太原市 2017 年初中毕业班综合测试(三)

数　　学

第 I 卷　　选择题(共 30 分)

一、 选择题(每小题只有一个选项符合题意，每小题 3 分，共 30 分。请将正确选项的序号填入下面的答案栏中)

1. -2 的相反数是(　　)

A.2　　B.-2　　C.$\frac{1}{2}$　　D.- $\frac{1}{2}$

【答案】A

【考点】相反数

【解析】−2 的相反数是 2

2. 下列运算正确的是(　　)

A.$4a^2-(2a)^2=2a^2$　　B. $(-a^2)\cdot a^3=a^6$　　C. $(-2x^2)^3=-8x^6$　　D. $(-x)^2\div x=-x$

【答案】C

【考点】幂的综合运算

【解析】A. $4a^2-(2a)^2=4a^2-4a^2=0$；B. $(-a^2)\cdot a^3=-a^{2+3}=-a^5$；D. $(-x)^2\div x=x^2\div x=x$

3. 在学校春季运动会上，参加男子跳高的 15 名运动员的最后成绩如下表：

跳高成绩(m)	1.50	1.55	1.60	1.65	1.70	1.75
跳高人数	1	3	2	3	5	1

这些跳高成绩的中位数和众数分别是(　　)

A. 1.70m,1.65m　　B. 1.65m,1.70m　　C. 1.625m,1.70m　　D. 1.60m,1.70m

【答案】B

【考点】中位数、众数

【解析】众数是出现次数最多的数，1.70m 出现次数最多，故众数为 1.70m

将 15 名运动员的成绩按从小到大的顺序排列：

1.50、1.55、1.55、1.55、1.60、1.60、1.65、1.65、1.65、1.70、1.70、1.70、1.70、1.70、1.75； 中间的数为 1.65m，即中位数为 1.65m

4. 不等式组$\begin{cases} x-1<1 \\ x \geq -1 \end{cases}$的解集在数轴上表示正确的是（ ）

【答案】B

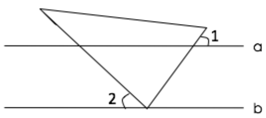
【考点】不等式解集在数轴上的表示

【解析】解 x-1<1 得：x<2；在数轴上表示为 x=2 左边的部分，排除 C、D

不等式 x≥-1，在数轴上表示为 x=-1 右边及 x=-1 点的部分，排除 A，所以选 B.

5. 如图,直线 a∥b ,直角三角板的直角顶点放在直线 b 上，一条直角边与直线 a 所形成的∠1=55°，则另外一条直角边与直线 b 所形成的∠2 的度数为 （ ）

A.25° B.30° C.35° D.40°

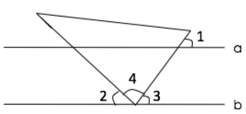


【答案】C

【考点】平行线的性质

【解析】如图所示：

∵a∥b ∴∠3=∠1=55° ∴∠2=180°−∠4−∠3=180°−90°−55°=35°



6. 一个不透明的口袋中有红色、黑色、白色的玻璃球共 40 个，这些球除颜色外都相同，小李将口袋中的球搅拌均匀，从中随机摸出一个球，记下它的颜色后再放回口袋中，不断重复这一过程，通过大量摸球试验后，统计结果显示摸到红色球、黑色球的频率稳定在 15%和 45%，则口袋中白色球的个数可能是（　　）

A. 24　　　　B. 20　　　　C. 18　　　　D. 16

【答案】D

【考点】频率估算概率

【解析】白色球的频率约为 1−15%−45%=40%，所以白色球约为 40×40%=16 个

7. 三国魏景元 4 年（公元 263 年）由我国古典数学理论的奠基人之一刘徽完成了《九章算术注》十卷，《重差》为第一卷，它是我国学者编撰的最早的一部测量数学著作，亦为地图学提供了数学基础，该卷中的第一个问题是求海岛上的山峰的高度，这本书的名称是（　　）

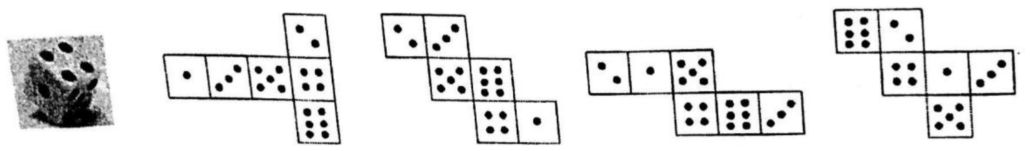
A.《海岛算经》　　B.《孙子算经》　　C. 《九章算术》　　D.《五经算术》

【答案】A

【考点】数学文化

【解析】《海岛算经》共九问。都是用表尺重复从不同位置测望，取测量所得的差数，进行计算从而求得山高或谷深，这就是刘徽的重差理论。

8. 如图是一个数学魔方，数学魔方的要求是相对的两个面上的点数和是 7，该魔方可通过纸板折叠和粘接做成，在下面的四个纸板中，可以做成数学魔方的纸板有（　　）



A.4 张　　　　B.3 张　　　　C.2 张　　　　D.1 张

【答案】C

【考点】正方体平面展开图中的对立面

【解析】图 1 相对两个面和分别为 6,7,8；图 2 相对两个面和分别为 6,7,8；最后两个符合题意

9. 志愿者服务站为指导农民发展种植业进行技术培训，三期共培训 95 人，其中第一期培训 20 人，求每期培训人数的平均增长率，设平均增长率为 x ，根据题意列出的方程为（　　）

A. $20(1+x)^2=95$　　B. $20(1+x)^3=95$

C. $20(1+x)+20(1+x)^2=95$　　D. $20(1+x)+20(1+x)^2=95-20$

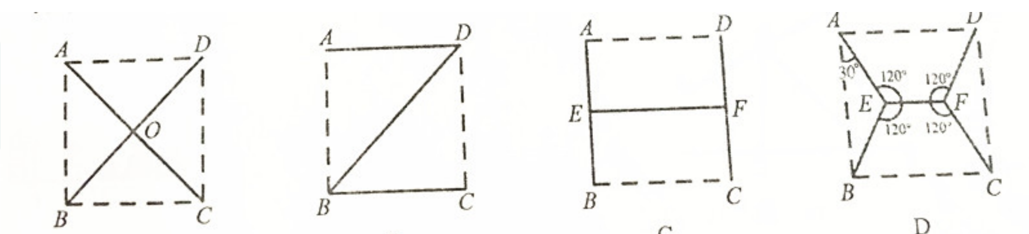
【答案】D

【考点】增长率问题求方程

【解析】(1) 第一期为 20 人，设平均增长率为 x，则第二期为 $20(1+x)$，第三期为 $20(1+x)^2$，

故选 D

10．四座城市 A,B,C,D 分别位于一个边长为 100km 的大正方形的四个顶点，由于各城市之间的商业往来日益频繁，于是政府决定修建公路网连接它们，根据实际，公路总长设计得越短越好。公开招标的信息发布后，一个又一个方案被提交上来，经过初审后，拟从下面四个方案中选定一个再进一步论证，其中符合要求的方案是（　　）



A　　B　　C　　D

【答案】D

【考点】正方形的性质，勾股定理，特殊直角三角形

【解析】

A. AC+BD=200 $\sqrt{2}$ ≈282.84

B. AD+BD+BC=100+100$\sqrt{2}$+100=200+100$\sqrt{2}$≈341.42

C. AB+EF+DC=300

D. AE+BE+EF+FD+FC=$\frac{100\sqrt{3}}{3}+\frac{100\sqrt{3}}{3}$+100−$\frac{100\sqrt{3}}{3}+\frac{100\sqrt{3}}{3}+\frac{100\sqrt{3}}{3}$

=$100\sqrt{3}$+100≈273.21

∵273.21<282.84<300<341.42　　　　∴选 D

第Ⅱ卷　　非选择题（共 90 分）

二、填空题（本大题共 5 个小题，每个小题 3 分，共 15 分）

11．化简 $\frac{2m}{m^2-9}$ - $\frac{1}{m+3}$ 的结果是________.

【答案】$\frac{1}{m-3}$

【考点】分式化简

【解析】$\frac{2m}{m^2-9}-\frac{1}{m+3}=\frac{2m}{(m-3)(m+3)}-\frac{m-3}{(m-3)(m+3)}=\frac{2m-(m-3)}{(m-3)(m+3)}=\frac{1}{m-3}$

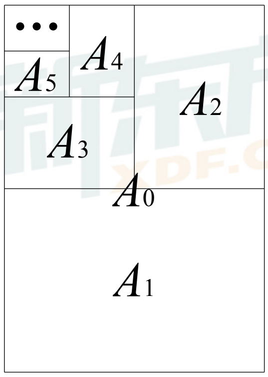
12．新华网北京 2017 年 4 月 18 日电，一季度中国经济“稳”字当头，根据初步核算，国内生产总值约为 181000 亿元，按可比价格计算，GDP 同比增长 6.9%，创下 2015 年 9 月以来的新高，数据 181000 亿元用科学记数法可表示为____________元。

【答案】1.81×10^{13}

【考点】科学记数法

【解析】181000 亿=1.81×10^{13}

13．如果一张矩形纸的长：宽＝$\sqrt{2}:1$，则称这样的纸为标准纸，如图，A_0 是一张长为 a 的标准纸，将 A_0 对折可得标准纸 A_1，依次对折下去，得到的纸都是标准纸，对折 n 次后所得的标准纸 A_n 的长为________.（用含 a 的代数式表示）



【答案】$\dfrac{a}{\left(\sqrt{2}\right)^n}$（或$\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^n a$）

【考点】规律探索

【解析】A_0的长为a，那么A_0的宽为$\dfrac{a}{\sqrt{2}}$，也就是A_1的长为$\dfrac{a}{\sqrt{2}}$，接下来A_1的宽为$\dfrac{a}{\left(\sqrt{2}\right)^2}$，也就是$A_2$的长为$\dfrac{a}{\left(\sqrt{2}\right)^2}$……接下来$A_{n-1}$的宽为$\dfrac{a}{\left(\sqrt{2}\right)^n}$，也就是$A_n$的长为$\dfrac{a}{\left(\sqrt{2}\right)^n}$.

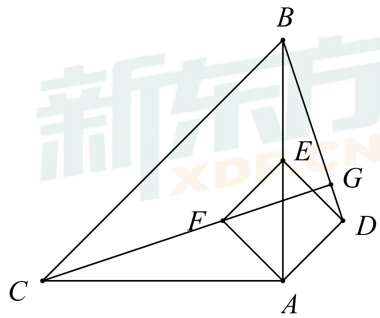
14 .某苗圃计划培育甲乙两种树苗共 2000 棵，据统计两种树苗的成活率分别为 94% 和 99%，要使这批树苗的成活率不低于 96%，求培育甲种树苗至多多少棵？设培育甲种树苗 x 棵，根据题意列出的不等式是__________.

【答案】$94\%x+99\%(2000-x)\geqslant 96\%\times 2000$

【考点】不等式的实际应用

【解析】题中已经设出甲种树苗 x 棵，可以算出乙种树苗(2000－x)棵，故而成活树苗数为 94%x＋99%(2000－x)，那么成活率为$\dfrac{94\%x+99\%(2000-x)}{2000}$，列出的不等式也就是$\dfrac{94\%x+99\%(2000-x)}{2000}\geqslant 96\%$，也可以简化形式为$94\%x+99\%(2000-x)\geqslant 96\%\times 2000$.

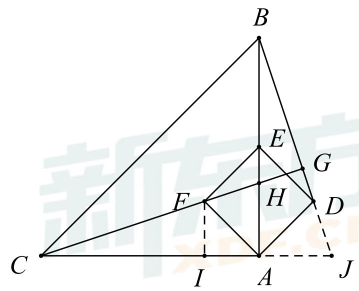
15．如图，在 Rt△ABC 中，AB=AC=4，∠BAC=90°，点 E 为 AB 的中点，以 AE 为对角线作正方形 ADEF，连接 CF 并延长交 BD 于点 G，则线段 CG 的长等于________.



【答案】$\dfrac{8\sqrt{10}}{5}$

【考点】勾股定理、三角形的全等和相似的判定和性质

【解析】设 CG 交 AB 于 H，作 FI⊥AC 于 I，延长 BD 和 CA 交于点 J，



∵AB=AC=4，点 E 为 AB 的中点，　∴AE=2，

又∵正方形 ADEF 以 AE 为对角线，　∴AF=$\sqrt{2}$，∠EAF=∠EAD==45°，

又∵∠BAC=90°，　∴∠CAF=45°，　∴FI=AI=1，　∴CI=3，

∵∠CAH=∠CIF，∠ACH=∠ICF，　∴△CIF∽△CAH，　∴CI:CA=FI:HA，　∴HA=4×1÷3=$\dfrac{4}{3}$，

∵AC=AB，∠CAF=∠BAD，AF=AD，　∴△CAF≌△BAD，　∴∠ACH=∠ABJ，

∴∠CGJ=180°-(∠ACH+∠CJG)=180°-(∠ABJ+∠AJB)=90°，

∵∠ACH=∠ABJ，AC=AB，∠CAH=∠BAJ，　∴△CAH≌△BAJ，　∴AJ=AH=$\dfrac{4}{3}$，CJ=4+$\dfrac{4}{3}=\dfrac{16}{3}$，

∴BJ=$\sqrt{4^2+\left(\dfrac{4}{3}\right)^2}=\dfrac{4\sqrt{10}}{3}$，

由△BCJ 面积不变可得　AB×CJ=BJ×CG，　∴CG=4×$\dfrac{16}{3}\div\dfrac{4\sqrt{10}}{3}=\dfrac{8\sqrt{10}}{5}$.

三、解答题（本大题共 8 个小题，共 75 分）解答时应写出必要的文字说明、推理过程或演算步骤。

16.（本题共 2 个小题，每小题 5 分，共 10 分）

（1）计算：$(-\frac{3}{4})^0+\sqrt{8}-(\frac{1}{2})^{-1}\times\left|1-\sqrt{2}\right|$；

（2）先化简，再求值：$(x^2-4)(x+1)-(x-2)^2$，其中 x=2.

【答案】（1）3；（2）x^3-8

【考点】实数的运算、整式运算

【解析】

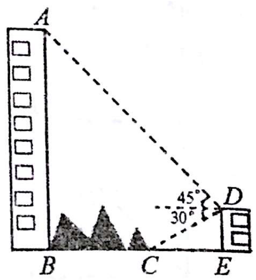
（1）
$$\begin{aligned}&(-\frac{3}{4})^0+\sqrt{8}-(\frac{1}{2})^{-1}\times\left|1-\sqrt{2}\right|\\&=1+2\sqrt{2}-2\times(\sqrt{2}-1)\\&=1+2\sqrt{2}-2\sqrt{2}+2\\&=3\end{aligned}$$

（2）
$$\begin{aligned}&(x^2-4)(x+1)-(x-2)^2\\&=x^3+x^2-4x-4-(x^2-4x+4)\\&=x^3+x^2-4x-4-x^2+4x-4\\&=x^3+x^2-x^2-4x+4x-4-4\\&=x^3-8\end{aligned}$$

当 x=2 时，原式=$2^3-8=0$

17 .（本题 7 分）

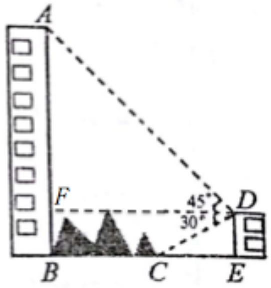
如图，大楼 AB 右侧有一障碍物，在障碍物的旁边有一幢小楼 DE，在小楼的顶端 D 处测得障碍物边缘点 C 的俯角为 30°，测得大楼顶端 A 的仰角为 45°（点 B，C，E 在同一水平直线上）。已知 AB=50m，DE=10m，求障碍物 B，C 两点间的距离。（结果精确到 1m，参考数据：$\sqrt{2}\approx1.414$，$\sqrt{3}\approx1.732$）



【答案】23

【考点】三角函数的实际应用

【解析】过点 D 作 DF⊥AB 于点 F，如下如所示：



∵AB⊥FD，BE⊥AB，DE⊥BE，　　∴四边形 FBED 为矩形

∵AB=50m，　DE=BF=10m　　∴AF=AB−BF=40m

在 Rt△AFD 中，AF=40m，∠ADF=45°　　∴AF=FD=40m

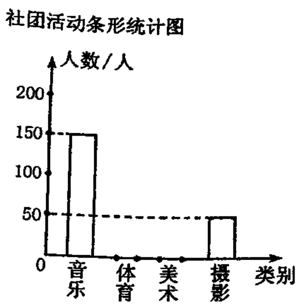
∵∠CDF=30° 且 FD//BE　　∴∠DCE=30°

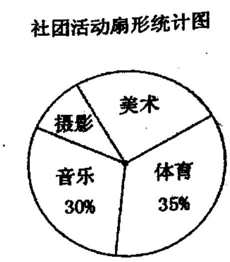
在 Rt△CDE 中，　tan∠DCE=tan30° $=\dfrac{DE}{CE}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　∴CE=$10\sqrt{3}$m　　∴BC=BE−CE=40−$10\sqrt{3}$m

∵$\sqrt{3}\approx 1.732$　　∴BC≈23m　　答：障碍物 B，C 两点间的距离是 23 米。

18.（本题 9 分）

为进一步丰富学生课余文化生活和营造朝气蓬勃的校区文化氛围，学校组织学生开展了各种文体活动、社团活动。现在开展的社团活动有音乐、体育、美术、摄影四类。每个同学必须且只能从中选择参加一个社团，为了解学生参与社团活动的情况，学生会成员随机调查了一部分学生所参加的社团类别并绘制了以下两幅不完整的统计图。请你根据统计图提供的信息，解答下列问题：



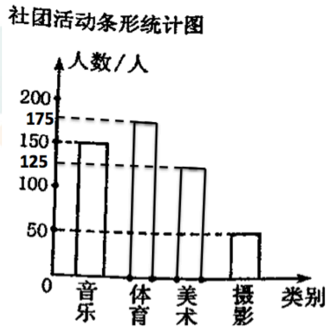


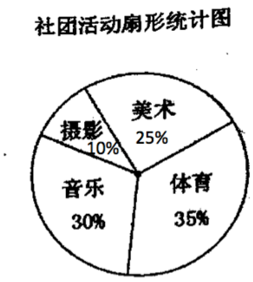
（1） 本次一共调查了________名同学。

（2） 补全统计图；在扇形统计图中，“美术”所在扇形的圆心角的度数为________；

（3） 小明和小亮都想报美术，摄影，体育社团，用画树状图或列表的方法，求他们恰好参加同一社团的概率。

【答案】（1）500　　　　（2）补全如图所示；90°





（3）$\frac{1}{3}$

【考点】概率、统计综合

【解析】（1）150÷30%=500(名)　　　　答：本次一共调查了 500 名同学

（2）体育人数：500×35%=175（名）　　　　美术人数：500-150-175-50=125（名）

美术百分比：125÷500=25%　　　　摄影百分比：50÷500=10%

美术圆心角：360°×25%=90°

（3）根据题意，列表如下：

小亮 小明	美术	摄影	体育
美术	（美术，美术）	（美术，摄影）	（美术，体育）
摄影	（摄影，美术）	（摄影，摄影）	（摄影，体育）
体育	（体育，美术）	（体育，摄影）	（体育，体育）

由此可知，小明和小亮他俩参加的社团共有 9 种等可能的情况，其中恰好参加同一社团的有 3 种情况：（美术，美术），（摄影，摄影），（体育，体育）。

所以，P（小明和小亮恰好参加同一社团）$=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

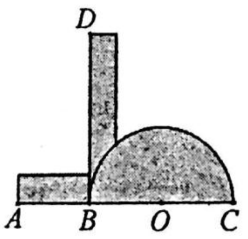
答：小明和小亮恰好参加同一社团的概率为$\frac{1}{3}$

19.（本题 7 分）

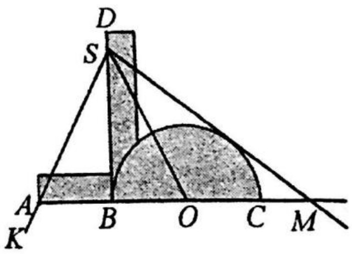
（1）如图（1），在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，∠B=60°，在图中作出∠ACB 的三等分线 CD,CE（要求：尺规作图，保留痕迹，不写做法）

（2）由（1）知，我们可以用尺规作出直角的三等分线，但是仅仅使用尺规却不能把任意一个角分成三等分，为此，人们发明了许多等分角的机械器具，如图（2）是用三张硬纸片自制的一个最简单的三分角器，与半圆 O 相接的 AB 带的长度与半圆的半径相等，BD 带的长度任意，它的一边与直线 AC 形成一个直角，且与半圆相切于点 B，假设需要将∠KSM 三等分，如图（3），首先将角的顶点 S 置于 BD 上，角的一边 SK 经过点 A，另一边 SM 与半圆相切，连接 SO，则 SB，SO 为∠KSM 的三等分线，请你证明。

图（1）



图（2）

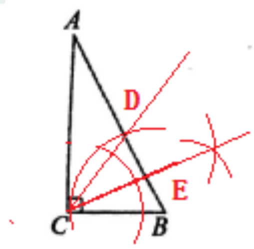


图（3）

【答案】（1）见解析　　　　（2）见解析

【考点】尺规作图、三角形全等的性质及判定

【解析】（1）



∴射线 CD、CE 为所求的三等分线。

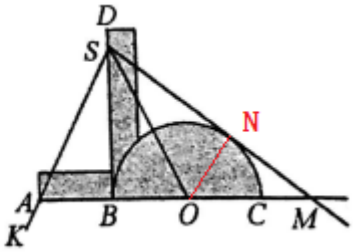
（2）如图，设 SM 与半圆 O 切于点 N，连接 ON，则∠ONS=90°，

∵DB⊥AC，DB 与半圆 O 相切于点 B，　　∴∠OBS=∠ABS=90°，

∵OB=ON，OS=OS，　　∴Rt△OBS≌Rt△ONS，　　∴∠OSB=∠OSN

∵AB=BO，　∴Rt△ABS≌Rt△OBS，　∴∠ASB=∠OSB　∴∠ASB=∠OSB=∠OSN

∴SB,SO 为∠KSM 的三等分线。



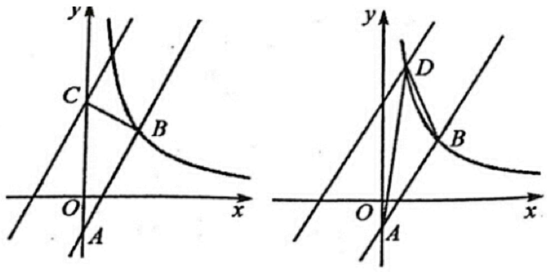
20.（本题 7 分）

如图（1），在平面直角坐标系 xOy 中，直线 y=2x-1 与 y 轴相交于点 A，与反比例函数$y=\frac{k}{x}(x>0)$的图象相交于点 B（m,2）.

（1）　求反比例函数的表达式；

（2）　若将直线 y=2x-1 向上平移 4 个单位长度后与 y 轴交于点 C，求△ABC 的面积；

（3）　如图（2）,将直线 y=2x-1 向上平移，与反比例函数的图象交于点 D，连接 DA,DB，若△ABD 的面积为 3，求平移后直线的表达式.



图（1）　　图（2）

【答案】（1）反比例函数的解析式为 y=$\frac{3}{x}$　　（2）△ABC 的面积等于 3

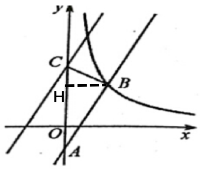
（3）平移后直线的表达式为 y=2x+3

【考点】一次函数、反比例函数综合应用

【解析】（1）∵直线 y=2x-1 经过点 B（m，2）　∴当 y=2 时，m=$\frac{3}{2}$　∴点 B 的坐标是（$\frac{3}{2}$，2）

∵反比例函数 y=$\frac{k}{x}$ 的图象经过点 B（$\frac{3}{2}$，2）　∴k=$\frac{3}{2}$×2=3　　∴反比例函数的关系式是 y=$\frac{3}{x}$

(2)



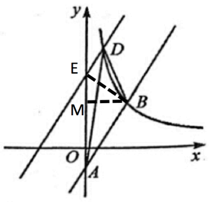
图（1）

过点 B 作 BH⊥y 轴于点 H

根据题意得：AC=4　　　由（1）得点 B 的坐标为（$\frac{3}{2}$，2）

∴BH=$\frac{3}{2}$　　　∴$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times AC\times BH=\frac{1}{2}\times 4\times\frac{3}{2}=3$　　　∴△ABC 的面积等于 3

（3）



图（2）

设直线 y=2x-1 向上平移后与 y 轴交于点 E，连接 BE，过点 B 作 BM⊥y 轴于点 M，则 BM=$\frac{3}{2}$

∵DE∥AB，△ABD 的面积为 3　　　∴$S_{\triangle ABE}=S_{\triangle ABD}=3$　　　∴$\frac{1}{2}\times AE\times BM=3$，即$\frac{1}{2}\times AE\times\frac{3}{2}=3$

∴AE=4　　∵OA=1　　∴OE=3　　　∴平移后直线的表达式为：y=2x+3

21.（本题 9 分）

某服装店专营一批进价为每件 200 元的品牌衬衫，每件售价为 300 元时，每天可售出 40 件. 若每件降价 10 元，则每天多售出 10 件. 请根据以上信息解答下列问题：

（1） 为了使销售该品牌衬衫每天获利 4500 元，并且让利于顾客，每件售价应为多少元？

（2） 该服装店将该品牌的衬衫销售完，在补货时厂家只剩 100 件库存，经协商每件降价 a 元，全部拿回. 按（1）中的价格售出 80 件后，剩余的按八折销售. 售完这 100 件衬衫获利 50%，求 a 的值.

【答案】（1）该品牌衬衫每件售价应为 250 元

（2）a 的值为 40

【考点】二次函数的应用——销售问题

【解析】解：（1）设该品牌衬衫每件售价应为 x 元，根据题意，得

$(x-200)(40+\frac{300-x}{10}\times 10)=4500$，　　解得 $x_1=250$，$x_2=290$

因为要让利于顾客，所以应采用降价销售且降的越多越好，　　∴ x=250

答：该品牌衬衫每件售价应为 250 元。

（2）方法一：根据题意，得 250×80+250×80%×（100-80）=（200-a）×100（1+50%）

解，得 a=40

答：a 的值为 40.

方法二：根据题意得 $\frac{250\times80+250\times80\%\times(100-80)-(200-a)\times100}{(200-a)\times100}=50\%$

解，得 a=40，　经检验 a=40 是原方程的解

答：a 的值为 40.

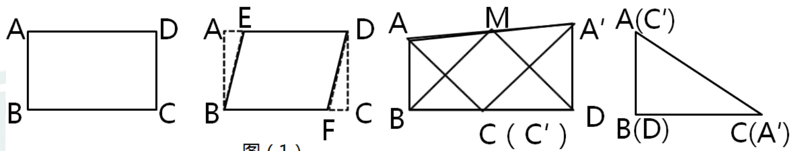
22.（本题 13 分）综合与实践

问题情境

如图，同学们用矩形纸片 ABCD 开展数学探究活动，其中 AD=8，CD=6.

操作计算

（1）如图（1）,分别沿 BE，DF 剪去 Rt△ABE 和 Rt△CDF 两张纸片，如果剩余的纸片 BEDF 是菱形，求 AE 的长；



图（1）　图（2）　图（3）

操作探究

把矩形纸片 ABCD 沿对角线 AC 剪开，得到△ABC 和△C′DA′两张纸片

（2）将两张纸片如图（2）摆放，点 C 和 C′重合，点 B，C，D 在同一条直线上，连接 A′A，记 A′A 的中点为 M，连接 BM、MD.发现△BMD 是等腰直角三角形，请证明；

（3）如图（3），将两张纸片叠合在一起，然后将△A′DC′纸片绕点 B 顺时针旋转α（0°<α<90°），连接 AC′和 A′C.探究并直接写出线段 AC′与 A′C 的关系.

【答案】（1）AE 的长为$\frac{7}{4}$.

（2）详见解析.

（3）AC’ =$\frac{3}{4}$A’ C，AC’ ⊥A’ C.

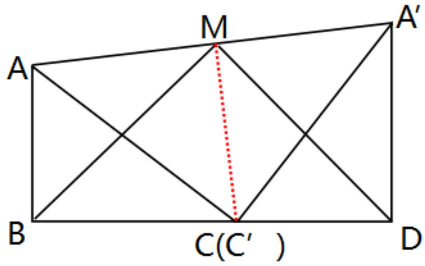
【考点】勾股定理，全等三角形判定及性质，图形旋转变换，

【解析】解：（1）∵四边形 ABCD 是矩形，CD=6，　∴AB=CD=6，∠A=90°.

∵四边形 BEDF 是菱形，AD=8，　∴DE=EB=AD-AE=8-AE.

在 Rt△ABE 中，由 $AB^2+AE^2=BE^2$，得 $6^2+AE^2=(8-AE)^2$.　解得，AE=$\frac{7}{4}$，∴AE 的长为$\frac{7}{4}$.

（2）



图（2）

如图（2），连接 MC.

∵△ABC≌△CDA’，∠CDA’ =90°，　∴AC=A’ C，∠BCA=∠CA’ D，∠CA’ D+∠A’ CD=90°

∴∠BCA+∠A' CD=90°

∵点 B、C、D 在同一直线上， ∴∠ACA' =90° ∴△ACA' 是等腰直角三角形，∴∠CA' A=45°

∵点 M 是 AA' 的中点， ∴A' M=CM=MA，∠MCA=45°，CM⊥AA'.

∵∠BCA=∠CA' D ∴∠BCA+∠MCA=∠CA' D+∠CA' A ∴∠BCM=∠DA' M

∵BC=DA'，CM=A' M ∴△BCM≌△DA' M ∴BM=DM，∠BMC=∠DMA'

∵∠CMD+∠DMA' =90° ∴∠CMD+∠BMC=90°，∴∠BMD=90°，△BMD 是等腰直角三角形.

（3）AC' =$\frac{3}{4}$A' C，AC' ⊥A' C.

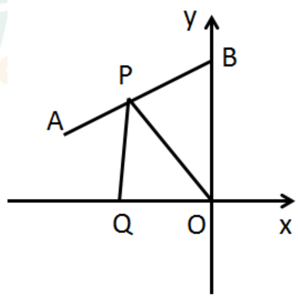
23.（本题 13 分）综合与探究

如图（1），线段 AB 的两个端点的坐标分别为（-12,4），（0,10），点 P 从点 B 出发，沿 BA 方向匀速向点 A 运动；同时，点Q从坐标原点O出发，沿 x 轴的反方向以相同的速度运动．当点 P 到达点 A 时，P，Q两点同时停止运动．设运动时间为 t 秒，△OPQ 的面积 S（平方单位）与时间 t(秒)之间的函数图象如图（2）所示.

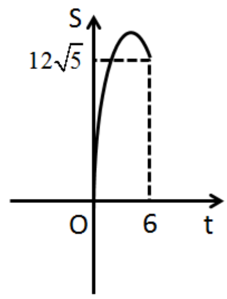
（1） 求点 P 的运动速度；

（2） 求面积 S 与 t 的函数关系式及当 S 取最大值时点 P 的坐标；

（3） 点 P 是 S 取最大值时的点，设点 M 为 x 轴上的点，点 N 为坐标平面内的点，以点 O，P，M，N 为顶点的四边形是矩形，请直接写出点 N 的坐标.



图（1）



图（2）

【答案】（1）点 P 的运动速度为 $6\sqrt{5}\div6=\sqrt{5}$（长度单位/秒）

（2）S 与 t 之间的函数关系式为 S=$-\frac{\sqrt{5}}{2}t^2+5\sqrt{5}t$（0≤ t ≤ 6）；

当 S 取最大值时，点 P 的坐标为(-10，5)

（3）N_1(0，5)，N_2($-\frac{5}{2}$，-5)

【考点】勾股定理，相似三角形，动点存在性问题

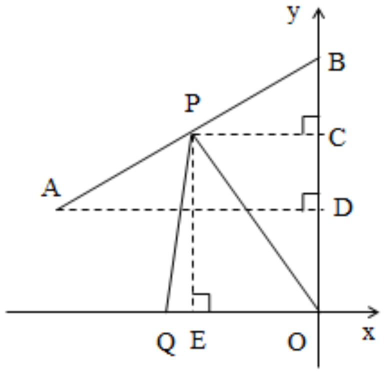
【解析】（1）过点 P 分别作 PC⊥y 轴于点 C，作 PE⊥x 轴于点 E，过点 A 作 AD⊥y 轴于点 D

∵点 A,B 的坐标分别为（-12，4），（0，10），　∴AD=12，OD=4，OB=10，　∴BD=6

在 Rt△ADB 中，∠ADB=90°，　由勾股定理得　AB=$\sqrt{AD^2+BD^2}=\sqrt{12^2+6^2}=6\sqrt{5}$

由图（2）知，点 P 从点 B 运动到点 A 的时间为 6 秒，

∴点 P 的运动速度为 $6\sqrt{5}\div6=\sqrt{5}$（长度单位/秒）



（2）设点 P 运动了 t 秒，则 BP=OQ=$\sqrt{5}$t　∵∠PBC=∠ABD，∠ADB=∠PCB=90°

∴Rt△ADB∽Rt△PCB　∴$\frac{PC}{AD}=\frac{BP}{BA}=\frac{BC}{BD}$，∴$\frac{PC}{12}=\frac{\sqrt{5}t}{6\sqrt{5}}=\frac{BC}{6}$　∴PC=2t，BC=t，∴OC=10-t

∴点 P 的坐标为(-2t，10-t)，OQ=$\sqrt{5}t$　∴S=$\frac{1}{2}\times OQ\times PE=\frac{1}{2}\times\sqrt{5}t(10-t)$

∴S=$-\frac{\sqrt{5}}{2}t^2+5\sqrt{5}t$，　∴S=$-\frac{\sqrt{5}}{2}(t-5)^2+\frac{25}{2}\sqrt{5}(0\le t\le6)$

∵$-\frac{\sqrt{5}}{2}<0$，　∴当 t=5 时，S 取得最大值。

此时-2t=-2×5=-10，10-t=10-5=5，即点 P 的坐标为(-10，5)

综上所述，△OPQ 的面积 S 与 t 之间的函数关系式为 S=$-\frac{\sqrt{5}}{2}t^2+5\sqrt{5}t$（0≤ t ≤ 6）；

当面积 S 取最大值时，点 P 的坐标为(-10，5)

（3）N_1(0，5)，N_2($-\frac{5}{2}$，-5)