=x+c$，分别求与渐近线 $y=\pm\frac{b}{a}x$ 的交点，

$y_1=\frac{bc}{a+b}$，$y_2=-\frac{bc}{a-b}$，又 $\frac{y_1}{y_2}=-\frac{1}{2}$，可得 $\frac{b}{a}=\frac{1}{3}$，即 $e=\sqrt{1+(\frac{b}{a})^2}=\frac{\sqrt{10}}{3}$.

三、解答题

17. (本小题满分 12 分)

已知 $P(\sqrt{3},1),Q(\cos x,\sin x)$，$O$ 为坐标原点，函数 $f(x)=\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{QP}$，

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的解析式及最小正周期；

（Ⅱ）若 **A** 为 ΔABC 的内角，$f(A)=4, BC=3,$ ΔABC 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$，求 ΔABC 周长.

【命题意图】本题考查三角函数性质及正余弦定理等.

【试题解析】(1) $\overrightarrow{OP}=(\sqrt{3},1),\overrightarrow{QP}=(\sqrt{3}-\cos x,1-\sin x)$，

$f(x)=3-\sqrt{3}\cos x+1-\sin x=4-2\sin(x+\frac{\pi}{3})$，

$f(x)$ 的最小正周期为 2π；

（6 分）

(2) 因为 $f(A)=4$，所 $\sin(A+\frac{\pi}{3})=0$，因为 $0<A<\pi$，所以 $A=\frac{2\pi}{3}$，

因为 $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}bc\sin\frac{2\pi}{3}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$，所以 $bc=3$，

根据余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\frac{2\pi}{3}=(b+c)^2-2bc+bc=9$，所以 $b+c=2\sqrt{3}$，

即三角形的周长为 $3+2\sqrt{3}$.

（12 分）

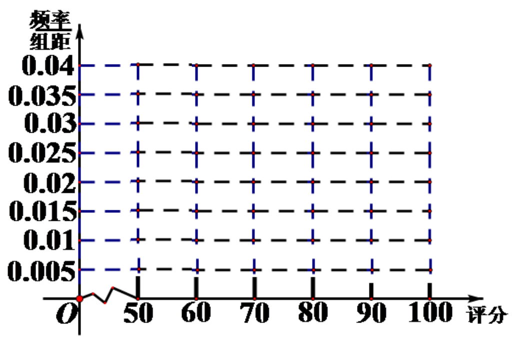
18. (本小题满分 12 分)

某手机厂商推出一款 6 寸大屏手机，现对 500 名该手机用户（200 名女性，300 名男性）进行调查，对手机进行评分，评分的频数分布表如下：

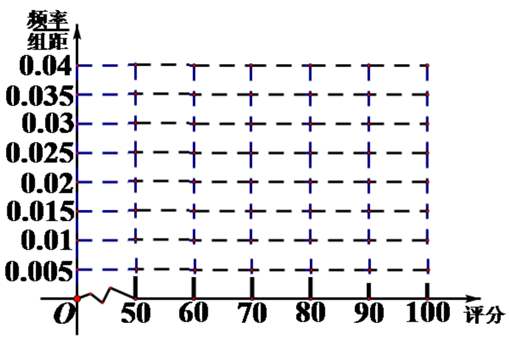
女性用户	分值区间	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100]$
	频数	20	40	80	50	10
男性用户	分值区间	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100]$
	频数	45	75	90	60	30

（1）完成下列频率分布直方图，并指出女性用户和男性用户哪组评分更稳定（不计算具体值，给出结论即可）；

（2）根据评分的不同，运用分层抽样从男性用户中抽取 20 名用户，在这 20 名用户中，从评分不低于 80 分的用户中任意抽取 2 名用户，求 2 名用户中评分都小于 90 分的概率.



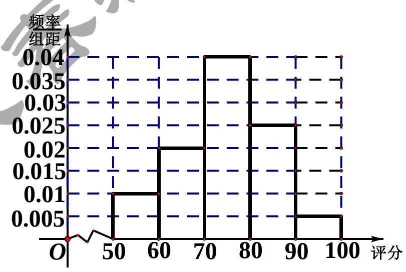
女性用户

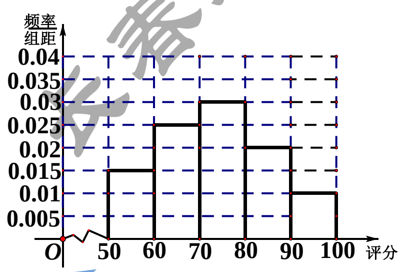


男性用户

【命题意图】本小题主要考查学生对概率统计知识的理解，以及统计案例的相关知识，同时考查学生的数据处理能力.

【试题解析】解：（1）女性用户和男性用户的频率分布表分别如下左、右图：





由图可得女性用户更稳定.

（4分）

（2）运用分层抽样从男性用户中抽取20名用户，评分不低于80分有6人，其中评分小于90分的人数为4，记为A,B,C,D，评分不小于90分的人数为2，记为a,b，设事件M为“两名用户评分都小于90分”从6人人任取2人，

基本事件空间为

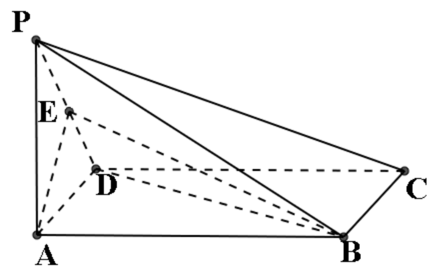
$$\Omega=\{(AB),(AC),(AD),(Aa),(Ab),(BC),(BD),(Ba),(Bb),(CD),$$
$$(Ca),(Cb),(Da),(Db),(ab)\}$$，共有15个元素.

$$M=\{(AB),(AC),(AD),(BC),(BD),(CD)\}$$，共有6个元素.

$$P(M)=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}.$$ （12分）

19. (本小题满分12分)

如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$为矩形，$PA\perp$底面$ABCD$，$AD=AP=2, AB=2\sqrt{7}$，E为棱PD的中点.



（Ⅰ）求证：$PD\perp$平面ABE；

（Ⅱ）求三棱锥$C-PBD$外接球的体积.

【命题意图】本题以四棱锥为载体，考查直线与平面垂直与几何体体积算法问题等. 本题考查学生的空间想象能力、推理论证能力和运算求解能力.

【试题解析】（1）$\because PA\perp$平面$ABCD$，$AB\subset$平面$ABCD$，$\therefore PA\perp AB$，

$\because$平面$ABCD$为矩形，$\therefore AB\perp AD$，$\because PA\cap AD=A$，$\therefore AB\perp$平面PAD，

$\because PD\subset$平面PAD，$\therefore AB\perp PD$，$\because PA=AD$，E为PD中点，

$\therefore PD\perp AE, \because AE\cap AB=A \therefore PD\perp$平面$ADE$

（6分）

(2)取PC的中点为O，连接OB,OD，由（1）知$AB\perp$平面PAD，$AB//CD$，

$\therefore CD\perp$平面PAD，$\because PO\subset$平面PAD，$\therefore CD\perp PD$，则$OD=\frac{1}{2}PC=OP=OC$，

$\because PA\perp$平面$ABCD$，$BC\subset$平面$ABCD$，$\therefore PA\perp BC$，$\because BC\perp AB, PA\cap AB=A$，

$\therefore BC\perp$平面PAB，$PB\subset$平面PAB，$\therefore BC\perp PB$，则$OB=OP=OC$

即$PC^2=AB^2+AD^2+AP^2=2^2+2^2+(2\sqrt{7})^2=36,\ PC=6, V=\frac{4}{3}\pi(3)^2=36\pi$

（12 分）

20. (本小题满分 12 分)

已知函数$f(x)=ax-\ln x$.

（Ⅰ）过原点O作曲线$y=f(x)$的切线，求切点的横坐标；

（Ⅱ）对$\forall x\in[1,+\infty)$，不等式$f(x)\ge a(2x-x^2)$恒成立，求实数a的取值范围

【命题意图】本小题主要考查函数与导数的知识，具体涉及到导数的运算，用导数来研究函数的单调性等，考查学生解决问题的综合能力.

【试题解析】（1）设切点为$M(x_0,\ f(x_0))$，直线的切线方程为

$y-f(x_0)=k(x-x_0)$

$\because f'(x)=a-\frac{1}{x}$，$\therefore k=f'(x_0)=a-\frac{1}{x_0}$，

即直线的切线方程为$y-ax_0+\ln x_0=(a-\frac{1}{x_0})(x-x_0)$，又切线过原点$O$，

所以$-ax_0+\ln x_0=-ax_0+1$，由$\ln x_0=1$，解得$x_0=e$，所以切点的横坐标为e.

（4 分）

（2）因为不等式$ax-\ln x\ge a(2x-x^2)$对$\forall x\in[1,+\infty)$恒成立,所以$ax^2-ax-\ln x\ge 0$对

$\forall x\in[1,+\infty)$恒成立.设$g(x)=ax^2-ax-\ln x$，$g'(x)=2ax-a-\frac{1}{x}$.

①当$a\le 0$时，$\because g'(x)=a(2x-1)-\frac{1}{x}<0$，$\therefore g(x)$在$[1,+\infty)$上单调递减，

即$g(x)\le g(1)=0$，$\therefore a\le 0$不符合题意.

②当$a>0$时，$g'(x)=\frac{2ax^2-ax-1}{x}$.设$h(x)=2ax^2-ax-1=2a(x-\frac{1}{4})^2-\frac{a}{8}-1$，

在$[1,+\infty)$上单调递增，即$h(x)\ge h(1)=a-1$.

（i）当$a\ge 1$时，由$h(x)\ge 0$，得$g'(x)\ge 0$，$\therefore g(x)$在$[1,+\infty)$上单调递增，

即$g(x)\ge g(1)=0$，$\therefore a\ge 1$符合题意；

（ii）当$0<a<1$时，$\because a-1<0$，$\therefore \exists x_0\in[1,+\infty)$使得$h(x_0)=0$，

则 $g(x)$ 在 $[1,\ x_0)$ 上单调递减，在 $(x_0,\ +\infty)$ 上单调递增，

$\therefore g(x_0)<g(1)=0$，则 $0<a<1$ 不合题意.

综上所述，$a\geq 1$.

(12 分)

21. **(本小题满分 12 分)**

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+y^2=1$（$a>0$），F_1,F_2 分别是其左、右焦点，以 F_1F_2 为直径的圆与椭圆有且仅有两个交点.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）设过点,F_1 且不与坐标轴垂直的直线 l 交椭圆与 A,B 两点，线段 AB 的垂直平分线与 x 轴交与点 P，点 P 横坐标的取值范围是（$-\frac{1}{4}$，0），求线段 AB 长的取值范围.

【命题意图】本小题考查直线与椭圆的位置关系及标准方程，考查学生的逻辑思维能力和运算求解能力.

【试题解析】(1).因为以 F_1F_2 为直径的圆与椭圆 C 有且仅有两个交点，所以 $b=c=1$，$a=\sqrt{2}$，即椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$，

(4 分)

(2). 根据题意，直线 A,B 的斜率存在，设直线 AB 的方程为 $y=k(x+1)$，

与 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 联立，得 $(1+2k^2)x^2+4k^2x+2k^2-2=0$，

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，AB 的中点为 $M(x_0,y_0)$，$x_1+x_2=-\frac{4k^2}{1+3k^2}$，

$$x_1\cdot x_2=\frac{2k^2}{1+2k^2},$$

$y_1+y_2=k(x_1+1)+k(x_2+1)=\frac{2k}{1+2k^2}$，即 $M(-\frac{2k^2}{1+2k^2},\frac{k}{1+2k^2})$，

设直线 AB 的垂直平分线为 $y-\frac{k}{1+2k^2}=-\frac{1}{k}(x+\frac{2k^2-2}{1+2k^2})$，令 $y=0$，得

$$x_p=\frac{-k^2}{1+2k^2},$$

因为 $x_p \in (-\frac{1}{4},0)$，所以 $0<k^2<\frac{1}{2}$

$$|AB|=\sqrt{(1+k^2)[(x_1+x_2)^2-4x_1\cdot x_2]}=\sqrt{(1+k^2)\left[(-\frac{4k^2}{1+2k^2})^2-4\frac{2k^2-2}{1+2k^2}\right]}$$

$$=\frac{2\sqrt{2}\cdot(1+k^2)}{1+2k^2}=\sqrt{2}(1+\frac{1}{1+2k^2})\in(\frac{3\sqrt{2}}{2},2\sqrt{2}).$$

(12 分)

22. (本小题满分 10 分)

已知在平面直角坐标系 xOy 中，以 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线C_1的极坐标方程为$\rho=4\cos\theta$,直线 l : $\begin{cases} x=1-\frac{2\sqrt{5}}{5}t \\ y=1+\frac{\sqrt{5}}{5}t \end{cases}$（t 为参数）.

（Ⅰ）求曲线C_1的直角坐标方程及直线 l 的普通方程

（Ⅱ）若曲线C_2的参数方程为$\begin{cases} x=2\cos\alpha \\ y=\sin\alpha \end{cases}$（α 为参数），曲线$C_1$上点 P 的极坐标$\frac{\pi}{4}$，Q 为曲线C_2上的动点，求 PQ 的中点 M 到直线 l 距离的最大值.

【命题意图】本小题主要考查极坐标系与参数方程的相关知识，具体涉及到极坐标方程与平面直角坐标方程的互化.

【试题解析】 (1) 由 $C_1: x^2+y^2-4x=0,\ l: x+2y-3=0$.

(5 分)

（2）$P(\frac{\pi}{4},2\sqrt{2})$,直角坐标为 $(2,2)$，$Q(2\cos\alpha,\sin\alpha), M(1+\cos\alpha,1+\frac{1}{2}\sin\alpha)$，

M 到 l 的距离 $d=\frac{|1+\cos\alpha+2+\sin\alpha-3|}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{5}|\sin(\alpha+\frac{\pi}{4})|$，

从而最大值为 $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

(10 分)

23.(本小题满分 10 分)

已知 $a>0$，$b>0$，求$f(x)=|x+a|+|2x-b|$的最小值为 1.

（1）求证：$2a+b=2$;

（2）若$a+2b\geq tab$恒成立，求实数 t 的最大值.

【命题意图】本小题主要考查不等式的相关知识，具体涉及到绝对值不等式解法及不等式证明等内容. 本小题重点考查考生的化归与转化思想.

【试题解析】(1)因为 $-a<\frac{b}{2}$，所以

$$f(x)=|x+a|+|2x-b|=\begin{cases}-3x-a+b, x<-a\\ -x+a+b, -a\le x<\frac{b}{2}\\ 3x+a-b, x\ge\frac{b}{2}\end{cases},$$

显然 $f(x)$ 在 $(-\infty,\frac{b}{2}]$ 上单调递减，$f(x)$ 在 $[\frac{b}{2},+\infty)$ 上单调递增，

所以 $f(x)$ 的最小值为 $f(\frac{b}{2})=a+\frac{b}{2}$，所以 $a+\frac{b}{2}=1$，$2a+b=2$.

（5 分）

(2)因为 $a+2b\ge tab$ 恒成立，所以 $\frac{a+2b}{ab}\ge t$ 恒成立,

$$\frac{a+2b}{ab}=\frac{1}{b}+\frac{2}{a}=(\frac{1}{b}+\frac{2}{a})(2a+b)\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(1+4+\frac{2a}{b}+\frac{2b}{a})$$

$$\ge\frac{1}{2}(1+4+2\sqrt{\frac{2a}{b}\cdot\frac{2b}{a}})=\frac{9}{2},$$

当 $a=b=\frac{2}{3}$ 时，$\frac{a+2b}{ab}$ 取得最小值 $\frac{9}{2}$，所以 $\frac{9}{2}\ge t$，即实数 t 的最大值为 $\frac{9}{2}$.

（10 分）