太原市 2017 年高三年级模拟试题（三）

数学试卷（理工类）

一、选择题：

1. 已知 i 是虚数单位，复数 z 满足 $\dfrac{z}{2+z}=i$，则复数 z 在复平面内对应的点的坐标是（　　）

A. $\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$　　B. $(-1,1)$

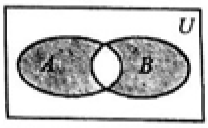
C. $\left(\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{2}\right)$　　D. $(1,-1)$

答案：B

考点：复数的计算和坐标表示

解析：由题 $\dfrac{z}{2+z}=i$ 得 $z=\dfrac{2i}{1-i}=\dfrac{2i(1+i)}{(1-i)(1+i)}=i(1+i)=-1+i$，所以复数 z 在复平面内对应的点的坐标是 $(-1,1)$.

2. 已知全集 $U=R$，集合 $A=\{x|x(x+2)<0\},B=\{x||x|\le 1\}$，则下图阴影部分表示的集合是



A. $(-2,1)$　　B. $[-1,0]\cup[1,2)$

C. $(-2,-1)\cup[0,1]$　　D. $[0,1]$

答案：C

考点：集合的运算

解析：$A=\{x|-2<x<0\},B=\{x|-1\le x\le 1\}$，因为 $A\cap B=\{x|-1\le x<0\}$，则所求为其补集，所以表示的集合为 $(-2,-1)\cup[0,1]$.

3. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(3,1)$，且 $P(X\ge 4)=0.1587$，则 $P(2<X<4)=$（　　）

A. 0.6826　　B. 0.3413

C. 0.0603　　D. 0.9207

答案：A

考点：正态分布

解析：随机变量 X 服从正态分布 $N(3,1)$，根据正态分布的对称性可知 $P(X\le 2)=P(X\ge 4)=0.1587$，因此，

$P(2<X<4)=1-P(X\le 2)-P(X\ge 4)-1$ 0.×15=。

4. 我国古代数学名著《九章算术》的论割圆术中有：“割之弥细，所失弥少，割之又割，以至于不可割，则与圆周合体而无所失矣。”它体现了一种无限与有限的转化过程，比如在表达式$1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cdots}}$中“…”即代表无限次重复，但原式却是个定值，它可以通过方程$1+\frac{1}{x}=x$求得$x=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$。类比上述过程，则$\sqrt{3+2\sqrt{3+2\sqrt{\cdots}}}=$（　　）

A. 3　　　　B. $\frac{\sqrt{13}+1}{2}$

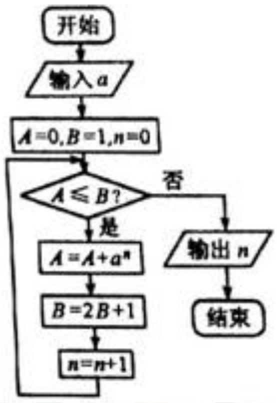
C. 6　　　　D. $2\sqrt{2}$

答案：A

考点：数学文化（《九章算术》），转化思想

解析：根据题意，可以列出方程$\sqrt{3+2x}=x$，解得$x=3$。

5. 执行右边的程序框图，如果输入的$a=3$，则输出的$n=$（　　）



A. 2　　　　B. 3

C. 4　　　　D. 5

答案：C

考点：程序框图

解析：根据程序框图执行程序，第一次执行循环体，$A<B$，$A=0+3^0=1$，$B=2\times1+1=3,n=1$，$n=1$；第二次执行循环体，$A<B$，$A=1+3^1=4$，$B=2\times3+1=7$ $n=2$；第三次执行循环体，$A<B$，$A=13+3^3=40$，$B=2\times15+1=31$，$n=4$；第四次执行循环体，$A>B$，不满足判断框中的条件，终止循环，输出$n=4$。

6.在ΔABC中，$AB=3,AC=2,\angle BAC=60^\circ$，点$P$是$\Delta ABC$内一点（含边界），若$\overrightarrow{AP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{AC}$，则$|\overrightarrow{AP}|$的取值范围为

$A.[2,\frac{2\sqrt{10+3\sqrt{3}}}{3}]$　　$B.[2,\frac{8}{3}]$　　$C.[0,\frac{2\sqrt{13}}{3}]$　　$D.[2,\frac{2\sqrt{13}}{3}]$

答案：D.

考点：平面向量的线性运算

解析：点P是$\triangle ABC$内一点（含边界），且$\overrightarrow{AP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{AC}$，根据向量相加符合平行四边形原则，则找到$P$点临界值：$\lambda=0$时，

$|\overrightarrow{AP}|_{\min}=2$，$\lambda=\frac{1}{3}$时，$B,P,C$三点共线此时$|\overrightarrow{AP}|$最大，由余弦定理可得到$|\overrightarrow{AP}|_{\max}=\frac{2\sqrt{13}}{3}$.

7.已知某产品的广告费用x（单位：万元）与销售额y（单位：万元）具有线性相关关系，其统计数据如下表：

x	3	4	5	6
y	25	30	40	45

由上表可得线性回归方程 $y=\hat{b}x+a$，据此模型预报广告费用为 8 万元时的销售额是

A.59.5　　　　B.52.5　　　　C.56　　　　D.63.5

附：$\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\bar{x}^2};a=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$

答案：A.

考点：线性回归预测

解析：由数据计算得到 $\hat{b}=7,a=3.5$， $y=7x+3.5$， $x=8,y=59.5$.

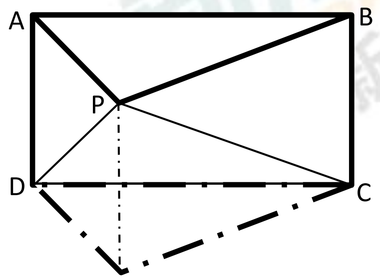
8.某几何体的三视图如图所示，则该几何体中最长的棱长为

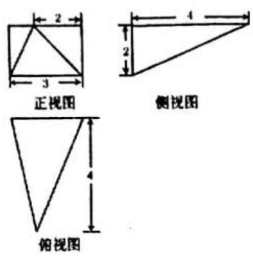
$A.3\sqrt{3}$　　　　$B.2\sqrt{6}$　　　　$C.\sqrt{21}$　　　　$D.2\sqrt{5}$

答案：B.

考点：三视图与直观图

分析：如图所示直观图，是底面垂直放置的四棱锥 $P-ABCD$，最大的边长即 PC 边， $PC=2\sqrt{6}$.





9.已知$\{a_n\}$的前 n 和为 S_n， 点(n,S_n+3) $(n\in N^*)$ 在函数 $y=3\times2^x$ 的图像上，等比数列$\{b_n\}$满足 $b_n+b_{n+1}=a_n$，其前 n 项和为 T_n，则下列结论正确的是（　　）

$A.S_n=2T_n$　　　　$B.T_n=2b_n+1$　　　　$C.T_n>a_n$　　　　$D.T_n<b_{n+1}$

答案：D

考点：数列通项和求和

解析：由题 $S_n+3=3\times2^n,S_{n-1}+3=3\times2^{n-1},$得$a_n=3\times2^{n-1},$所以，$b_n=2^{n-1},T_n=2^n-1,$选$D$

10.已知函数 $f(x)$ 是偶函数， $f(x+1)$ 是奇函数，且对于任意 $x_1,x_2\in[0,1]$，且 $x_1\neq x_2$，都有 $(x_1-x_2)[f(x_1)-f(x_2)]<0$，设 $a=f(\frac{82}{11}),b=-f(\frac{50}{9}),c=f(\frac{24}{7})$，则下列结论正确的是

$A.a>b>c$　　　　$B.b>a>c$　　　　$C.b>c>a$　　　　$D.c>a>b$

答案：B.

考点：函数性质综合应用

解析：函数 $f(x)$ 是偶函数且 $f(x+1)$ 是奇函数， $f(x)$ 关于（1,0）点对称，则 $f(x)$ 周期 T=4，

$a=f(\frac{82}{11})=f(-\frac{6}{11})=f(\frac{6}{11}),\ b=-f(\frac{50}{9})=f(-\frac{32}{9})=f(\frac{4}{9}),c=f(\frac{24}{7})=f(-\frac{4}{7})=f(\frac{4}{7})$，

对于任意 $x_1,x_2\in[0,1]$，且 $x_1\neq x_2$，都有 $(x_1-x_2)[f(x_1)-f(x_2)]<0$，即 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上单调递减，$1>\frac{4}{7}>\frac{6}{11}>\frac{4}{9}>0$，所以 $b>a>c$.

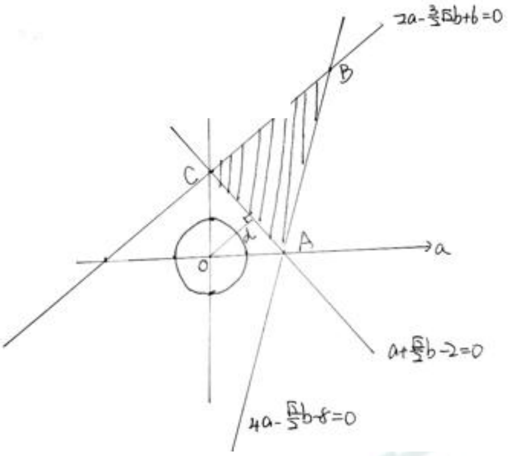
11. 已知实数 x,y 满足条件 $\begin{cases}4x-y-8\le 0\\2x-3y+6\ge 0\\x+y-2\ge 0\end{cases}$，若 $x^2+2y^2\ge m$ 恒成立，则实数 m 的最大值为（　　）

A. 5　　　B. $\frac{4}{5}$　　　C. $\sqrt{2}$　　　D. $\frac{8}{3}$

答案：D

考点：线性回归方程；恒成立思想

解析：令 $a=x,b=\sqrt{2}y$，则不等式 $x^2+2y^2\ge m$ 等价为 $a^2+b^2\ge m$，约束条件等价为 $\begin{cases}4a-\frac{\sqrt{2}}{2}b-8\le 0\\2a-\frac{3\sqrt{2}}{2}b+6\ge 0\\a+\frac{\sqrt{2}}{2}b-2\ge 0\end{cases}$，作出不等式组对应的平面区域如图，其中可行域为 ΔABC，令 $z=a^2+b^2$，则 z 的几何意义是区域内的点到原点的距离，由图像知原点到 $\sqrt{2}a+y-2\sqrt{2}=0$ 的距离最小，此时原点到直线的距离为：$d=\frac{|-\sqrt{2}|}{\sqrt{1^2+\sqrt{2}^2}}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$，则 $z=d^2=\frac{8}{3}$，即 $m\le\frac{8}{3}$，即实数 m 的最大值为 $\frac{8}{3}$。

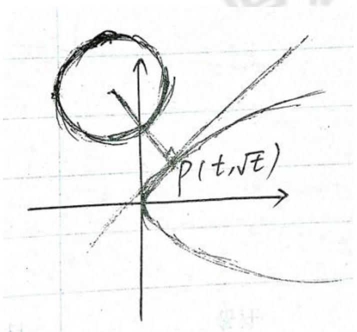


12. 已知点 P 在抛物线 $y^2=x$ 上，点 Q 在圆 $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+(y-4)^2=1$ 上，则 $|PQ|$ 的最小值为（　　）

A. $\frac{3\sqrt{5}}{2}-1$　　　B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}-1$　　　C. $2\sqrt{3}-1$　　　D. $\sqrt{10}-1$

答案：A

考点：解析几何最值问题

解析：

如图可知当点 P 处的切线与直线 QP 垂直时，达到最小值，设点 P $P(t,\sqrt{t}), y=\sqrt{x}$ 在点 P 处的切线斜率为

$\frac{1}{2\sqrt{t}}$,有$\frac{4-\sqrt{t}}{-\frac{1}{2}-t}\bullet\frac{1}{2\sqrt{t}}=-1$ ，

令$\sqrt{t}=x$，即$4-x=2x(\frac{1}{2}+x^2), x^3+x-2=0$,得（$x-1)(x^2+x+2)=0, x=1$，故距离最小值为$\sqrt{(1+\frac{1}{2})^2+(4-1)^2}-1=\frac{3\sqrt{5}}{2}-1$

二、填空题：

13. 现采用随机模拟的方法估计某运动员射击击中目标的概率，先由计算器给出 0 到 9 之间取整数的随机数，指定 0,1,2,3 表示没有击中目标，4,5,6,7,8,9 表示击中目标，以 4 个随机数为一组，代表射击 4 次的结果，经随机模拟产生了 20 组如下的随机数：

7527　0293　7140　9857　0347　4373　8636　6947　1417　4698

0371　6233　2616　8045　6011　3661　9597　7424　7610　4281

根据以上数据估计该运动员射击 4 次至少击中 3 次的概率为__________。

答案：0.4

考点：模拟方法估计概率、随机数的含义与应用

解析：在 20 组随机数中表示射击 4 次至少击中 3 次的有：7527　9857　8636　6947　4698　8045　9597　7424

共 8 组随机数，则所求概率为 $P=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$=0.4

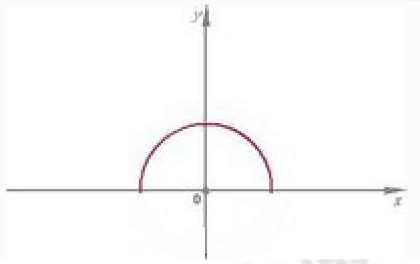
14. $\int_{-1}^{1}\left(\sqrt{1-x^2}+\sin x\right)dx=$__________。

答案：$\frac{\pi}{2}$

考点：定积分的运算

解析：$\int_{-1}^{1}\left(\sqrt{1-x^2}+\sin x\right)dx=\int_{-1}^{1}\sqrt{1-x^2}dx+\int_{-1}^{1}\sin xdx$；其中$\int_{-1}^{1}\sqrt{1-x^2}dx$表示图中所示半圆的面积，为$\frac{\pi}{2}$，$\int_{-1}^{1}\sin xdx=$

$-\cos x|_{-1}^{1}=-\left(\cos 1-\cos(-1)\right)=0$，所以原式=$\frac{\pi}{2}$。

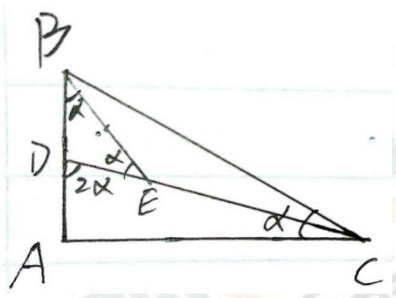


15. 在ΔABC中$AB=2, AC=3, \angle BAC=90^\circ$,点$D$在$AB$上，点$E$在$CD$上，且$\angle ACB=\angle DBE=\angle DEB$，则$DC=$__________。

答案：$\frac{13}{4}$

考点：解三角形

解析：



如图，$Rt\Delta ABC$中，$\cos\angle C=\frac{3}{\sqrt{13}}$，$Rt\Delta ADC$中，$\cos\angle D=2\cos^2 C-1=2(\frac{3}{\sqrt{13}})^2-1=\frac{5}{13}$，$\sin\angle D=\frac{12}{13}=\frac{AC}{CD}=\frac{3}{CD}$，$\therefore CD=\frac{13}{4}$

16.已知过点 $A(-2,0)$ 的直线与 $x=2$ 相交于点 C，过点 $B(2,0)$ 的直线与 $x=-2$ 相交于点 D，若直线 CD 与圆 $x^2+y^2=4$ 相切，则直线 AC 与 BD 的交点 M 的轨迹方程为__________。

答案：$\frac{x^2}{4}+y^2=1(y\neq 0)$

考点：圆锥曲线求轨迹方程的参数法，直线和圆的位置关系。

解析：由题可得：

设 $C(2,y_1),D(-2,y_2)$　$\therefore k_{AC}=\frac{y_1}{4},k_{BD}=-\frac{y_2}{4}$

$\therefore AC: y=\frac{y_1}{4}(x+2); BD: y=-\frac{y_2}{4}(x-2)$

联系 AC 和 BD 两直线可得：$M(\frac{2y_2-2y_1}{y_2+y_1},\frac{y_1y_2}{y_2+y_1})$

由 C,D 两点坐标得直线 $CD:(y_1-y_2)x-4y+2(y_1+y_2)=0$

因为直线 CD 与圆 $x^2+y^2=4$ 相切，所以

$d=\frac{|2(y_1+y_2)|}{\sqrt{(y_1-y_2)^2+16}}=2$　　　得：$y_1y_2=4$

设 M 的坐标为 (x,y)

得：$x=\frac{2y_2-2y_1}{y_2+y_1}; y=\frac{4}{y_2+y_1}$　　　$\therefore y_1+y_2=\frac{4}{y}; y_2-y_1=\frac{2x}{y}$

$\because (y_2+y_1)^2-(y_2-y_1)^2=4y_1y_2=16$

$\therefore (\frac{4}{y})^2-(\frac{2x}{y})^2=16$　$\therefore \frac{x^2}{4}+y^2=1(y\neq 0)$

三、解答题：

17.已知 $\vec{m}=(\sqrt{3}\sin\frac{x}{3},\cos\frac{x}{3}),\vec{n}=(\cos\frac{x}{3},\sin\frac{x}{3}),f(x)=\vec{m}\bullet\vec{n}$　。

(1)　求函数 $f(x)$ 的最小正周期和单调增区间；

(2)　若 a,b,c 分别是 ΔABC 的内角 A,B,C 所对的边，且 $a=2,(2a-b)\cos C=c\cos B,f(A)=\frac{3}{2}$，求 c 。

考点：数量积坐标运算，解三角形。

解析：

(1) $\because f(x)=\vec{m}\bullet\vec{n}=\sqrt{3}\sin\frac{x}{3}\cos\frac{x}{3}+\cos^2\frac{x}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\frac{2x}{3}+\frac{1}{2}(\cos\frac{2x}{3}+1)=\sin(\frac{2x}{3}+\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}$

$\therefore f(x)$ 的最小正周期为 3π

令 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le\frac{2x}{3}+\frac{\pi}{6}\le\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$

则 $-\pi+3k\pi\le x\le\frac{\pi}{2}+3k\pi$ ，$\therefore f(x)$ 的单调增区间为 $[-\pi+3k\pi,\frac{\pi}{2}+3k\pi],(k\in Z)$

(2) $\because$ $(2a-b)\cos C=c\cos B$, $\therefore 2\sin A\cos C=\sin B\cos C+\cos B\sin C=\sin A,\because 0<A<\pi,\therefore \sin A>0,\therefore \cos C=\frac{1}{2}$

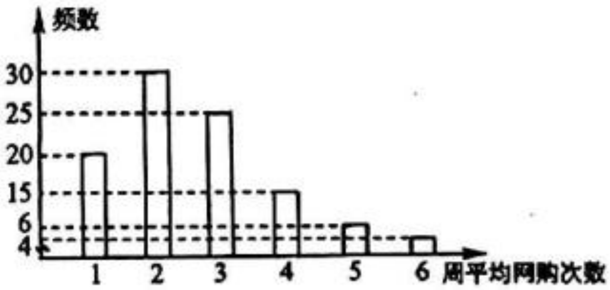
$\therefore C=\frac{\pi}{3}$ $\because f(A)=\sin(\frac{2A}{3}+\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ $\therefore \frac{2A}{3}+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2},\therefore A=\frac{\pi}{2},\therefore c=\frac{a\sin C}{\sin A}=2\sin\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$

18.（本小题满分 12 分）

网购是当前民众购物的新方式，某公司为改进营销方式，随机调查了 100 名市民，统计其周平均网购的次数，并整理得到如下的频数分布直方图.这 100 名市民中，年龄不超过 40 岁的有 65 人.将所抽样本中周平均网购次数不小于 4 次的市民称为网购迷，且已知其中有 5 名市民的年龄超过 40 岁.

（Ⅰ）根据已知条件完成下面的 2X2 列联表，能否在犯错误的概率不超过 0.10 的前提下认为网购迷与年龄不超过 40 岁有关?

	网购迷	非网购迷	合计
年龄不超过 40 岁			
年龄超过 40 岁			
合计			



（Ⅱ）若从网购迷中任意选取 2 名，求其中年龄超过 40 岁的市民人数 ε 的分布列与期望.

附：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$；

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.01
k_0	2.072	2.706	3.841	6.635

考点：独立性检验与超几何分布

解析：（Ⅰ）由题意可得列联表如下：

	网购迷	非网购迷	合计
年龄不超过 40 岁	20	45	65
年龄超过 40 岁	5	30	35

合计	25	75	100

假设网购迷与年龄不超过 40 岁没有关系，则

$$k=\frac{100\times(20\times30-45\times5)^2}{65\times35\times25\times75}\approx3.297>2.706.$$

所以可以在犯错误的概率不超过 0.10 的前提下认为网购迷与年龄不超过 40 岁有关;

（Ⅱ）由频率分布直方图可知，网购迷共有 25 名，由题意得年龄超过 40 的市民人数 ε 的所有取值为 0,1,2.

$$P(\varepsilon=0)=\frac{C_{20}^2}{C_{25}^2}=\frac{19}{30};$$

$$P(\varepsilon=1)=\frac{C_{20}^1C_5^1}{C_{25}^2}=\frac{1}{3};$$

$$P(\varepsilon=2)=\frac{C_5^2}{C_{25}^2}=\frac{1}{30}.$$

$\therefore\varepsilon$ 的分布列为

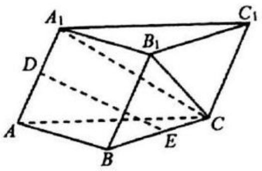
ε	0	1	2
P	$\frac{19}{30}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{30}$

$$\therefore E\varepsilon=0\times\frac{19}{30}+1\times\frac{1}{3}+2\times\frac{1}{30}=\frac{2}{5}$$

19.如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,侧面 $ACC_1A_1\perp$ 底面 ABC , $\angle A_1AC=60^\circ$, $AC=2AA_1=4$,点 D,E 分别是 AA_1,BC 的中点,

(I)证明: $DE\parallel$ 平面 A_1B_1C ；

(II)若 $AB=2$，$\angle BAC=60^\circ$ ，求直线 DE 与平面 ABB_1A_1 所成角的正弦值。



解：(I)作 B_1C 的中点 G ，连接 EG,DG

$\because E,G$ 为中点 $\therefore EG\underset{=}{\parallel}\frac{1}{2}BB_1$ 又 $\because AA_1\underset{=}{\parallel}BB_1$ $\therefore EG\underset{=}{\parallel}\frac{1}{2}A_1$ 又 $\because D$ 为 AA_1 中点，$\therefore A_1D\underset{=}{\parallel}\frac{1}{2}AA_1$

$\therefore EG\underset{=}{\parallel}A_1D$ $\therefore$ 面 A_1DE 为平行四边形 $\therefore DE\parallel A_1G_1$

又 $\because A_1G\subset$ 面 A_1B_1C

$\therefore DE\parallel$ 平面 A_1B_1C

(2)过 A_1 作 AC 的垂线,垂足为 H

$\because$ 面 $ABC\perp$ 面 AA_1C_1C $\therefore A_1H\perp$ 面 ABC $\because\angle BAC=60^\circ$ $AB=2$，$AC=4$

$\therefore BC=2\sqrt{3}$

$\angle ABC=90^\circ$

建立空间直角坐标系

$H(0,0,0)$，$D(0,-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，$E(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2},0)\therefore \overrightarrow{DE}=(\frac{\sqrt{3}}{2},2,-\frac{\sqrt{3}}{2})$

$A(0,-1,0)$，$A_1(0,0,\sqrt{3})$，$B(\sqrt{3},0,0)$,$\overrightarrow{AA_1}=(0,1,\sqrt{3})$,$\overrightarrow{AB}=(\sqrt{3},1,0)$

设面 ABB_1A_1 的法向量为 $\vec{m}$

$\begin{cases}\overrightarrow{AA_1}\cdot\vec{m}=0\\ \overrightarrow{AB_1}\cdot\vec{m}=0\end{cases}$ $\therefore$ 不妨设 $\vec{m}=(1,-\sqrt{3},1)$ $\therefore|\sin\theta|=\left|\cos\langle\overrightarrow{DE}\cdot\vec{m}\rangle\right|=\frac{\overrightarrow{DE}\cdot\vec{m}}{|\overrightarrow{DE}||\vec{m}|}=\frac{2\sqrt{330}}{55}$

20.已知动点 C 到 $F(1,0)$ 的距离比到直线 $x=-2$ 的距离小 1，动点 C 的轨迹为 E .

（Ⅰ）求曲线 E 的方程；

（Ⅱ）若直线 l：$y=kx+m(km<0)$ 与曲线 E 相交于 A,B 两个不同点，且 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=5$, 证明：直线 l 经过一个定点.

考点：圆锥曲线定义，恒过定点问题

解析：

（Ⅰ）由题意知，动点 C 到 $F(1,0)$ 的距离等于到到直线 $x=-1$ 的距离，则轨迹为 E 为开口向右的抛物线，则其标准方程为 $y^2=2px(p>0)$，$\frac{p}{2}=1$，则动点 C 的轨迹为 $y^2=4x$.

（Ⅱ）联立方程 $\begin{cases}y^2=4x\\ y=kx+m\end{cases}\Rightarrow k^2x^2+2(km-2)x+m^2=0$， $x_1+x_2=\frac{2(2-km)}{k^2},x_1x_2=\frac{m^2}{k^2}$，

又 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=5$, 则 $x_1x_2+y_1y_2=5$, $x_1x_2+(kx_1+m)(kx_2+m)=5$， $(1+k^2)x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2-5=0$

$(1+k^2)\frac{m^2}{k^2}+km\frac{2(2-km)}{k^2}+m^2-5=0$，化简得 $m^2+4km-5k^2=0$， $(m-k)(m+5k)=0$，

又因为 $km<0$， 则 $m=-5k$， 则 $y=kx+m=y=kx-5k=k(x-5)$， 所以直线恒过 $(5,0)$ 点.

21.已知函数 $f(x)=x^2-2x+1,g(x)=2a\ln(x-1)(a\in R)$。

（1）求函数 $h(x)=f(x)-g(x)$ 的极值；

（2）当 $a>0$ 时，若存在实数 k,m 使得不等式 $g(x)\le kx+m\le f(x)$ 恒成立，求实数 a 的取值范围。

考点：导数的极值分类讨论；导数研究不等式。

答案：（1）由题意可得 $h(x)=(x-1)^2-2a\ln(x-1)(x>1)$

$\therefore h'(x)=\frac{2[(x-1)^2-a]}{x-1}$

当 $a\le 0$ 时，即 $h'(x)>0$，此时 $h'(x)$ 无极值；

当 $a>0$ 时，令 $h'(x)<0$，则 $1<x<\sqrt{a}+1$；令 $h'(x)>0$，则 $x>1+\sqrt{a}$；

$\therefore h(x)$ 在 $(1,1+\sqrt{a}]$ 上递减，在 $(1+\sqrt{a},+\infty)$ 上递增；

$\therefore h(x)$ 有极小值 $h(1+\sqrt{a})=a(1-\ln a)$，无极大值；

（2）当 $a>0$ 时,由（1）知， $h(x)$ 在 $(1,1+\sqrt{a}]$ 上递减，在 $(1+\sqrt{a},+\infty)$ 上递增,且有极小值 $h(1+\sqrt{a})=a(1-\ln a)$，

①当 $a>e$ 时， $h(1+\sqrt{a})=a(1-\ln a)<0$， $\therefore f(1+\sqrt{a})<g(1+\ln a)$，

此时，不存在实数 k， m， 使得 $g(x)\le kx+m\le f(x)$ 恒成立；

②当 $0<a<e$ 时， $h(1+\sqrt{a})=a(1-\ln a)\ge 0$，

$f(x)=x^2-2x+1$ 在 $x=1+\sqrt{a}$ 处的切线方程为 $y=2\sqrt{a}x-(2\sqrt{a}+a)$，

令 $u(x)=f(x)-[2\sqrt{a}x-(2\sqrt{a}+a)],x>1$，则 $u(x)=[x-(1+\sqrt{a})]^2\geq 0,\therefore 2\sqrt{a}\,\mathrm{x}-(2\sqrt{a}+a)\leq f(x)$，

令 $v(\mathrm{x})=2\sqrt{a}\,\mathrm{x}-(2\sqrt{a}+a)-\mathrm{g}(x)=2\sqrt{a}\,\mathrm{x}-(2\sqrt{a}+a)-2a\ln(\mathrm{x}-1),\mathrm{x}>1$ 则 $v'(\mathrm{x})=\dfrac{2\sqrt{a}[\mathrm{x}-(1+\sqrt{a})]}{x-1}$

令 $v'(\mathrm{x})<0$ 则 $1<x<1+\sqrt{a}$；令 $v'(\mathrm{x})>0$ 则 $x>1+\sqrt{a}$；$\therefore v'(\mathrm{x})\geq \mathrm{v}(1+\sqrt{a})=a(1-\ln a)\geq 0\therefore \mathrm{g(x)}\leq 2\sqrt{a}x-(2\sqrt{a}+a)$

$\therefore g(\mathrm{x})\leq 2\sqrt{a}x-(2\sqrt{a}+a)\leq \mathrm{f(x)}$ 当 $k=2\sqrt{a},m=-2\sqrt{a}-a$ 时，不等式 $g(\mathrm{x})\leq \mathrm{kx+m}\leq \mathrm{f(x)}$ 恒成立。

由上述可得实数 a 取值范围为 $(0,e]$

22.（本小题满分 10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+2\cos\varphi \\ y=2\sin\varphi \end{cases}$（$\varphi$ 为参数）.以原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=4\sin\theta$

(I) 求曲线 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程；

(II) 已知曲线 C_3 的极坐标方程为 $\theta=\alpha\,(0<\alpha<\pi,\rho\in R)$，点 A 是曲线 C_3 与 C_1 的交点，点 B 是曲线 C_3 与 C_2 的交点，且 A,B 均异于原点 O，且 $|AB|=4\sqrt{2}$，求实数 a 的值.

考点：参数方程和普通方程互化，极坐标方程和直角坐标方程互化，极坐标中极径的意义

解析：(I) 由 $\begin{cases} x=2+2\cos\varphi \\ y=2\sin\varphi \end{cases}$ 消参得 C_1 的普通方程为 $(x-2)^2+y^2=4$

$\because\ \rho=4\sin\theta \quad \therefore \rho^2=4\rho\sin\theta$ 即得 C_2 的直角坐标方程为 $x^2+(y-2)^2=4$

(II) 将 C_1：$(x-2)^2+y^2=4$ 化为极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$

设 $A(\rho_1,\alpha)$，$B(\rho_2,\alpha)$

由题可得 $|AB|=|\rho_1-\rho_2|=|4\sin\alpha-4\cos\alpha|=4\sqrt{2}\left|\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{4}\right)\right|=4\sqrt{2}$

$\therefore\ \sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{4}\right)=\pm 1$

$\because\ 0<\alpha<\pi \quad \therefore\ -\dfrac{\pi}{4}<\alpha<\dfrac{3\pi}{4} \quad \therefore\ \alpha-\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{2}$ 即 $\alpha=\dfrac{3\pi}{4}$

23.（本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式选将

已知函数 $f(x)=2|x+a|+\left|x-\dfrac{1}{a}\right|(a\neq 0)$。

（1）当 $a=1$ 时，解不等式 $f(x)<4$；

（2）求函数 $g(x)=f(x)+f(-x)$ 的最小值。

考点：含绝对值的不等式，三角不等式的应用

解析:（1）当 $a=1$ 时，$f(x)=2|x+1|+|x-1|=\begin{cases}3x+1, x\ge 1\\ x+3, -1\le x<1\\ -3x-1, x<-1\end{cases}$，解下列不等式:

$\begin{cases}3x+1<4\\ x\ge 1\end{cases}\Rightarrow\varnothing$; $\begin{cases}x+3<4\\ -1\le x<1\end{cases}\Rightarrow -1\le x<1$; $\begin{cases}-3x-1<4\\ x<-1\end{cases}\Rightarrow -\frac{5}{3}<x<-1$，综上可得原不等式的解集为: $\{x|-\frac{5}{3}<x<1\}$。

（2）$g(x)=f(x)+f(-x)=2|x+a|+\left|x-\frac{1}{a}\right|+2|x-a|+\left|x+\frac{1}{a}\right|=2(|x+a|+|a-x|)+(\left|\frac{1}{a}-x\right|+\left|x+\frac{1}{a}\right|)$

$\ge 2(|x+a+a-x|)+\left|\frac{1}{a}-x+x+\frac{1}{a}\right|=4|a|+2\left|\frac{1}{a}\right|\ge 4\sqrt{2}$，

当且仅当 $2|a|=\left|\frac{1}{a}\right|$，即 $a=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$，且 $-\frac{\sqrt{2}}{2}\le x\le\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时，取 $g(x)$ 最小值为 $4\sqrt{2}$。