# 2017 长春市高三三模理科数学试卷分析

紧张的长春市三模考试已经结束，长春新东方优能中学为大家带来了详细的试卷分析，帮助同学们分析题目的重点难点和考试带来的启示。

## 一、各题型分值分布及总的命题思路与趋势

| 题型 | 分值(总分110) | 所占比例 |
| --- | --- | --- |
| 选择题 | 60 | 40% |
| 填空题 | 20 | 13% |
| 解答题 | 70 | 47% |

**命题思路分析：**

试卷总体难度中等偏上，知识考查相对比较全面，对学生综合运用的能力要求较高，不仅要求学生基础知识掌握扎实，还要求学生能够对个模块知识进行综合运用。

选择题总体难度呈梯度上升，前几道题目考查集合、复数、程序框图、不等式等基础知识的简单运算，主要考查学生的细心程度。最后几个题则需要学生具有严谨的逻辑思维能力和知识的综合运用能力，同时能够进行一些复杂的计算，尤其第 12 题考查函数导数，平面几何的综合应用。

填空题 13、14、15 题考查简单逻辑计算能力，较为简单，16 题则需要良好计算能力同时还需要较好的解析几何知识，较难。

解答题则按照一定知识模块进行考查，每道题都需要较强的知识综合能力。其中 20、21 题还需要较好的逻辑思维能力、一定的耐心和严谨的计算过程。

## 二、各题型知识点分布及命题思路解析

**1.选择题：60 分**

本次选择题难度与往年差不多，与高考难度相似，总体难度分布从前之后呈梯度性上升，尤其最后两个题考察了学生对平面向量和函数导数的综合应用，并需要进行细心计算，综合性较高，需要培养较强的知识综合运用能力和计算能力。

| 项目 | 题号 | 具体阐述 |
|---|---|---|
| 基础题 | 1,2,3,4,5,6,7 | 这七道题基本没有涉及任何方法的转化或者技巧的深度挖掘，就是最基本的方法考察，考生只要基础过关，是应该全对的 |
| 中等题 | 8,9,10 | 这三道题就都要用到比较复杂的方法了，方法技巧开始有交叉和综合，在基础技巧过关的情况下，还要有一定得综合能力、数形结合能力和逻辑思维能力才能答对 |
| 难题 | 11，12 | 11 题需要用到定义对向量的模进行转化，然后结合基本不等式才能解答，12 题函数综合和解三角形基础，涉及的方法技巧很多，并且也不是很基础的方法，既要分别掌握每种方法，又要把各种方法整合起来，对综合能力要求很高 |

| 题号 | 考点所属 | 备注 |
|---|---|---|
| 1 | 复数 | 考查复数的共轭复数和复数运算规律. |
| 2 | 集合 | 考查简单不等式的计算与集合交集的运算 |
| 3 | 抛物线 | 考查抛物线的第一定义. |
| 4 | 程序框图 | 考查程序框图的理解以及算法功能的描述. |
| 5 | 等比数列 | 考查等比数列和前 n 项和的基本定义. |
| 6 | 线性规划 | 考查线性规划的简单计算. |
| 7 | 三视图 | 考查立体几何中的三视图及几何体表面积计算. |
| 8 | 概率 | 考查对立事件的概率. |
| 9 | 三角函数 | 考查三角函数的对称性. |
| 10 | 推理证明 | 考查推理证明的相关知识. |
| 11 | 平面向量 | 考查平面向量的模向量法计算和基本不等式. |
| 12 | 函数 | 考查函数综合应用. |

**2.填空题：20 分**

本次题目难度并不大都是高考考点内容，其中 13、14 题为常规题，15 题为中等计算题，16 题为较难的解析几何题。

| 题号 | 考点所属 | 备注 |
|---|---|---|
| 13 | 数列 | 考查等差数列相关知识. |
| 14 | 导数 | 考查导数的几何意义. |
| 15 | 直线与圆 | 考查直线和圆的位置关系，以及最短弦问题. |
| 16 | 双曲线 | 考查双曲线的离心率问题. |

**3.计算题：32 分**

大题考查学生对知识的综合运用能力，需要学生具有较强的逻辑思维能力、严谨的计算能力和较好的心理素质，其中立体几何部分还要求具有较好的空间想象能力。考点设置与高考基本符合，分别考查数列、统计概率、立体几何、解析几何、导数、坐标系和参数方程、不等式。难度设置也与高考相似，选做题和第一道大题较为简单，考查学生对基础公式的简单运算和应用。统计概率、立体几何则上升一个难度梯度，计算较为复杂，需要良好的心态。解析几何和导数大题则为较难的部分，属于划分等级的题目。要求良好基础知识、计算能力的前提下，要求学生具有很好的知识迁移综合运用能力。

| 题号 | 考点所属 | 备注 |
|---|---|---|
| 17 | 三角函数、解三角形 | 考查三角函数的最值问题及解三角形中三角形周长最值求法. |

| | | |
|---|---|---|
| 18 | 统计概率 | 考查学生对概率统计知识的理解，以及统计案例的相关知识，同时考查学生的数据处理能力. |
| 19 | 立体几何 | 本题以四棱锥为载体，考查直线与平面垂直证明，以及二面角问题等. 难度因人而异，立体感好的同学学起来很轻松，立体感差的同学学起来十分痛苦，但立体几何也有答题的固定套路，这对立体感不好的同学十分有用 |
| 20 | 解析几何 | 考查椭圆的标准方程及直线与椭圆的的位置关系，考查学生的逻辑思维能力和运算求解能力. |
| 21 | 导数 | 考查函数与导数的知识，具体涉及到导数的运算，用导数来研究函数的单调性等，考查学生解决问题的综合能力. |
| 22 | 极坐标参数方程 | 考查极坐标系与参数方程的相关知识，具体涉及到极坐标方程、参数方程与平面直角坐标方程的互化、曲线动点到直线距离最值等内容. 考查考生的方程思想与数形结合思想，对运算求解能力有一定要求. |
| 23 | 不等式 | 本小题主要考查不等式的相关知识，具体涉及到绝对值不等式解法及不等式证明等内容. 本小题重点考查考生的化归与转化思想. |

## 三、高考备考建议

**2014 年新课标卷 2（数学）**

| 2014 年课标全国卷 II 试卷分析 | | | |
|---|---|---|---|
| 知识点 | 题号 | 分值 | 备注 |
| 集合 | 1 | 5 | |
| 复数 | 2 | 5 | |
| 平面向量 | 3 | 5 | |
| 程序框图 | 7 | 5 | |
| 不等式 | 9 | 5 | |
| 三角函数、数列 | 4、14、17 | 22 | 三角函数两个小题 10 分，数列一道大题 12 分 |
| 概率统计 | 5、13、19 | 22 | |
| 立体几何 | 6、11、18 | 22 | 6.三视图 11.线线夹角 18.大题 |
| 解析几何 | 10、16、20 | 22 | 10.抛物线 16.圆 20.椭圆大题 |
| 函数导数 | 8、12、15、21 | 27 | 8.导数几何意义 12.导数应用 15.函数四性质 21.大题 |
| 坐标系、参数方程 | 23 | 10 | |

## 2015 年新课标卷 2（数学）

| 2015 年课标全国卷 II 试卷分析 | | | |
|---|---|---|---|
| 知识点 | 题号 | 分值 | 备注 |
| 集合 | 1 | 5 | |
| 复数 | 2 | 5 | |
| 平面向量 | 13 | 5 | |
| 程序框图 | 8 | 5 | |
| 不等式 | 14 | 5 | |
| 三角函数、数列 | 4、10、16、17 | 27 | 4.数列 10.三角函数 16.数列 17.三角函数大题 |
| 概率统计 | 3、15、18 | 22 | 3.统计 15.二项式 19 大题 |
| 立体几何 | 6、9、19 | 22 | 6.三视图 9.球与三菱锥 19.大题 |
| 解析几何 | 7、11、20 | 22 | 7.圆 11.双曲线 20.椭圆大题 |
| 函数导数 | 5、12、21 | 22 | 5.函数求值 12.导数 21.大题 |
| 坐标系、参数方程 | 23 | 10 | |

**2016 年新课标卷 2（数学）**

| 2016 年课标全国卷 II 试卷分析 | | | |
|---|---|---|---|
| 知识点 | 题号 | 分值 | 备注 |
| 集合 | 2 | 5 | |
| 复数 | 1 | 5 | |
| 平面向量 | 3 | 5 | |
| 程序框图 | 8 | 5 | |
| 推理 | 15 | 5 | |
| 三角函数、数列 | 7、9、13、17 | 27 | 三角函数三个小题 15 分，数列一道大题 12 分 |
| 概率统计 | 5、10、18 | 22 | |
| 立体几何 | 6、14、19 | 22 | 6.三视图 14.空间线面关系 19.大题 |
| 解析几何 | 4、11、20 | 22 | 4.圆 11.椭圆 20.椭圆大题 |
| 函数导数 | 12、16、21 | 22 | 12.函数对称性 16.导数几何意义 21.大题 |
| 坐标系、参数方程 | 23 | 10 | |

**必考部分考点汇总**

| 年份 / 知识点 | 2014 | 2015 | 2016 | 三模 | 总计 |
|---|---|---|---|---|---|
| 集合 | 5 | 5 | 5 | 5 | 20 |
| 复数 | 5 | 5 | 5 | 5 | 20 |
| 平面向量 | 5 | 5 | 5 | 5 | 20 |
| 程序框图 | 5 | 5 | 5 | 5 | 20 |
| 线性规划 | 5 | 5 | 0 | 5 | 15 |
| 推理演绎 | 0 | 0 | 5 | 5 | 10 |
| 三角函数 | 10 | 17 | 15 | 17 | 59 |
| 数列 | 12 | 10 | 12 | 10 | 44 |
| 概率统计 | 22 | 22 | 22 | 17 | 83 |
| 立体几何 | 22 | 22 | 22 | 17 | 83 |
| 解析几何 | 22 | 22 | 22 | 27 | 93 |
| 函数导数 | 27 | 22 | 22 | 22 | 93 |
| 合计 | 140 | 140 | 140 | 140 | |

**选考部分考点汇总**

| 年份 | 2014 | 2015 | 2016 | 三模 | 总计 |
|---|---|---|---|---|---|
| 坐标系、参数方程 | 10 | 10 | 10 | 10 | 40 |
| 不等式 | 10 | 10 | 10 | 10 | 40 |
| 总计 | 45 | 45 | 45 | 45 | 180 |

**在 2017 年的高考备考中，建议注意以下几点：**

**1、一定要注重加强基础知识的理解，能够进行简单的计算和判断，将送分题全部收入囊中。**

**2、多注意各种题型的练习，注重常规解题标志和解题方法的锻炼，暂时放弃一些艰难的模块题型和较巧妙但却很偏的解题方法。**

**3、注重培养审题能力，学会从题目中提取要点信息。加强解题思维的训练，了解数学最基本，最好的解题思路。**

**4、建议按照模块进行逐个突破，比如先从三角函数、数列开始，将简单模块的基础知识、各种题型解题方法掌握牢固。然后再进行稍难模块的简单题型的训练，逐步进行提高。各个模块进行复习时也建议先从考查频率较高的题型进行强化训练，然后在提高其他部分。**

## 四、试卷分析

### 长春市普通高中 2017 届高三质量监测（三）
### 数学（理科）参考答案与评分标准

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. A | 2. D | 3. D | 4. B | 5. D | 6. B |
| 7. D | 8. A | 9. C | 10. A | 11. A | 12. C |

简答与提示：

1. 已知复数 $z=1+2i$， 则 $z\cdot\bar{z}=$

A．5　　B．5+4$i$

C．$-3$　　D．$3-4i$

【命题意图】本题考查复数的共轭复数及复数运算.

【试题解析】A　$z\cdot\bar{z}=(1+2i)(1-2i)=5$．故选 A.

2. 设集合 $A=\{x|x^2-2x-3<0\}, B=\left\{x\left|\frac{1}{x}<1\right.\right\}$，则 A∩B=

A．$\{x|1<x<3\}$　　B．$\{x|-1<x<3\}$

C．$\{x|-1<x<0或0<x<3\}$　　D．$\{x|-1<x<0或1<x<3\}$

【命题意图】本题考查集合运算.

【试题解析】D　由 $A=\{x|-1<x<3\}, B=\{x\,|\,x<0,或\ x>1\}$，故 $A\cap B=\{x\,|-1<x<0,或1<x<3\}$．故选 D.

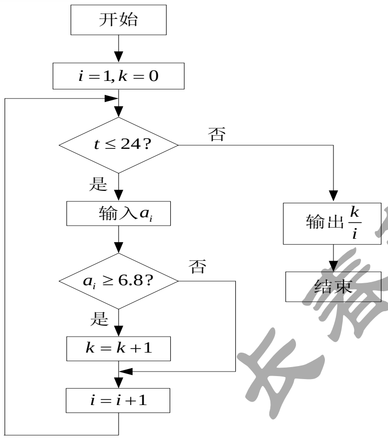
3. 若点 $P$ 为抛物线 $y=2x^2$ 上的动点，$F$ 为抛物线的焦点，则 $|PF|$ 的最小值为

A．2　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{4}$　　D．$\frac{1}{8}$

【命题意图】本题考查抛物线的相关知识.

【试题解析】D　抛物线 $y=2x^2$ 上的点到焦点的最小距离是 $\frac{p}{2}$，即 $\frac{1}{8}$．故选 D.

4. 某高中体育小组共有男生 24 人，其 50m 跑成绩记作 $a_i\,(i=1,2,\cdots,24)$，，若成绩小于 6.8s 为达标，则如图所示的程序框图的功能是




A．求 24 名男生的达标率

B．求 24 名男生的不达标率

C．求 24 名男生的达标人数

D．求 24 名男生的不达标人数

【命题意图】本题考查程序框图的理解以及算法功能的描述.

【试题解析】B　由题意可知，$k$ 记录的是时间超过 6.8s 的人数，而 $i$ 记录是的参与测试的人数，因此 $\frac{k}{i}$ 表示不达标率，故选 B.

5.　等比数列 $\{a_n\}$ 中各项均为正数，$S_n$ 是其前 $n$ 项和，且满足 $2S_3=8a_1+3a_2, a_4=16$，，则 $S_4=$

A．9　　B．15　　C．18　　D．30

【命题意图】本题考查等比数列.

【试题解析】D　由条件可求得 $q=2, a_1=2$，所以 $S_4=30$，故选 D.

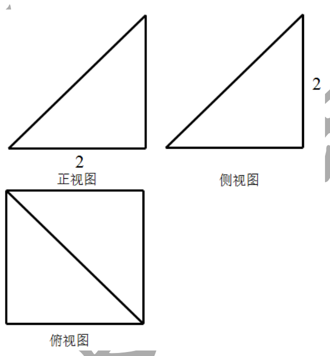
6.　在平面内的动点 $(x,y)$ 满足不等式 $\begin{cases} x+y-3\le 0 \\ x-y+1\le 0 \end{cases}$，则 $z=2x+y$ 的最大值是

A．　-4　　B．4　　C．-2　　D．2

【命题意图】本题主要考查线性规划问题.

【试题解析】B　不等式组所表示的平面区域位于直线 $x+y-3=0$ 的下方区域和直线 $x-y+1=0$ 的上方区域，根据目标函数的几何意义确定 $z\le 4$．故选 B.

7. 某几何体的三视图如图所示，则其表面积为




A．$12+2\sqrt{2}$

B．$8+2\sqrt{2}$

C．$4+4\sqrt{2}$

D．$8+4\sqrt{2}$

【命题意图】本题考查三视图.

【试题解析】D　四棱锥的表面积为

$V=2\times2+2\times\frac{1}{2}\times2\times2+2\times\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{2}=8+4\sqrt{2}$．故选 D.

8. 将一枚硬币连续抛掷 $n$ 次，若使得至少有一次正面向上的概率不小于 $\frac{15}{16}$，则 $n$ 的最小值为

（A）4　　（B）5　　（C）6　　（D）7

【命题意图】本题考查概率相关问题.

【试题解析】A　由已知 $1-(\frac{1}{2})^n\geq\frac{15}{16}, n\geq4$．故选 A.

9. 若方程 $2\sin(2x+\frac{\pi}{6})=m$ 在 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上有两个解 $x_1,x_2$，则 $x_1+x_2=$

（A）$\frac{\pi}{2}$　　（B）$\frac{\pi}{4}$　　（C）$\frac{\pi}{3}$　　（D）$\frac{2\pi}{3}$

【命题意图】本题主要考查三角函数的相关知识.

【试题解析】C 令 $t=2x+\frac{\pi}{6}$，从而 $t\in[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}]$，由于方程有两个解，所以

$t_1+t_2=2(x_1+x_2)+\frac{\pi}{3}=\pi$，进而 $x_1+x_2=\frac{\pi}{3}$．故选 C.

10. 设 $n\in N^*$，则 $\sqrt{\underbrace{11\cdots1}_{2n}-\underbrace{22\cdots2}_{n}}=$

（A）$\underbrace{33\cdots3}_{n}$　　（B）$\underbrace{33\cdots3}_{2n-1}$　　（C）$\underbrace{33\cdots3}_{2^n-1}$　　（D）$\underbrace{33\cdots3}_{2n}$

【命题意图】本题主要考查推理证明的相关知识.

【试题解析】A

$\sqrt{\underbrace{11\cdots1}_{2n个}-\underbrace{22\cdots2}_{n个}}=\sqrt{\frac{10^{2n}-1}{9}-\frac{2(10^n-1)}{9}}=\sqrt{\frac{(10^n-1)^2}{9}}=\frac{10^n-1}{3}=\underbrace{33\cdots3}_{n个}$. 故选A.

11. 已知向量 $\overrightarrow{OA}=(3,1)$，$\overrightarrow{OB}=(-1,3)$，$\overrightarrow{OC}=m\overrightarrow{OA}-n\overrightarrow{OB}(m>0,n>0)$，若 $m+n\in[1,2]$，则 $|\overrightarrow{OC}|$ 的取值范围是

（A）$[\sqrt{5},2\sqrt{10})$　（B）$[\sqrt{5},2\sqrt{5}]$　（C）$(\sqrt{5},\sqrt{10})$　（D）$[\sqrt{5},2\sqrt{10}]$

【命题意图】本题考查平面向量的相关知识.

【试题解析】A　由已知 $\overrightarrow{OC}=(3m+n,m-3n),|\overrightarrow{OC}|=\sqrt{(3m+n)^2+(m-3n)^2}$ $=\sqrt{10}\sqrt{m^2+n^2}$，由 $m>0,n>0,1\le m+n\le 2$，有 $\frac{\sqrt{2}}{2}\le\sqrt{m^2+n^2}<2$，则 $\sqrt{5}\le|\overrightarrow{OC}|<2\sqrt{10}$. 故选 A.

12. 对函数 $f(x)=\frac{\cos x+m}{\cos x+2}$，若 $\forall a,b,c\in R$，$f(a),f(b),f(c)$ 都为某个三角形的三边长，则实数 $m$ 的取值范围是

（A）$(\frac{5}{4},6)$　（B）$(\frac{5}{3},6)$　（C）$(\frac{7}{5},5)$　（D）$(\frac{5}{4},5)$

【命题意图】本题是考查函数的应用.

【试题解析】C　①当 $m=2$ 时显然成立；②当 $m>2$ 时，$f(x)\in[1+\frac{m-2}{3},m-1]$，只要 $2(1+\frac{m-2}{3})>m-1$ 即可，有 $2<m<5$，;③当 $m<2$ 时，$f(x)\in[m-1,1+\frac{m-2}{3}]$，只要 $1+\frac{m-2}{3}<2(m-1)$ 即可，有 $\frac{7}{5}<m<2$，综上 $m\in(\frac{7}{5},5)$，故选 C.

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 15 斤　14. $y=x$　15. $2\sqrt{5}$　16. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

简答与提示：

13. 《九章算术》是我国第一部数学专著，下有源自其中的一个问题："今有金箠（chui），长五尺，斩本一尺，重四斤，斩末一尺，重二斤。问金箠重几何？"其意思为："今有金杖（粗细均匀变化）长 5 尺，截得本端 1 尺，重 4

斤，截得末端 1 尺，重 2 斤。问金杖重多少？”则答案是______.

【命题意图】本题结合中华传统文化，考查等差数列的相关知识.

【试题解析】由题意可知等差数列中 $a_1=4$ ，$a_5=2$ ，则 $S_5=15$ ，故金杖重 15 斤.

14. 函数 $f(x)=e^x\sin x$ 的图象在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程是________.

【命题意图】本题考查导数的几何意义.

【试题解析】 $f'(x)=e^x(\sin x+\cos x),\ f'(0)=1,$ 切线方程为 $y=x$ .

15. 直线 $kx-3y+3=0$ 与圆 $(x-1)^2+(y-3)^2=10$ 相交所得弦长的最小值为____________.

【命题意图】本题考查直线和圆的位置关系，以及最短弦问题.

【试题解析】由条件可求得直线 $kx-3y+3=0$ 恒过圆内定点 $(0,1)$ ，则圆心 $(1,3)$ 到定点的距离为 $\sqrt{5}$ ，因此最短弦长为 $2\sqrt{5}$ .

16. 过双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左焦点 $F$ 做某一渐近线的垂线，分别与两渐近线相交于 **A,B** 两点，若 $\dfrac{|AF|}{|BF|}=\dfrac{1}{2}$ ，则双曲线的离心率为__________.

【命题意图】本题考查双曲线问题.

【试题解析】法一 :由 $\dfrac{|AF|}{|BF|}=\dfrac{1}{2}$ 可知，$\dfrac{|OA|}{|OB|}=\dfrac{1}{2}$ ,则 Rt△AOB 中，$\angle AOB=\dfrac{\pi}{3}$ ，

渐近线 $OA$ 的斜率 $k=\dfrac{b}{a}=\tan\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ，即离心率 $e=\sqrt{1+(\dfrac{b}{a})^2}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ .

法二：设过左焦点 $F$ 作 $y=-\dfrac{b}{a}x$ 的垂线方程为 $y=\dfrac{a}{b}(x+c)$

联立 $\begin{cases} y=\dfrac{a}{b}(x+c) \\ y=-\dfrac{b}{a}x \end{cases}$ ，解得，$y_A=\dfrac{ab}{c}$

联立 $\begin{cases} y=\dfrac{a}{b}(x+c) \\ y=\dfrac{b}{a}x \end{cases}$ ，解得，$y_B=\dfrac{abc}{b^2-a^2}$

又 $\dfrac{|AF|}{|BF|}=\dfrac{1}{2}$ $\therefore y_B=-2y_A$ $\quad\therefore 3b^2=a^2$

所以离心率 $e=\sqrt{1+(\dfrac{b}{a})^2}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ .

三、解答题

**17. (本小题满分 12 分)**

已知$P(\sqrt{3},1),Q(\cos x,\sin x)$，$O$为坐标原点，函数$f(x)=\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{QP}$，

（Ⅰ）求函数$f(x)$的最小值及此时$x$的值

（Ⅱ）若$A$为$\Delta ABC$的内角，$f(A)=4,BC=3$,求$\Delta ABC$周长的最大值

【命题意图】本题考查三角函数性质及正弦定理等.

【试题解析】（Ⅰ）$\overrightarrow{OP}=(\sqrt{3},1),\overrightarrow{QP}=(\sqrt{3}-\cos x,1-\sin x)$，

$f(x)=3-\sqrt{3}\cos x+1-\sin x=4-2\sin(x+\frac{\pi}{3})$，$f(x)$的最小值为 2，

$x\in\{x\mid x=\frac{\pi}{6}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$.

（6 分）

（Ⅱ）因为$f(A)=4$，所以$A=\frac{2\pi}{3}$，又因为$BC=3$，由正弦定理，

$AC=2\sqrt{3}\sin B,AB=2\sqrt{3}\sin C$，

所以三角形周长为$3+2\sqrt{3}\sin B+2\sqrt{3}\sin C=3+2\sqrt{3}\sin(B+\frac{\pi}{3})$

因为$0<B<\frac{\pi}{3}$，所以$\sin(B+\frac{\pi}{3})\in(\frac{\sqrt{3}}{2},1]$，所以三角形周长最大值为$3+2\sqrt{3}$.

（12 分）

**18. (本小题满分 12 分)**

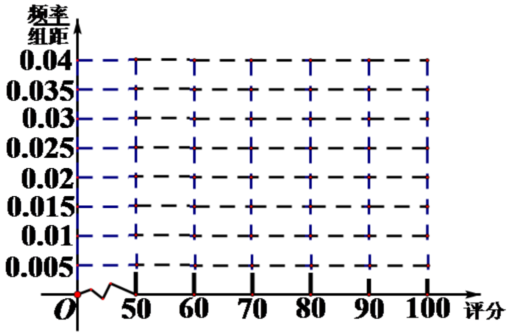
某手机厂商推出一款 6 寸大屏手机，现对 500 名该手机用户（200 名女性，300 名男性）进行调查，对手机进行评分，评分的频数分布表如下：

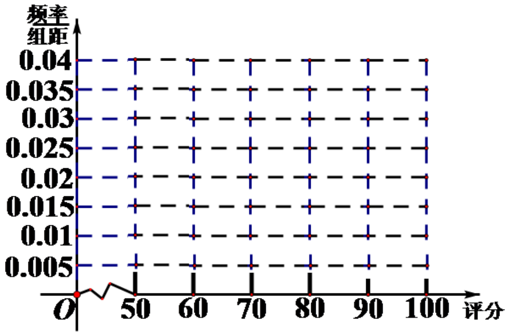
| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 女性用户 | 分值区间 | $[50,60)$ | $[60,70)$ | $[70,80)$ | $[80,90)$ | $[90,100]$ |
| | 频数 | 20 | 40 | 80 | 50 | 10 |
| 男性用户 | 分值区间 | $[50,60)$ | $[60,70)$ | $[70,80)$ | $[80,90)$ | $[90,100]$ |
| | 频数 | 45 | 75 | 90 | 60 | 30 |

（1）完成下列频率分布直方图，并指出女性用户和男性用户哪组评分更稳定（不计算具体值，给出结论即可）；

（2）根据评分的不同，运用分层抽样从男性用户中抽取 20 名用户，在这 20 名

用户中，从评分不低于 80 分的用户中任意抽取 3 名用户，求 3 名用户中评分小于 90 分的人数的分布列和期望.

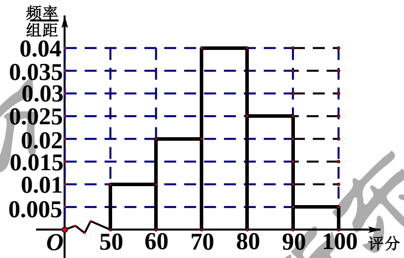


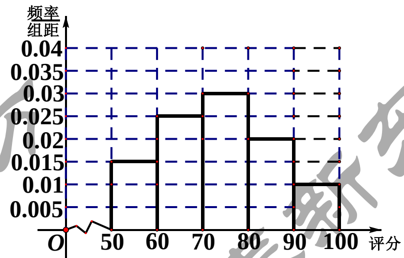




女性用户　　　　　　　　　　男性用户

【命题意图】本小题主要考查学生对概率统计知识的理解，以及统计案例的相关知识，同时考查学生的数据处理能力.

【试题解析】（Ⅰ）解：女性用户和男性用户的频率分布表分别如下左、右图：




由图可得女性用户更稳定.

（4 分）

（Ⅱ）运用分层抽样从男性用户中抽取 20 名用户，评分不低于 80 分有 6 人，其中评分小于

90 分的人数为 4，从 6 人中任取 3 人，记评分小于 90 分的人数为 $X$，则 $X$ 取值为 $1,2,3$，

$P(X=1)=\dfrac{C_4^1C_2^2}{C_6^3}=\dfrac{4}{20}=\dfrac{1}{5}$；$P(X=2)=\dfrac{C_4^2C_2^1}{C_6^3}=\dfrac{12}{20}=\dfrac{3}{5}$；

$P(X=3)=\dfrac{C_4^3C_2^2}{C_6^3}=\dfrac{4}{20}=\dfrac{1}{5}$.

所以 $X$ 的分布列为

| $X$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $P$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{3}{5}$ | $\frac{1}{5}$ |

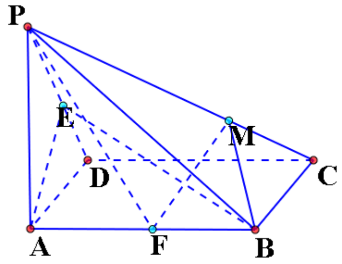
$EX=\frac{1}{5}+\frac{6}{5}+\frac{3}{5}=2$.

（12 分）

**19. (本小题满分 12 分)**

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为正方形，$PA\perp$ 底面 $ABCD$，

$AD=AP$, $E$ 为棱 $PD$ 中点.




（Ⅰ）求证：$PD\perp$ 平面 $ABE$；

（Ⅱ）若 $F$ 为 $AB$ 中点，$\overrightarrow{PM}=\lambda\overrightarrow{PC}(0<\lambda<1)$，试确定 $\lambda$ 的值，使二面角 $P-FM-B$ 的余弦值为 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

【命题意图】本题以四棱锥为载体，考查直线与平面垂直，以及二面角问题等.

【试题解析】（Ⅰ）$\because PA\perp$ 平面 $ABCD$，$AB\subset$ 平面 $ABCD$，$\therefore PA\perp AB$，

$\because$ 平面 $ABCD$ 为矩形，$\therefore AB\perp AD$，$\because PA\cap AD=A$，$\therefore AB\perp$ 平面 $PAD$，

$\because PD\subset$ 平面 $PAD$，$\therefore AB\perp PD$，$\because PA=AD$，$E$ 为 $PD$ 中点

$\therefore PD\perp AE$，$\because AE\cap AB=A$ $\therefore PD\perp$ 平面 $ADE$

（6 分）

（Ⅱ）以 $A$ 为原点，以 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AP}$ 为 $x,y,z$ 轴正方向，

建立空间直角坐标系 $A-BDP$，令 $|AB|=2$，

则 $A(0,0,0)$，$B(2,0,0)$，$P(0,0,2)$，$C(2,2,0)$，$E(0,1,1)$，$F(1,0,0)$，

$\overrightarrow{PF}=(1,0,-2)$，$\overrightarrow{PM}=(2\lambda,2\lambda,-2\lambda)$，$M(2\lambda,2\lambda,2-2\lambda)$

设平面 $PFM$ 的法向量 $\vec{m}=(x_1,y_1,z_1)$，$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{PF}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{PM}=0\end{cases}$，

即$\begin{cases}-x+2z=0\\2\lambda x+2\lambda y-2\lambda z=0\end{cases}$，$\vec{m}=(2,-1,1)$

设平面 $BFM$ 的法向量 $\vec{n}=(x_2,y_2,z_2)$，$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BF}=0\\\vec{n}\cdot\overrightarrow{FM}=0\end{cases}$，即

$\begin{cases}x=0\\(2\lambda-1)x+2\lambda y+(2-2\lambda)z=0\end{cases}$，$\vec{n}=(0,\lambda-1,\lambda)$

$|\cos<\vec{m},\vec{n}>|=\left|\dfrac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}\right|=\left|\dfrac{1-\lambda+\lambda}{\sqrt{6}\sqrt{\lambda^2+(\lambda-1)^2}}\right|=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，解得 $\lambda=\dfrac{1}{2}$.

（12 分）

**20. (本小题满分 12 分)**

已知 $F_1,F_2$ 分别是长轴长为 $2\sqrt{2}$ 的椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左右焦点，$A_1,A_2$ 是椭圆 $C$ 的左右顶点，$P$ 为椭圆上异于 $A_1,A_2$ 的一个动点，$O$ 为坐标原点，点 $M$ 位线段 $PA_2$ 的中点，且直线 $PA_2$ 与 $OM$ 的斜率之积恒为 $-\dfrac{1}{2}$.

（Ⅰ）求椭圆 $C$ 的方程；

（Ⅱ）设过点 $F_1$ 且不与坐标轴垂直的直线 $l$ 交椭圆于 $A,B$ 两点，线段 $AB$ 的垂直平分线与 $x$ 轴交于点 $N$，点 $N$ 横坐标的取值范围是 $(-\dfrac{1}{4},0)$，求线段 $AB$ 长的取值范围.

【命题意图】本小题考查椭圆的标准方程及直线与椭圆的的位置关系，考查学生的逻辑思维

能力和运算求解能力.

【试题解析】（Ⅰ）由已知 $2a=2\sqrt{2}$，$a=\sqrt{2}$，记点 $P(x_0,y_0)$，

$\because k_{OM}=k_{PA_1}$，$\therefore k_{PA_2}\times k_{0M}=k_{PA_2}\times k_{PA_1}=\dfrac{y_0}{x_0+a}\times\dfrac{y_0}{x_0-a}=\dfrac{{y_0}^2}{{x_0}^2-a^2}$，

又 $P(x_0,y_0)$ 在椭圆上，故 $\dfrac{x_0^2}{a^2}+\dfrac{y_0^2}{b^2}=1$，$\therefore k_{PA_2}\times k_{0M}=-\dfrac{b^2}{a^2}=-\dfrac{1}{2}$，

$\therefore \frac{b^2}{a^2}=\frac{1}{2}$，$\therefore b^2=1$，$\therefore$椭圆的方程为$\frac{x^2}{2}+y^2=1$.

（4分）

（Ⅱ）设直线$l:y=k(x+1)$，联立直线与椭圆方程$\begin{cases} y=k(x+1) \\ \frac{x^2}{2}+y^2=1 \end{cases}$得

$(2k^2+1)x^2+4k^2x+2k^2-2=0$，记$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$

由韦达定理可得$\begin{cases} x_1+x_2=-\frac{4k^2}{2k^2+1} \\ x_1\times x_2=\frac{2k^2-2}{2k^2+1} \end{cases}$，

可得$y_1+y_2=k(x_1+x_2+2)=\frac{2k}{2k^2+1}$，

故$AB$中点$Q(-\frac{2k^2}{2k^2+1},\frac{k}{2k^2+1})$，

$QN$直线方程：$y-\frac{k}{2k^2+1}=-\frac{1}{k}(x+\frac{2k^2}{2k^2+1})=-\frac{1}{k}x-\frac{k}{2k^2+1}$

$\therefore N(-\frac{k^2}{2k^2+1},0)$，已知条件得：$-\frac{1}{4}<-\frac{k^2}{2k^2+1}<0$，$\therefore\ 0<2k^2<1$，

$\therefore |AB|=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(-\frac{4k^2}{2k^2+1})^2-4\frac{2k^2-2}{2k^2+1}}=\sqrt{1+k^2}\frac{2\sqrt{2}\sqrt{1+k^2}}{2k^2+1}=\sqrt{2}(1+\frac{1}{2k^2+1})$，

$\because \frac{1}{2}<\frac{1}{2k^2+1}<1$，$\therefore |AB|\in(\frac{3\sqrt{2}}{2},2\sqrt{2})$.

（12分）

**21. (本小题满分12分)**

已知函数$f(x)=\frac{lnx}{x}$.

（Ⅰ）求函数$f(x)$的极值

（Ⅱ）当$0<x<e$时，求证：$f(e+x)>f(e-x)$;

（Ⅲ）设函数$f(x$ 图像与直线$y=m$的两交点分别为$A(x_1,f(x_1))$、$B(x_2,f(x_2))$，

$AB$中

点横坐标为$x_0$，证明：$f'(x_0)<0$.

【命题意图】本小题主要考查函数与导数的知识，具体涉及到导数的运算，用导数来研究函

数的单调性等，考查学生解决问题的综合能力.

【试题解析】（Ⅰ）$f'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$，

$x\in(0,e)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增；$x\in(e,+\infty)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减.

当 $x=e$ 时，$f(x)$ 取极大值为 $\dfrac{1}{e}$，无极小值.

（4分）

（Ⅱ）要证 $f(e+x)>f(e-x)$，即证：$\dfrac{\ln(e+x)}{e+x}>\dfrac{\ln(e-x)}{e-x}$，

只需证明：$(e-x)\ln(e+x)>(e+x)\ln(e-x)$.

设 $F(x)=(e-x)\ln(e+x)-(e+x)\ln(e-x)$，

$$F'(x)=\frac{2(e^2+x^2)}{e^2-x^2}-\ln(e^2-x^2)=[2-\ln(e^2-x^2)]+\frac{4x^2}{e^2-x^2},$$

$\therefore F(x)>F(0)=0$.

故 $(e-x)\ln(e+x)>(e+x)\ln(e-x)$，即 $f(e+x)>f(e-x)$.

（9分）

（Ⅲ）不妨设 $x_1<x_2$，由（Ⅰ）知 $0<x_1<e<x_2$，

$\therefore 0<e-x_1<e$，由（Ⅱ）得 $f[e+(e-x_1)]>f[e-(e-x_1)]=f(x_1)=f(x_2)$，

又 $2e-x_1>e$，$x_2>e$，且 $f(x)$ 在 $(e,+\infty)$ 上单调递减，

$\therefore 2e-x_1<x_2$，即 $x_1+x_2>2e$，$\therefore x_0=\dfrac{x_1+x_2}{2}>e$，$\therefore f'(x_0)<0$.

（12分）

**22. (本小题满分 10 分)**

已知在平面直角坐标系 $xOy$ 中，以 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线$C_1$的极坐标方程为$\rho = 4cos\theta$,直线$l$：$\begin{cases} x = 1 - \frac{2\sqrt{5}}{5}t \\ y = 1 + \frac{\sqrt{5}}{5}t \end{cases}$（t 为参数）.

（Ⅰ）求曲线$C_1$的直角坐标方程及直线 l 的普通方程

（Ⅱ）若曲线$C_2$的参数方程为$\begin{cases} x = 2cos\alpha \\ y = sin\alpha \end{cases}$（α 为参数），曲线$C_1$上点 $P$ 的极坐标$\frac{\pi}{4}$，$Q$ 为曲线$C_2$上的动点，求 $PQ$ 的中点 $M$ 到直线 $l$ 距离的最大值.

【命题意图】本小题主要考查极坐标系与参数方程的相关知识，具体涉及到极坐标方程与平面直角坐标方程的互化.

【试题解析】 (I) 由 $C_1: x^2 + y^2 - 4x = 0,\ l: x + 2y - 3 = 0$.

（5 分）

（Ⅱ）$P(\frac{\pi}{4}, 2\sqrt{2})$,直角坐标为$(2,2)$，$Q(2\cos\alpha, \sin\alpha), M(1+\cos\alpha, 1+\frac{1}{2}\sin\alpha)$，

$M$ 到$l$的距离 $d = \frac{|1+\cos\alpha+2+\sin\alpha-3|}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}|\sin(\alpha+\frac{\pi}{4})|$，从而最大值为

$\frac{\sqrt{10}}{5}$.（10 分）

**23. (本小题满分 10 分)**

已知 $a>0$，$b>0$，求$f(x) = |x + a| + |2x - b|$的最小值为 1.

（1）求证：$2a + b = 2$;

（2）若$a + 2b \geq tab$恒成立，求实数 $t$ 的最大值.

【命题意图】本小题主要考查不等式的相关知识，具体涉及到绝对值不等式解法及不等式证明等内容. 本小题重点考查考生的化归与转化思想.

【试题解析】(I)因为$-a < \frac{b}{2}$，所以

$$f(x) = |x+a| + |2x-b| = \begin{cases} -3x - a + b, x < -a \\ -x + a + b, -a \le x < \frac{b}{2} \\ 3x + a - b, x \ge \frac{b}{2} \end{cases}，$$

显然 $f(x)$ 在 $(-\infty,\frac{b}{2}]$ 上单调递减， $f(x)$ 在 $[\frac{b}{2},+\infty)$ 上单调递增，

所以 $f(x)$ 的最小值为 $f(\frac{b}{2})=a+\frac{b}{2}$ ，所以 $a+\frac{b}{2}=1$ ， $2a+b=2$ .

（5分）

(II)因为 $a+2b\geq tab$ 恒成立，所以 $\frac{a+2b}{ab}\geq t$ 恒成立，

$$\frac{a+2b}{ab}=\frac{1}{b}+\frac{2}{a}=(\frac{1}{b}+\frac{2}{a})(\frac{2a+b}{2})=\frac{1}{2}(1+4+\frac{2a}{b}+\frac{2b}{a})$$

$$\geq\frac{1}{2}(1+4+2\sqrt{\frac{2a}{b}\cdot\frac{2b}{a}})=\frac{9}{2}$$

当 $a=b=\frac{2}{3}$ 时， $\frac{a+2b}{ab}$ 取得最小值 $\frac{9}{2}$ ，所以 $\frac{9}{2}\geq t$ ，即实数 $t$ 的最大值为 $\frac{9}{2}$ .

（10分）

## 五、总结

以上是长春新东方优能一对一部门数学组老师对 2017 长春市三模试卷综合分析，总体试卷难度中等偏上，数列、统计概率、立体几何、函数为高中常考且较为基础的知识，解析几何、导数则为较难的题目。试卷题目设计按照各题型呈上升难度梯度，所以大家考试时一定要学会合理跳题，将会的分值全部收入囊中，然后再考虑似会不会的部分。希望长春新东方优能一对一部门数学组能给予广大考生学习生涯尽可能多的帮助。