2016~2017学年第二学期高二年级阶段性测评

数学试卷（文科）

一、选择题（本大题共12小题，每小题3分，共36分.在每小题给出的四个选项中，有且只有一项符合题目要求，请将其字母标号填入下表相应位置）

1.实部为1，虚部为2的复数所对应的点位于复平面的

（A）第一象限　　（B）第二象限

（C）第三象限　　（D）第四象限

答案： A

解析： 本题考查难度较易，主要考查复数的坐标表示，由题意得此复数在复平面内的坐标为$(1,2)$，位于第一象限，故本题正确答案为A.

2.下列说法正确的是

（A）类比推理、归纳推理、演绎推理都是合情推理

（B）合情推理得到的结论一定是正确的

（C）合情推理得到的结论不一定正确

（D）归纳推理得到的结论一定是正确的

答案： C

解析： 类比推理和归纳推理属于合情推理，演绎推理不属于合情推理，所以A错；合情推理是根据对已有事实，经过观察、分析、比较、联想，再进行归纳类比，然后提出猜想的推理，但并没有证明其正确性，所以合情推理可能是错误的，并且归纳推理也属于合情推理，所以B、D错.

3.已知复数$z=3+4i$，则$|z|$等于

（A）25　　（B）12

（C）7　　（D）5

答案： D

解析： 本题主要考查复数的模长，由模长定义可得$|z|=5$

4.设 Q 表示要证明的结论，P 表示一个明显成立的条件，那么下列流程图表示的证明方法是

$Q \Leftarrow P_1 \to \boxed{P_1 \Leftarrow P_2} \to \boxed{P_2 \Leftarrow P_3} \to \cdots \to$ 得到一个明显成立的条件

（A）综合法　　（B）分析法

（C）反证法　　（D）比较法

答案:B

解析：分析法是一个执果索因，即由结论到条件的证明过程.

5.下列框图能正确反映《必修1》中指数幂的推广过程的是

（A）整数指数幂 → 有理数指数幂 → 无理数指数幂

（B）有理数指数幂 → 整数指数幂 → 无理数指数幂

（C）整数指数幂 → 无理数指数幂 → 有理数指数幂

（D）无理数指数幂 → 有理数指数幂 → 整数指数幂

答案：A

6.已知两个变量 x，y 之间具有相关关系，现选用 a，b，c，d 四个模型得到相应的回归方程，并计算得到相应的 R^2 值分别为 $R_a^2=0.80$，$R_b^2=0.98$，$R_c^2=0.93$，$R_d^2=0.86$，那么拟合效果最好的模型为

（A）a　　（B）b

（C）c　　（D）d

答案：B

解析：线性回归中相关指数 R^2 越接近 1，拟合效果越好.

7.关于残差和残差图，下列说法正确的是

（1）残差就是随机误差

（2）残差图的纵坐标是残差

（3）残差点均匀分布的带状区域的宽度越窄，说明模型拟合精确度越高

（4）残差点均匀分布的带状区域的宽度越窄，说明模型拟合精确度越低

（A）（1）（2）　　（B）（3）（4）

（C）（2）（3）　　（D）（2）（4）

答 案： C

解 析： 残差是随机误差的估计值，并不就是残差，A 错；残差图的纵坐标只能是残差，残差点均匀分布的带状区域的宽度越窄，说明模型拟合精确度越高，故选 C

8. 利用反证法证明：“若 $x^2+y^2=0$，则 $x=y=0$”时，假设为

(A) x，y 都不为 0 (B) $x\neq y$ 且 x，y 都不为 0

(C) $x\neq y$ 且 x，y 不都为 0 (D) x，y 不都为 0

答 案： D

解 析： 用假设法证明命题的真假，应假设命题结论的否定成立，本题中原命题的结论可翻译为 x，y 都为 0，则假设应为 x，y 不都为 0.

9. 给出如下“三段论”的推理过程:

因为对数函数 $y=\log_a x\,(a>0,$ 且 $a\neq1)$ 是增函数，…………大前提

而 $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ 是对数函数,…………小前提

所以 $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ 是增函数.…………结论

则下列说法正确的是

(A) 推理形式错误 (B) 大前提错误

(C) 小前提错误 (D) 大前提和小前提都错误

答 案： B

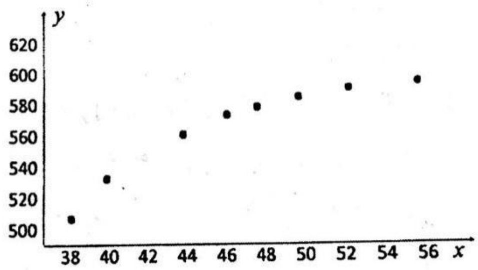
解 析： 对于函数 $y=\log_a x$，当 $0<a<1$ 时，函数是减函数，所以大前提错误.

10. 在一项调查中有两个变量 x (单位:千元)和 y (单位:t)，下图是由这两个变量近 8 年来的取值数据得到的散点图，那么适宜作为 y 关于 x 的回归方程类型的是

(A) $y=a+bx$

(B) $y=c+d\sqrt{x}$

(C) $y=m+nx^2$



(D) $y=p+qe^{x}\left(q>0\right)$

答案：B

解析：由散点图可以判断：样本数据点集中在函数 $y=c+d\sqrt{x}$ 附近.

11. 已知复数 $2i-3$ 是方程 $2x^2+px+q=0$ 的一个根，则实数 p，q 的值分别是

(A) 12，0　　(B) 24，26　　(C) 12，26　　(D) 6，8

答案：C

解析：把根代入方程：$2\left(2i-3\right)^2+p\left(2i-3\right)+q=0$

即 $\left(24-2p\right)i+10-3p+q=0$

则 $\begin{cases}24-2p=0\\10-3p+q=0\end{cases}$　解得 $\begin{cases}p=12\\q=26\end{cases}$

12. 我们知道，在长方形 $ABCD$ 中，如果设 $AB=a$，$BC=b$，那么长方形 $ABCD$ 的外接圆的半径 R 满足 $4R^2=a^2+b^2$，类比上述结论，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，如果设 $AB=a$，$AD=b$，$AA_1=c$，那么长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的外接球的半径 R 满足的关系式是

(A) $4R^2=a^3+b^3+c^3$　　(B) $8R^2=a^2+b^2+c^2$

(C) $8R^3=a^3+b^3+c^3$　　(D) $4R^2=a^2+b^2+c^2$

答案：D

解析：长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的外接球的直径是长方体的体对角线，则 $4R^2=a^2+b^2+c^2$

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分.把答案填在题中横线上）

13. 复数 $1-2i$ 的共轭复数是______________.

答案：$1+2i$

解析：一般地，当两个复数的实部相等，虚部互为相反数时，这两个复数互为共轭复数.

14. 已知 $a=2\sqrt{2}+\sqrt{5}$，$b=\sqrt{6}+\sqrt{7}$，那么 a，b 的大小关系为______________.(用“>”连接)

答案：$b>a$

解析：$b^2-a^2=13+2\sqrt{42}-\left(13+4\sqrt{10}\right)=\sqrt{168}-\sqrt{160}>0\qquad \because a>0,b>0,\therefore b>a$

15. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 成等差数列，对应边 a，b，c 成等比数列，那么 $\triangle ABC$ 的形状为____________.

答案：等边三角形

解析：由题意可知 $A+C=2B$，$b^2=ac$

$\because A+C+B=\pi,\therefore B=\dfrac{\pi}{3}\qquad \because b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=a^2+c^2-2ac\cos\dfrac{\pi}{3}$

$\therefore a^2+c^2-ac=ac\qquad \therefore (a-c)^2=0\qquad \therefore a=c\qquad \therefore A=B=C=\dfrac{\pi}{3}$

因此，$\triangle ABC$ 为等边三角形.

16. 观察下列关系式:

$-1=-1$,

$-1+3=2$,

$-1+3-5=-3$,

$-1+3-5+7=4$,

……

则 $-1+3-5+7-\cdots+(-1)^n(2n-1)=$________________.

答案：$(-1)^n n$

解析：观察得：等式的右边的符号规律是 $(-1)^n$，绝对值是自然数排列，猜想

$-1+3-5+7-\cdots+(-1)^n(2n-1)=(-1)^n n$

三、**解答题**（本大题共 5 小题，共 48 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分 8 分）

已知 $z_1=1-i$，$z_2=2+2i$.

（1） 求 $z_1\cdot z_2$;

（2） 若 $z=\dfrac{z_1\cdot z_2}{z_1+z_2}$，求 z.

答案：（1）4；（2）$\dfrac{6-2i}{5}$

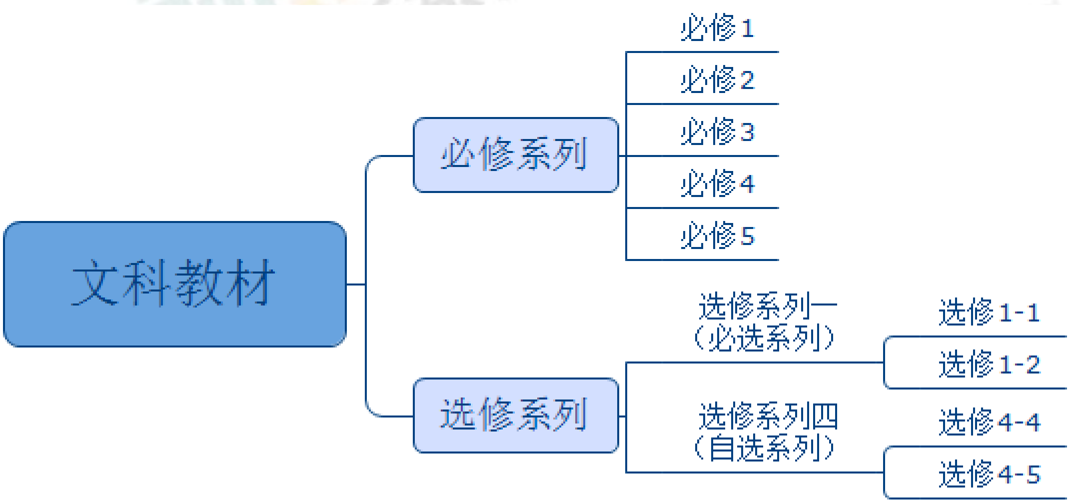
解析：（1）$z_1\cdot z_2=(1-i)(2+2i)=2+2i-2i-2(i)^2=4$

（2）$z=\dfrac{z_1\cdot z_2}{z_1+z_2}=\dfrac{4}{1-i+2+2i}=\dfrac{4}{3+i}=\dfrac{4(3-i)}{(3+i)(3-i)}=\dfrac{6-2i}{5}$

18.（本小题满分 10 分）

我们学习的高中数学文科教材体系分为必修系列和选修系列．其中必修系列包括必修 1，必修 2，必修 3，必修 4，必修 5 五本教材；选修系列分为选修系列一（必选系列）和选修系列四（自选系列），其中选修系列一包括选修 1-1，选修 1-2 两本教材；选修系列四包括选修 4-4，选修 4-5 两本教材，根据上面的描述，画出我们学习的高中数学文科教材体系的结构图．

解析：



19.(本小题满分 10 分)

某大学餐饮中心为了了解新生的饮食习惯，利用简单随机抽样的方法在全校一年级学生中进行了抽样调查，调查结果如下表所示：

	喜欢甜品	不喜欢甜品	合计
南方学生	60	20	80
北方学生	10	10	20
合计	70	30	100

（1）根据表中数据，问是否有95%的把握认为“南方学生和北方学生在选用甜品的饮食习惯方面有差异”；

（2）根据（1）的结论，你能否提出更好的方法来了解该校大学新生的饮食习惯，说明理由．

解析：

(1)根据列联表中数据可得到：$K^2=\dfrac{100\times(60\times10-20\times10)^2}{70\times30\times80\times20}\approx4.762$

因为 $P(K^2\geq3.841)=0.050$，因此我们有95%的把握认为南方学生和北方学生在选用甜品的饮食习惯方面有差异．

(2)能，因为大学生在饮食习惯方面的差异与学生所处的地域南北方有很大的关系，所以我们可以采用分层抽样的方法，在南北方学生中按比例抽取一定数量的学生进行饮食习惯的调查．

20.（本小题满分10分）**说明：请考生在（A），（B）两个小题中任选一题作答．**

（A）已知数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=\left|\dfrac{a_n+2}{a_n-1}\right|$，其中 $a_1=2$，$a_{n+1}=\dfrac{2}{a_n+1}$．

（1）求 b_1，b_2，b_3，并猜想 b_n 的表达式（不必写出证明过程）；

（2）设 $c_n=\dfrac{1}{\log_2 b_n\cdot\log_2 b_{n+1}}$，数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，求证：$S_n<\dfrac{1}{2}$

解析：

（1）易得 $a_1=2,\ a_2=\dfrac{2}{3},\ a_3=\dfrac{6}{5}$，则 $b_1=4,\ b_2=8,\ b_3=16$，猜想 $b_n=2^{n+1}$；

（2）由（1）得：$c_n=\dfrac{1}{\log_2 2^{n+1}\cdot\log_2 2^{n+2}}=\dfrac{1}{(n+1)(n+2)}=\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+2}$，

则 $S_n=(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3})+(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4})+\cdots+(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1})+(\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+2})=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{n+1}<\dfrac{1}{2}$，得证．

（B）已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且满足 $a_1=\dfrac{1}{2}$，$2S_n-S_nS_{n-1}=1(n\geq2)$．

（1）求 S_1，S_2，S_3，S_4，并猜想 S_n 的表达式（不必写出证明过程）；

（2）设 $b_n=\dfrac{na_n}{1+30a_n}$，$n\in\mathrm{N}^*$，求 b_n 的最大值．

解析：

（1）易得 $S_n=\dfrac{1}{2-S_{n-1}}$， $S_1=a_1=\dfrac{1}{2}$，

则 $S_2=\dfrac{2}{3}$，$S_3=\dfrac{3}{4}$，$S_4=\dfrac{4}{5}$，猜想 $S_n=\dfrac{n}{n+1}$

（2）由（1）得：$a_n=S_n-S_{n-1}=\dfrac{n}{n+1}-\dfrac{n-1}{n}=\dfrac{1}{n(n+1)}$，

所以 $b_n=\dfrac{na_n}{1+30a_n}=\dfrac{n\dfrac{1}{n(n+1)}}{1+30\dfrac{1}{n(n+1)}}=\dfrac{n}{n^2+n+30}=\dfrac{1}{n+\dfrac{30}{n}+1}$

因为 $n+\dfrac{30}{n}\geq 2\sqrt{30}$，当且仅当 $n=\sqrt{30}$ 时取得等号，又 $n\in N^*$，

则当 $n=5$ 或 $n=6$ 时，b_n 有最大值 $\dfrac{1}{12}$.

21.（本小题满分 10 分）说明：请考生在(A),(B)两个小题中任选一题作答.

(A)已知函数 $f(x)=x^3+\dfrac{1}{x+1}$，$x\in[0,1]$

(1)证明：$f(x)\geq 1-x+x^2$

(2)根据(1)证明：$f(x)>\dfrac{3}{4}$

解析：

(1)证明：要证明 $x^3+\dfrac{1}{x+1}\geq 1-x+x^2$ 成立

只需证 $\dfrac{1}{x+1}\geq 1-x+x^2-x^3$ 成立

即只需证 $\dfrac{1}{x+1}\geq\dfrac{1-(-x)^4}{1-(-x)}$ 成立

即只需证 $\dfrac{1}{x+1}\geq\dfrac{1-x^4}{1+x}$ 成立

由 $x\in[0,1]$ 可得上式显然成立，故得证.

(2)证明：由(1)可得 $f(x)\geq 1-x+x^2=(x-\dfrac{1}{2})^2+\dfrac{3}{4}\geq\dfrac{3}{4}$

又当 $x=\frac{1}{2}$ 时，$f(\frac{1}{2})=(\frac{1}{2})^3+\frac{2}{3}=\frac{19}{24}>\frac{3}{4}$，即等号不成立.

故 $f(x)>\frac{3}{4}$，得证.

(B)已知函数 $f(x)=x^3+\frac{1}{x+1}$，$x\in[0,1]$

(1)用分析法证明：$f(x)\geq 1-x+x^2$

(2)证明：$f(x)\leq\frac{3}{2}$

解析：

(1)证明：要证明 $x^3+\frac{1}{x+1}\geq 1-x+x^2$ 成立

只需证 $\frac{1}{x+1}\geq 1-x+x^2-x^3$ 成立

即只需证 $\frac{1}{x+1}\geq\frac{1-(-x)^4}{1-(-x)}$ 成立

即只需证 $\frac{1}{x+1}\geq\frac{1-x^4}{1+x}$ 成立

由 $x\in[0,1]$ 可得上式显然成立，故得证.

(2)证明：由 $x\in[0,1]$ 可得 $x^3\leq x$

故 $f(x)=x^3+\frac{1}{x+1}\leq x+\frac{1}{x+1}-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=\frac{(x-1)(2x+1)}{2(x+1)}+\frac{3}{2}$

又 $\frac{(x-1)(2x+1)}{2(x+1)}<0$，

故 $f(x)\leq\frac{3}{2}$，得证.