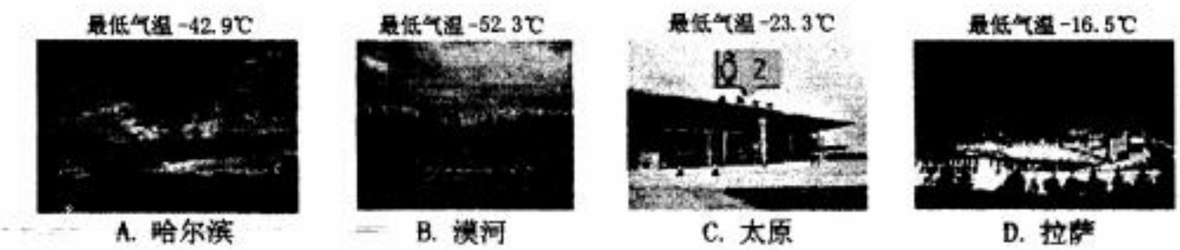
# 太原市 2017 年初中毕业班综合测试（一）

# 数　　学

## 第 I 卷　　选择题（共 30 分）

**一、选择题（每小题只有一个选项符合题意，每小题 2 分，共 48 分。请将正确选项的序号填入下面的答案栏中）**

1.下列是某冬季四个城市的最低温度，其中气温最低的城市是（　　）

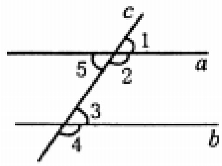



【答案】B

【考点】有理数比较大小

【解析】−52.3<−42.9<−23.3<−16.5，则四个有理数中最小的为−52.3。

2.如图，直线 a，b 被直线 c 所截，∠1=55°，下列条件能推出 a//b 的是（　　）




A.∠3=55°　　B.∠2=55°　　C.∠4=55°　　D.∠5=55°

【答案】A

【考点】平行线的判定

【解析】∵∠1=55°，且∠1 与∠3 为同位角，

又∵∠3=55°=∠1，（由同位角相等，则两直线平行线）　∴a//b

3.今年 3 月 5 日，第十二届全国人民代表大会第五次会议在北京召开，国务院总理李克强在政府工作报告中指出，我国经济运行缓中趋稳、稳中向好，国内生产总值达到 74.4 万亿元。将 74.4 万亿元用科学计数法表示为（　　）

A.$74.4\times10^{12}$ 元　　B.$74.4\times10^{13}$ 元　　C.$7.44\times10^{12}$ 元　　D.$7.44\times10^{13}$ 元

【答案】D

【考点】科学计数法表示法。

【解析】 ∵万亿是 12 个 0， ∴74.4 万亿元=$7.44\times10^{13}$ 元

4.下列计算正确的是（　　）

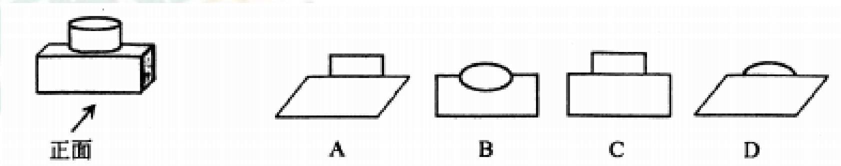
A. $a^{-1}\cdot a^{-3}=a^{3}$　　B. $\left(a^{-2}\right)^{2}=a^{4}$　　C. $a^{2}\div a^{-4}=a^{-2}$　　D. $(-2a)^{3}=-8a^{3}$

【答案】D

【考点】幂的运算

【解析】A. $a^{-1}\cdot a^{-3}=a^{-3}$，错；B. $\left(a^{-2}\right)^{2}=a^{-4}$，错；C. $a^{2}\div a^{-4}=a^{6}$，错；∴选 D

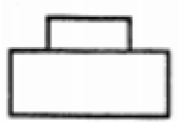
5.如图，该几何体的主视图（　　）




【答案】C

【考点】几何体的三视图

【解析】主视图是从正面观察立体图形的平面图，即为



6.已知，正比例函数 $y_1=k_1x(k_1\neq0)$与反比例函数 $y_2=\frac{k_2}{x}(k_2\neq0)$的图象交于两点，其中一个交点的坐标为（-2，-1），则另一个交点的坐标是（　　）

A.（2，1）　　B.（-2，-1）　　C.（-2，1）　　D.（2，-1）

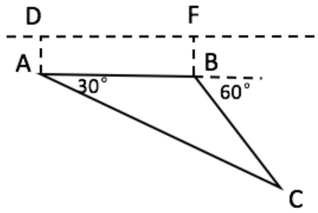
【答案】A

【考点】正比例函数，反比例函数的图象特征

【解析】正比例函数图象与反比例函数图象均关于原点对称，所以交点也关于原点对称， 一个交点为（-2，-1），另一个交点为（2，1）.

7.如图，一艘潜艇在海面下 500 米 A 处测得俯角为 30°的海底 C 处有一黑匣子发出信号，继续在同一深度直线航行

4000 米后，在 B 处测得俯角为 60°的海底也有该黑匣子发出的信号，则黑匣子所在位置点 C 在海面下的深度为（　　）




A.2000 米　　B.4000 米　　C.2000$\sqrt{3}$ 米　　D.（2000$\sqrt{3}$+500）米

【答案】D

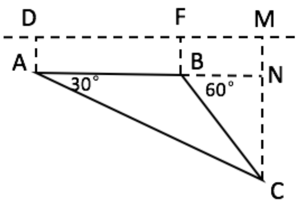
【考点】解直角三角形

【解析】过点 C 作 CM⊥DF 于点 M，交 AB 延长线于点 N，易知 CN⊥AB，

Rt△ACN 中，AN=AB+BN=$\frac{CN}{tan30^\circ}$ ①　　Rt△BCN 中，BN=$\frac{CN}{tan60^\circ}$ ②

① − ②，得：AB=（$\frac{1}{tan30^\circ}-\frac{1}{tan60^\circ}$）CN，即 4000=（$\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}}-\frac{1}{\sqrt{3}}$）CN，得 CN=2000$\sqrt{3}$，

CM=CN+NM=2000$\sqrt{3}$+500




8.在不透明的袋中有一些除颜色外完全相同的白色和黑色棋子，从中随机取出一颗棋子是白色棋子的概率是$\frac{1}{4}$；若从盒中取出 3 颗黑色棋子后，再随机取出一颗棋子是白色棋子的概率为$\frac{2}{5}$，则盒中白色棋子有（　　）

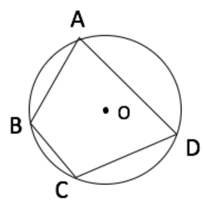
A.1 颗　　B.2 颗　　C.3 颗　　D.4 颗

【答案】B

【考点】概率

【解析】设白色棋子有 x 颗，则由第一次取出白色棋子的概率是$\frac{1}{4}$可知，黑白棋子共 4x 颗；取出 3 颗黑子后，取出白色棋子的概率为$\frac{x}{4x-3}=\frac{2}{5}$，解得 x=2，经检验，x=2 是方程的根并满足题意要求。

9.如图，四边形 ABCD 内接于⊙O，∠BAD=80°，若弧 ABC 与弧 ADC 的长度分别为 7π，11π，则弧 BAD 的长度为（　　）

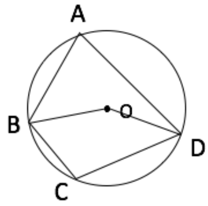



A.9π　　B.10π　　C.11π　　D.12π

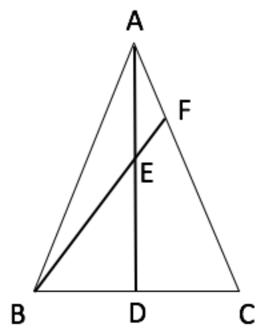
【答案】B

【考点】弧长计算

【解析】弧 ABC 与弧 ADC 的长度分别为 7π，11π，易知⊙O 周长为 18π；∠BAD=80°，则∠BOD=2×80°=160°，弧 BCD 长为：$\frac{160^{\circ}}{360^{\circ}}\cdot 18\pi=8\pi$，所以弧 BAD 长为：18π−8π=10π




10.如图，△ABC 中，AB=AC=12,AD⊥BC 于点 D，点 E 在 AD 上且 DE=2AE，连接 BE 并延长交 AC 于点 F，则线段 AF 长为（　　）




A.4　　B.3　　C.2.4　　D.2

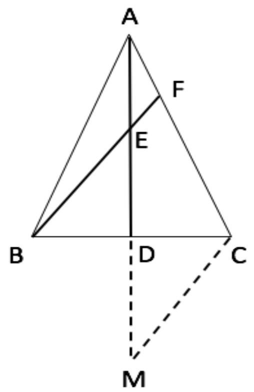
【答案】C

【考点】相似三角形

【解析】延长 ED 至点 M，使得 DM=ED

∵△ABC 为等腰三角形，D 为中点　　∴BD=CD，∠EDB=∠CDM=90°　　∴△EBD≌△MCD

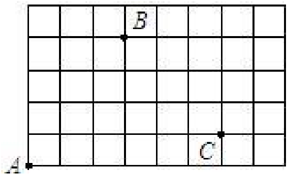
∴∠BED=∠CMD，∴BF∥MC　　∴$\frac{AF}{AC}=\frac{AE}{AM}=\frac{AE}{AE+ED+DM}=\frac{1}{5}$　　∴AF=$\frac{1}{5}AC$=2.4




## 第Ⅱ卷　非选择题（共 90 分）

## 二、填空题（本大题共 5 个小题，每个小题 3 分，共 15 分）

11．如图，每个小正方格都是边长为 1 个单位长度的正方形，如果用（0,0）表示 A 点的位置，用(3,4)表示 B 点的位置，那么 C 点的位置可表示为______.

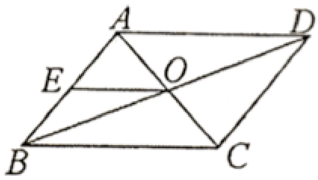



【答案】（6，1）

【考点】平面直角坐标系中点的坐标表示

【解析】由 A、B 两点的坐标可知，A 为坐标原点，每一格的长度表示一个单位，所以观察易知 C 点的坐标为（6，1）.

12.如图，在▱ABCD 中，AB=3，BC=4，对角线 AC,BD 交于点 O，点 E 为边 AB 的中点，链接 OE，则 OE 的长为______.




【答案】2

【考点】平行四边形的性质、中位线

【解析】由平行线的性质可知，O 为 BD 的中点，又∵E 是 AB 的中点　∴OE 是△ABD 的中位线，

由中位线的性质可知，OE=$\frac{1}{2}$AD=$\frac{1}{2}\times 4=2$

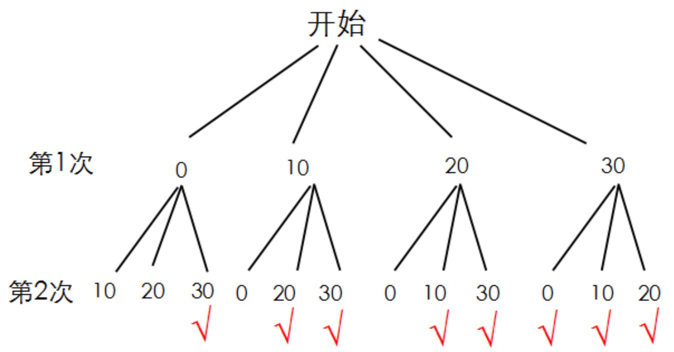
13．某超市为了吸引顾客，设计了一种促销活动：在一个不透明的箱子里放有 4 个相同的小球，球面上分别标有"0 元"，"10 元"，"20 元"，"30 元"的字样.顾客在该超市一次性消费满 200 元，就可以在箱子里先后摸出两个小球（每一次摸出后不放回），超市根据两小球上所标金额的和返还等额购物券.若某顾客刚好消费 200 元，则他所获得购物券的金额不低于 30 元的概率为_____.

【答案】$\frac{2}{3}$

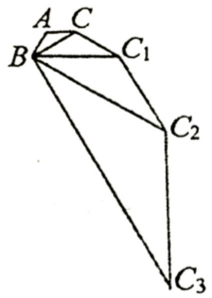
【考点】概率与统计

【解析】画出树状图如下可知，共 12 种情况，"金额不低于 30 元"的有 8 种，

所以概率为 $\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$



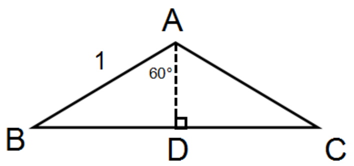

14．如图，△ABC 中，AB=AC=1，∠BAC=120°，以边 BC 为腰作第一个△$CBC_1$，且 $CC_1$=BC;以边 $BC_1$ 为腰再作第二个△$C_1BC_2$，且 $C_1C_2=BC_1$;…;按此规律所作的第 n 个三角形的腰长为______(用含 n 的式子表示)




【答案】$\left(\sqrt{3}\right)^n$

【考点】含 120° 的等腰三角形的性质、找规律

【解析】




过等腰三角形顶角对应顶点作底边的垂线 AD，垂足为 D

∵顶角为 120°，∴△ABD 是含有 30° 的特殊直角三角形，

∵AB=1, 易求得 BD 的长度为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$　∴BC=$\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2=\sqrt{3}$

∴第一个等腰三角形的腰长为 $\sqrt{3}$

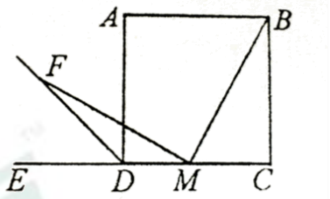
同理可得：第二个等腰三角形的腰长为 $(\sqrt{3})^2$

第三个等腰三角形的腰长为 $(\sqrt{3})^3$

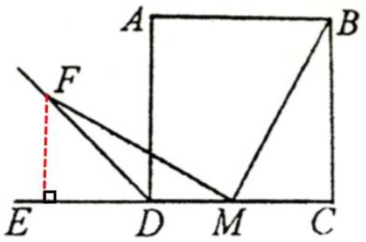
观察规律可知：第 n 个等腰三角形的腰长为 $(\sqrt{3})^n$

15、如图，在正方形 ABCD 中，AB=2,点 M 为正方形 ABCD 的边 CD 上的动点（与点 C,D 不重合），连接 BM，

作 MF⊥BM,与正方形 ABCD 的外角∠ADE 的平分线交于点 F.设 CM=x，△DFM 的面积为 y，则 y 与 x 之间的函数关系式_______．




【答案】 $y=-\frac{1}{2}x^2+x$




【考点】相似三角形

【解析】过点 F 作 FE⊥CE，设 EF=b

∵ MF⊥BM， ∴∠EMF+∠CMB=90° ∵∠MBC+∠CMB=90° ∴∠EMF=∠MBC

$\begin{cases}\angle EMF=\angle MBC \\ \angle FEM=\angle BCM\end{cases}$ ∴△MFE∽△BMC

∴ $\frac{EF}{MC}=\frac{EM}{BC}$ ∵DF 平分∠ADE ∴∠FDE=45°

∴△FED 是等腰直角三角形 ∴ED=EF=b ∴ $\frac{b}{x}=\frac{b+2-x}{2}$

化简得： $x_1=2$（舍） $x_2=b$

∴EF=x $S_{\triangle DFM}=\frac{1}{2}DM\cdot EF=\frac{1}{2}x\cdot(2-x)=-\frac{1}{2}x^2+x$

**三、解答题**（本大题共 8 个小题，共 75 分）解答时应写出必要的文字说明、推理过程或演算步骤。

**16.**（本题共 2 个小题，每小题 5 分，共 10 分）

（1）计算：$-1^2\times\sqrt{27}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+6\sin60^o$

（2）化简：$\frac{3x-3}{x^2-1}\div\frac{3x}{x+1}-\frac{1}{x-1}$

【答案】（1）$-2$　　（2）$-\frac{1}{x^2-x}$

【考点】(1)实数的混合运算、三角函数（2）分式的化简

【解析】

（1） 原式$=-1\times3\sqrt{3}-2+6\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=-3\sqrt{3}-2+3\sqrt{3}$

$=-2$

（2） 原式$=\frac{3(x-1)}{(x-1)(x+1)}\times\frac{x+1}{3x}-\frac{1}{x-1}$

$=\frac{1}{x}-\frac{1}{x-1}$

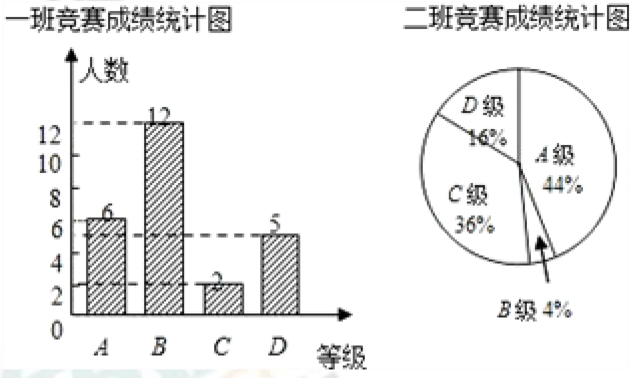
$=\frac{x-1}{x(x-1)}-\frac{x}{x(x-1)}$

$=\frac{-1}{x(x-1)}$

$=-\frac{1}{x^2-x}$

17.（本题 8 分）

在学校组织的科学素养竞赛中，每班参加比赛的人数相同，成绩分为 A，B，C，D 四个等级， 其中相应等级的得分依次记为 90 分，80 分，70 分，60 分，学校将八年级一班和二班的成绩整理并绘制成如下的统计图：




请你根据以上提供的信息解答下列问题：

(1)此次竞赛中二班成绩在 70 分及其以上的人数有______人；

(2)补全下表中空缺的三个统计量：

| | 平均数(分) | 中位数(分) | 众数(分) |
|---|---|---|---|
| 一班 | 77.6 | 80 | |
| 二班 | | | 90 |

(3)请根据上述图表对这次竞赛成绩进行分析，写出两个结论.

【答案】（1）21

（2）

| | 平均数(分) | 中位数(分) | 众数(分) |
|---|---|---|---|
| 一班 | 77.6 | 80 | 80 |
| 二班 | 77.6 | 70 | 90 |

（3）①平均数相同的情况下，二班的成绩更好一些。

②请一班的同学加强基础知识训练，争取更好的成绩。

（答案不唯一）

【考点】条形统计图，扇形统计图，算术平均数，中位数，众数

【解析】

（1）根据条形统计图得到参赛人数，然后根据每个级别所占比例求出成绩在 70 分以上的人数；

一班参赛人数为：6+12+2+5=25(人)，

∵两班参赛人数相同，

∴二班成绩在 70 分以上(包括 70 分)的人数为 25×84%=21 人；

（2）由上题中求得的总人数分别求出各个成绩段的人数，然后可以求平均数、中位数、众数；

二班成绩等级为 A(90 分)的人数为 25×44%=11 人

二班成绩等级为 B(80 分)的人数为 25×4%=1 人

二班成绩等级为 C(70 分)的人数为 25×36%=9 人

二班成绩等级为 D(60 分)的人数为 25×16%=4 人

二班成绩的平均数=（90×11+80×1+70×9+60×4）÷25=77.6 分；

将二班 25 个学生的成绩从小到大排列，第 13 个成绩 70 分是最中间的，所以中位数是 70 分；

一班学生成绩中 80 分出现次数最多有 12 个人，所以众数是 80 分。

（3）根据其成绩，作出合理的分析即可.

①平均数相同的情况下，二班的成绩更好一些。

②请一班的同学加强基础知识训练，争取更好的成绩。

（答案不唯一）

18.（本题 8 分）

小李与小王是社区图书馆整理图书的志愿者，他们在清点图书时，小王平均每分钟比小李多清点 5 本，小李清点 200 本图书所用的时间与小王清点 300 本图书所用的时间相同。

（1） 求小王平均每分钟清点图书的本数

（2） 周末，该图书馆要求他们两人同时清点完 3600 本图书，用时不超过 3 小时。但小王有事需提前离开，在两人清点图书的速度不变的情况下，小王至少清点多少本图书才能离开？

【答案】（1）15 本

（2）1800 本

【考点】分式方程的应用、不等式的应用

【解析】（1）设：小王平均每分钟清点图书 x 本，则小李平均每分钟清点图书（x-5）本

$$\frac{200}{x-5}=\frac{300}{x}$$

解得，x=15

将 x=15 代入原方程，得

左边=20，右边=20，左边=右边

经检验 x=15 是原方程的解并符合实际意义

答：小王平均每分钟清点图书 15 本

（2）设小王清点 x 本图书离开

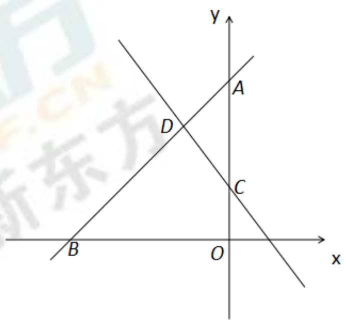
x+（15-5）×3×60≥3600

解得　x≥1800

∴小王至少清点 1800 本才能离开

答：小王至少清点 1800 本才能离开

19.（ 本题 7 分 ）




如 图 ，直线 y=kx+4(k≠0 ) 与 x 轴，y 轴分别交于点 A，B，直线 y=-2x+1 与 y 轴交于点 C，与直线 y=kx+4 交于点 D，△ACD 的面积 $\frac{3}{2}$ .

（1）求直线 AB 的表达式；

（2）设点 E 在直线 AB 上，当△ACE 是直角三角形时，请直接写出点 E 的坐标.

【答案】（1）y=x+4；（2）$E_1$（-3, 1）、$E_2$（$-\frac{3}{2},\frac{5}{2}$）

【考点】一次函数综合

【解析】（1）∵点 C 在直线 y=-2x+1，令 x=0，得 y=1，∴C（0, 1）

∵点 A 在直线 y=kx+4，令 x=0，y=4，∴A（0, 4）

$S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}AC\cdot|x_D|=\frac{1}{2}\times3\cdot|x_D|=\frac{3}{2}$，∴ $x_D=-1$

设 D 坐标为（-1，b），代入 y=-2x+1，得 b=3

∴D（-1, 3）

∵D 在直线 AB 上，将（-1, 3）代入 y=kx+4，得 k=1

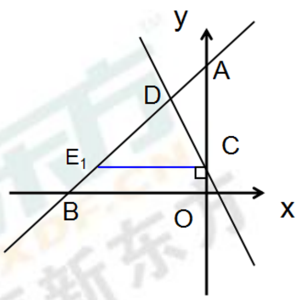
∴直线 AB 的表达式为 y=x+4

（2）$E_1$（-3, 1）、$E_2$（$-\frac{3}{2},\frac{5}{2}$）

①当点 C 为顶点，做 CE⊥AO

则 $y_E=1$，点 E 在直线 AB 上，∴$x_E=-3$

∴$E_1$（-3, 1）




②当点 E 为顶点，过点 C 做 CE⊥AB

则 CE 所在直线解析式为 y=-x+b

将点 C（0, 1）代入 y=-x+b，b=1

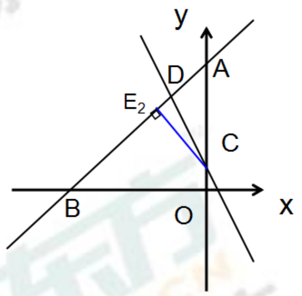
∴CE 直线解析式为 y=-x+1

设 E（m，m+4），代入 y=-x+1

$m+4=-m+1$，$m=-\frac{3}{2}$

$m+4=\frac{5}{2}$

∴ $E_2(-\frac{3}{2},\frac{5}{2})$



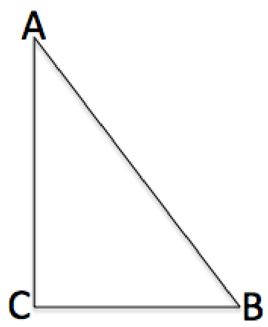

综上 E 点坐标为 $E_1(-3,1)$、$E_2(-\frac{3}{2},\frac{5}{2})$

20. （本题 8 分）

如图，在△ABC 中，∠ACB=90°.

（1）尺规作图：作△ABC 的外接圆⊙O，作∠ACB 的平分线与⊙O 交于点 D，连接 BD，保留作图痕迹，不写作法，请标明字母；

（2）在你按（1）中要求所作的图中，若 AC=8，BC=6，求 BD 的长.

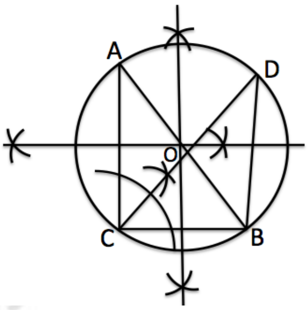



【答案】（1）见解析。（2）$5\sqrt{2}$

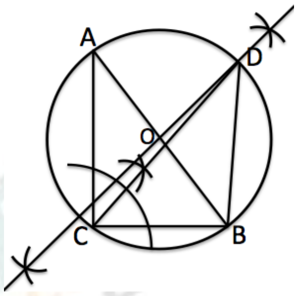
【考点】三角形外接圆，与圆有关计算。

【解析】（1）如图即为所求

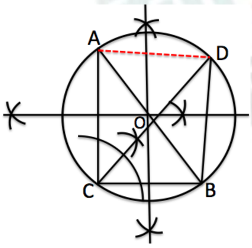
方法一：

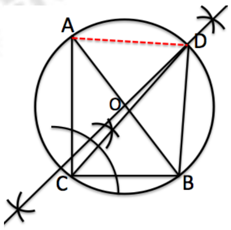



方法二：∵△ACB 为直角三角形，∴AB 边的中点即为圆心 O，即直接作 AB 的中垂线即可找到 O。




（2）连接 AD，




∵∠ACB=90°，　　∴AB 为直径，　　∴∠ADB=90°

∵CD 平分∠ACB，∴∠ACD=∠BCD=45°　　∴∠ABD=∠ACD=45°　　∴△ADB 为等腰直角三角形。

∵AC=8，BC=6，　　∴在 Rt△ACB 中，由勾股定理得 AB=10

∴在 Rt△ ABD 中，$\cos \angle ABD=\frac{BD}{AB}$，即 $\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{BD}{10}$，∴BD=$5\sqrt{2}$

21.（本题 8 分）

请阅读以下材料，并完成相应的任务。

如图（1），A，B 两点在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（x>0）的图象上，直线 AB 与坐标轴分别交于点 C，D，求证：AD=BC。

下面是小明同学的部分证明过程：

证明：如图（2），过点 A 作 AM⊥y 轴于点 M，过点 B 作 BN⊥x 轴于点 N。

设直线 AB 的表达式为 y=mx+n，A，B 两点的横坐标分别为 a，b，则

$$\begin{cases}\frac{k}{a}=ma+n\\ \frac{k}{b}=mb+n\end{cases}$$ 解，得 $$\begin{cases}m=-\frac{k}{ab}\\ n=\frac{k(a+b)}{ab}\end{cases}$$

∴直线 AB 的表达式 $y=-\frac{k}{ab}x+\frac{k(a+b)}{ab}$

当 x=0 时，$y=\frac{k(a+b)}{ab}$，∴点 D 的坐标为(0，$\frac{k(a+b)}{ab}$)

∴DM=$\frac{k(a+b)}{ab}-\frac{k}{a}=\frac{k}{b}$

…

（1）请补全小明的证明过程；

（2）如图（3），直线 AB 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（x>0）的图象交于点 A($\frac{1}{2}$,9)和点 C，与 x 轴交于点 D，连接 OC。

若点 B 的坐标为(0，10)，则点 C 的坐标为________，△OCD 的面积为________。

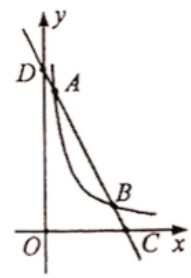


图 1

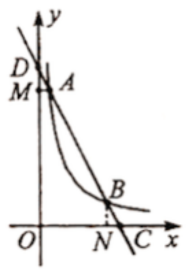


图 2

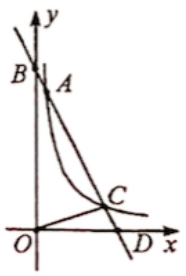


图 3

【答案】（1）答案见解析　　（2）（$\frac{9}{2}$，1）；$\frac{5}{2}$

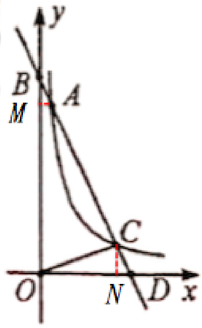
【考点】反比例函数与一次函数综合

【解析】（1）∵B（b，$\frac{k}{b}$）　　∴BN=$\frac{k}{b}$　　∴DM=BN

∵AM⊥OD；BN⊥OC　　∴AM//OC；OD//BN　　∴∠DAM=∠BCN　　∠ADM=∠CBN

∴△DMA≌△BNC（AAS）　　∴AD=BC

（2）如图所示：作 AM⊥y 轴于点 M，作 CN⊥x 轴于点 N




由（1）小题可得：△AMB≌△DNC　　∴BM=CN

∵A$(\frac{1}{2},9)$，B(0, 10)　　∴BM=CN=1 且 AM=DN=$\frac{1}{2}$

∵ $y=\frac{k}{x}$代入 A（$\frac{1}{2}$, 9）　∴ $y=\frac{9}{2x}$

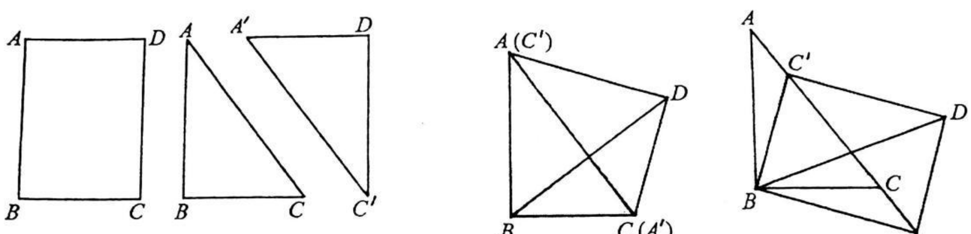
∴当 y=1 时，代入$y=\frac{9}{2x}$得：x=$\frac{9}{2}$　　∴C（$\frac{9}{2}$, 1）　　∴OD=ON+ND=$\frac{9}{2}+\frac{1}{2}$=5

∵CN=1　　∴$S_{\triangle OCD}=\frac{1}{2}$OD・CN=$\frac{1}{2}\times5\times1=\frac{5}{2}$

22.（本题 13 分）

**综合与实践**

在综合实践课上，老师让同学们对一张长 AB=4，宽 BC=3 的矩形纸片 ABCD 进行剪拼操作，如图（1），希望小组沿对角线 AC 剪开得到两张三角形纸片△ABC 和△A′DC′.




图（1）　　图（2）　　图（3）

**操作与发现**

（1）将这两张三角形纸片按如图（2）摆放，连接 BD，他们发现 AC⊥BD，请证明这个结论；

**操作与探究**

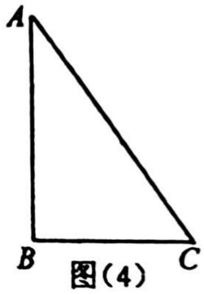
（2）在图（2）中，将△A′ C′ D 纸片沿射线 AC 的方向平移，连接 BC′ ,BA′ .在平移的过程中：

①如图（3），当 BA′ 与 C′ D 平行时判断四边形 A′ BC′ D 的形状，说明理由并求出此时△A′ C′ D 平移的距离；

②当 BD 经过点 C 时，直接写出△A′ C′ D 平移的距离.

**操作与实践**

（3）请你参照以上操作过程，利用图（1）中的两张三角形纸片，拼摆出新的图形.在图（4）中画出图形，标明字母，说明构图方法，并直接写出所要探究的问题，不必解答.



图(4)

【答案】（1）见解析

（2）①矩形；$\frac{7}{5}$　　② $\frac{18}{5}$

（3）答案不唯一　（详见解析）

【考点】图形的平移变化；特殊平行四边形的判定

【解析】（1）**方法一：**

由矩形的性质可得：AB=C’D，∠BAC=∠A’C’D

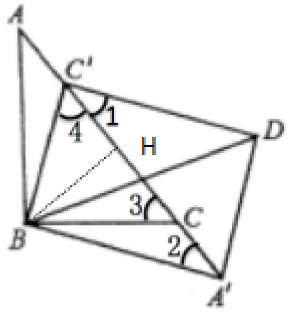
∴在△ABD 中，由等腰三角形“三线合一”的性质可得：AC⊥BD.

**方法二：**

由矩形的性质可得：AB=C’D，　BC=A’D

则 AC 为 BD 的垂直平分线　　　则 AC⊥BD。

（2）①解：四边形 A’BC’D 为矩形，




图（3）

理由如下：

∵BA’//C’D　∴∠1=∠2　又∵∠A=∠1　∴∠A=∠2　∴AB=BA’

又∵AB=C’D　∴BA’=C’D

又∵BA’//C’D　∴四边形A’BC’D为平行四边形　∴A’D=BC’

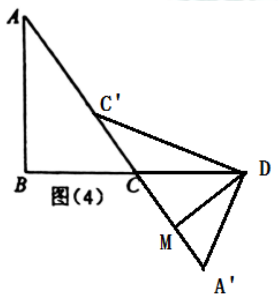
又∵∠C’DA’=90°　∴平行四边形A’BC’D为矩形。

过点B作BH⊥AC交AC于点H

易证△BCH∽△ACB　∴ $\frac{CH}{BC}=\frac{BC}{AC}$　∴ $\frac{CH}{3}=\frac{3}{5}$　∴CH= $\frac{9}{5}$

∵BC=BC’　∴CH=C’H= $\frac{18}{5}$　∴AC’= $\frac{7}{5}$　∴ △A’C’D平移的距离为 $\frac{7}{5}$.

②




图(4)

过点D作DM⊥AC交AA’于点M

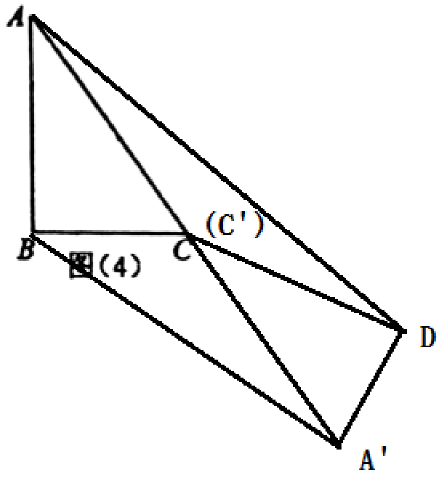
易证△DMA’∽△C’DA’　∴ $\frac{A'D}{A'C'}=\frac{A'M}{A'D}$　∴ $\frac{3}{5}=\frac{A'M}{3}$　∴A’M= $\frac{9}{5}$

∵易证CD=DA’　∴CM=A’M= $\frac{9}{5}$　∴A’C= $\frac{18}{5}$　∴AC’= $\frac{18}{5}$

∴ △A’C’D平移的距离为 $\frac{18}{5}$

（3）答案不唯一

例如：如图，将△A’C’D 纸片沿射线 AC 的方向平移，当 C 与 C’重合时，连接 AD， BA’，计算四边形 ABA’D 的面积.

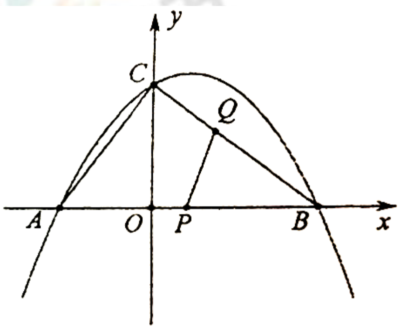


图(4)

23.（本题 13 分）

综合与探究

如图，抛物线 $y=ax^2+bx+\frac{12}{5}$ 与 x 轴交于 A$\left(-\frac{9}{5},0\right)$,B$\left(\frac{16}{5},0\right)$两点，与 y 轴交于点 C，连接 AC，BC，一动点 P 从点 A 出发，沿线段 AB 向终点 B 以每秒 1 个单位长度的速度运动；同时，点 Q 从点 B 出发，以相同的速度沿线段 BC 向终点 C 运动，当其中一个动点到达终点时，另一个动点也随之停止运动，连接 PQ.设 P,Q 两点运动时间为 t 秒.




（1） 求抛物线的表达式；

（2） 在点 P，Q 运动的过程中，△BPQ 能否成为等腰三角形，若能，请求出 t 的值；若不能，请说明理由；

（3） 作点 B 关于直线 PQ 的对称点为 D，连接 PD,QD.当四边形 APQC 的面积最小时，判断点 D 是否在该抛物线上.

【答案】（1）$y=-\frac{5}{12}x^2+\frac{7}{12}x+\frac{12}{5}$

（2）$t_1=\frac{5}{2},t_2=\frac{40}{13},t_3=\frac{25}{13}$

（3）点D不在抛物线上

【考点】二次函数综合

【解析】（1）解：将 A$\left(-\frac{9}{5},0\right)$,B$\left(\frac{16}{5},0\right)$代入 $y=ax^2+bx+\frac{12}{5}$ 中得：

$$\begin{cases}0=\frac{81}{25}a-\frac{9}{5}b+\frac{12}{5}\\0=\frac{256}{25}a+\frac{16}{5}b+\frac{12}{5}\end{cases}\quad 解得：\begin{cases}a=-\frac{5}{12}\\b=\frac{7}{12}\end{cases}\qquad \therefore\ y=-\frac{5}{12}x^2+\frac{7}{12}x+\frac{12}{5}$$

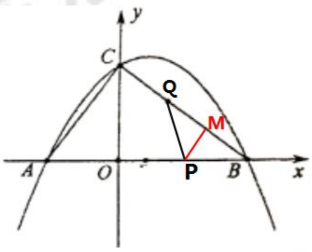
（2）根据题意可知 BQ=t，∵ AB=$\frac{16}{5}+\frac{9}{5}$=5，AP=t，∴ BP=5−t，

且 $BC=\sqrt{BO^2+CO^2}=\sqrt{(\frac{16}{5})^2+(\frac{12}{5})^2}=4$

①BP=BQ，即 $5-t=t$；解得 $t=\frac{5}{2}$

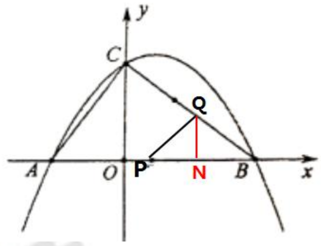
②PB=PQ，如图过点 P 作 PM⊥BQ 于点 M，易证△BMP∽BOC

$\frac{BP}{BC}=\frac{BM}{OB}$ 即 $\frac{5-t}{4}=\frac{\frac{1}{2}t}{\frac{16}{5}}$；解得 $t=\frac{40}{13}$




③QP=QB，如图过点 Q 作 QN⊥BP 于点 N，易证△BQN∽BCO

$\frac{BQ}{BC}=\frac{BN}{OB}$ 即 $\frac{t}{4}=\frac{\frac{1}{2}(5-t)}{\frac{16}{5}}$；解得 $t=\frac{25}{13}$




综上所述：$t_1=\frac{5}{2},t_2=\frac{40}{13},t_3=\frac{25}{13}$

（3）解：过点 Q 作 QN⊥BP 于点 N(如上图)，易得 $\frac{BQ}{BC}=\frac{QN}{OC}$，即 $\frac{t}{4}=\frac{QN}{\frac{12}{5}}$，解得

$QN=\frac{3}{5}t$

$\therefore\ S_{\text{四边形}APQC}=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle BPQ}=\frac{1}{2}\times5\times\frac{12}{5}-\frac{1}{2}(5-t)\frac{3}{5}t=\frac{3}{10}t^2-\frac{3}{2}t+6$

当 $t=-\frac{b}{2a}=-\frac{-\frac{3}{2}}{2\times\frac{3}{10}}=\frac{5}{2}$ 时，$S$ 有最小值，

此时 $P(\frac{7}{10},0)$ $Q(\frac{6}{5},\frac{3}{2})$ $B(\frac{16}{5},0)$，$PQ$ 中点坐标为（$\frac{\frac{7}{10}+\frac{6}{5}}{2},\frac{0+\frac{3}{2}}{2}$）即（$\frac{19}{20},\frac{3}{4}$）

$BD$ 中点也是（$\frac{19}{20},\frac{3}{4}$）设点 $D(m,n)$ 得到 $D(-\frac{13}{10},\frac{3}{2})$

当 $x=-\frac{13}{10},y=\frac{15}{16}\neq\frac{3}{2}$，∴点 D 不在抛物线上