



2016 小升初心远中学面试真题独家解析

(2017 年 4 月 14 日星期五)

2016 年心远中学数学面试模拟题（五）解析：

【模拟练习 5】

我们知道整数裂项的方法，例如： $1 \times 2 = (1 \times 2 \times 3 - 0 \times 1 \times 2) \times \frac{1}{3}$

$$2 \times 3 = (2 \times 3 \times 4 - 1 \times 2 \times 3) \times \frac{1}{3}$$

$$3 \times 4 = (3 \times 4 \times 5 - 2 \times 3 \times 4) \times \frac{1}{3}$$

.....

请证明： $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ 。(n 为自然数)



泡泡少儿教育™
POP KIDS EDUCATION



2016 小升初心远中学面试真题独家解析

(2017 年 4 月 14 日星期五)

解答：

解：

$$1^2+2^2+3^2+4^2+\cdots+n^2$$

$$=[1\times 2+2\times 3+3\times 4+\cdots+n\times (n+1)]-(1+2+3+4+\cdots+n)$$

$$=\left\{(1\times 2\times 3-0\times 1\times 2)\times \frac{1}{3}+(2\times 3\times 4-1\times 2\times 3)\times \frac{1}{3}+\cdots+[n(n+1)(n+2)-(n-1)n(n+1)]\times \frac{1}{3}\right\}$$

$$-\frac{(1+n)\times n}{2}$$

$$=\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)-\frac{(1+n)\times n}{2}$$

$$=n(n+1)\times\left[\frac{n+2}{3}-\frac{1}{2}\right]$$

$$=n(n+1)\times\left[\frac{2(n+2)}{6}-\frac{3}{6}\right]$$

$$=n(n+1)\times\left[\frac{2n+4-3}{6}\right]$$

$$=n(n+1)\times\frac{2n+1}{6}$$

$$=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\text{所以, } 1^2+2^2+3^2+4^2+\cdots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$