



太原市 2016~2017 学年第二学期七年级期末考试

数 学

一、选择题（本大题含 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 下列各题计算结果为 $2a^2$ 的是()

A. $a^6 \div a^3$

B. $2a \cdot a$

C. $(-2a)^2$

D. $(a^2)^2$

【答案】 B

【考点】 整式的运算

【解析】 A. $a^6 \div a^3 = a^3$ B. $2a \cdot a = 2a^2$ C. $(-2a)^2 = 4a^2$ D. $(a^2)^2 = a^4$

2. 掷一枚质地均匀的骰子一次出现下列事件，其中的必然事件为()

A. 掷出的点数为 1

B. 掷出的点数是偶数

C. 掷出的点数是奇数

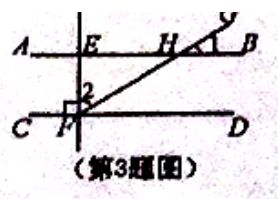
D. 掷出的点数小于 7

【答案】 D

【考点】 概率统计

【解析】 骰子共 6 个面，分别为 1、2、3、4、5、6，每个面的点数都小于 7。掷出的点数小于 7 概率为 1，是必然事件。

3. 如图，直线 $AB \parallel CD$, $EF \perp CD$, 垂足为 F, 交 AB 于点 E, 射线 FG 交 AB 于点 H, 若 $\angle 1 = 30^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为





A.30°

B.40°

C.50°

D.60°

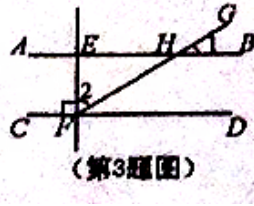
【答案】D

【考点】平行线的性质、三角形内角和

【解析】∵ AB // CD, EF ⊥ CD ∴ ∠HEF = ∠EFD = 90°

∵ ∠1 = 30° ∴ ∠EHF = 30°

在△EHF 中, ∠2 = 180° - ∠HEF - ∠EHF = 60°



(第3题图)

4. 一种细菌的长度约为 0.0000018m, 数据 0.0000018m, 用科学记数法表示为 ()

A. $1.8 \times 10^{-7}m$

B. $1.8 \times 10^{-6}m$

C. $1.8 \times 10^{-5}m$

D. $-1.8 \times 10^{-6}m$

【答案】B

【考点】科学记数法

【解析】 $0.0000018m = 1.8 \times 10^{-6}m$

5. 下列手机屏幕的解锁图案是轴对称图形的是 ()

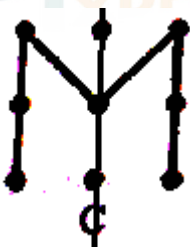




【答案】C

【考点】轴对称图形。

【解析】选项 C 的对称轴如图所示。



6. 一个不透明的袋中装有 5 个红球，4 个白球和 3 个黄球，每个球除颜色外完全相同，从中任意摸出一个球，下列说法不正确的是 ()

A. 摸到红球、白球、黄球的概率相同

B. 摸到白球的概率为 $\frac{1}{3}$

C. 摸到黄球的概率为 $\frac{1}{4}$

D. 摸到红球的概率为 $\frac{5}{12}$

【答案】A

【考点】概率统计。

【解析】袋中装有 5 个红球，4 个白球和 3 个黄球，摸到任何颜色球都是等可能事件，摸到白球的概率为 $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ ，摸到黄球的概率为 $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ ，摸到红球概率为 $\frac{5}{12}$ 。故 A 选项描述错误，选 A。

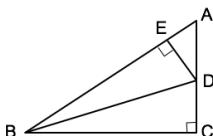
7. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，过点 D 作 $DE \perp AB$ ，垂足为 E，则下列结论错误的是 ()

A. $DE=DC$

B. $\angle ADE = \angle ABC$

C. $BE=BC$

D. $\angle ADE = \angle ABD$



【答案】D

【考点】角平分线的性质

【解析】

\because BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DE \perp AB$, $DC \perp BC$, $\therefore DE=DC$; A 正确

易知 $\triangle BED \cong \triangle BCD$ (AAS), $\therefore BE=BC$; C 正确

\because $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\therefore \angle A + \angle ABC=90^\circ$ 且 $Rt\triangle AED$ 中, $\angle A + \angle ADE=90^\circ$,

$\therefore \angle ABC = \angle ADE$; B 正确

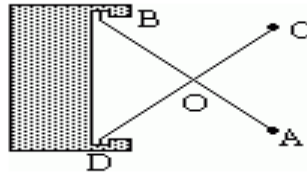
8. 如图, 把两根钢条 AB、CD 的中点 O 连在一起, 可以做成一个测量工作内槽宽的工具(卡钳), 只要量得 AC 之间的距离, 就可知工件的内径 BD。其数学原理是利用 $\triangle AOC \cong \triangle BOD$, 判断 $\triangle AOC \cong \triangle BOD$ 的依据是 ()

A. SAS

B. SSS

C. ASA

D. AAS



【答案】A

【考点】三角形全等判定

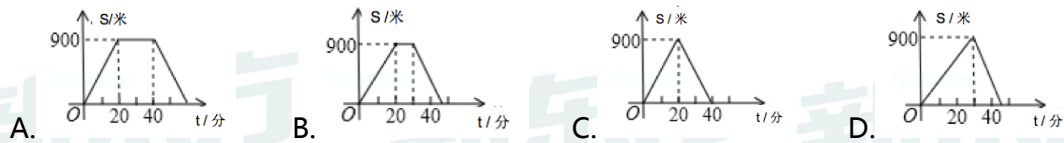
【解析】

\because O 是 AB、CD 的中点, $\therefore AO=OB$, $CO=OD$; $\because \angle AOC = \angle BOC$,

$$\text{在 } \triangle AOC \text{ 和 } \triangle BOD \text{ 中 } \begin{cases} AO = BO \\ \angle AOC = \angle BOC \\ CO = DO \end{cases} \therefore \triangle AOC \cong \triangle BOD \text{ (SAS)}$$

9. 李阿姨从家步行 20 分钟到离家 900 米的便利店买东西, 用 10 分钟买完东西后, 立即步行 15 分钟回到家中。下面图象中, 能表示李阿姨离开家的距离 S (米) 与她步行时间 t (分) 之间函数关系的是 ()





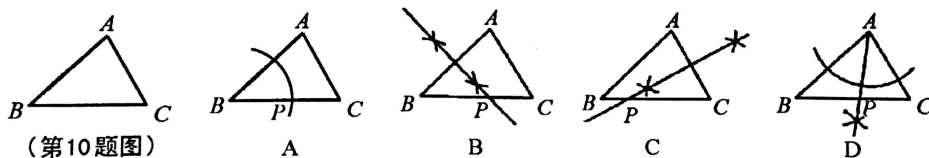
【答案】 B

【考点】 变量间的关系

【解析】

因为在店里用了 10 分钟买东西，这一阶段，李阿姨到家的距离是定值，应是一段平行于横轴的线段，排除 C、D 选项；而且停留的时间的是 10 分钟，而 A 选项中是 20 分钟，所以选 B.

10. 数学课上，老师提出下列问题：如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $AB < BC$ ，用尺规作图的方法在 BC 上取一点 P ，使 $PA + PB = BC$ ，下面是四个同学的作法，其中正确的是 ()



【答案】 C

【考点】 尺规作图

【解析】

C 选项中作了 AC 线段的中垂线，由中垂线的性质可知 $PA = PC$ ， $\therefore PA + PB = PC + PB = BC$

二、填空题 (本大题含 5 个小题，每小题 2 分，共 10 分) 把答案填写在题中横线上.

11. 若 $10^m \div 10^n = 10^2$ ，则 $m - n =$ _____.

【答案】 2

【考点】 同底数幂除法

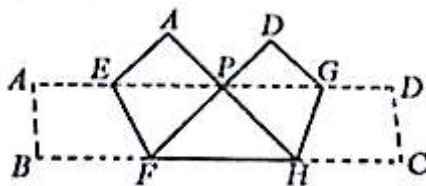
【解析】

同底数幂相除，底数不变，指数相减； $10^m \div 10^n = 10^{m-n} = 10^2$ ，所以 $m - n = 2$

12. 如图 将长方形纸条 $ABCD$ 沿 EF 、 GH 折叠 使点 B 、 C 两点恰好都落在 AD 边的 P 点处 若 $BC = 10\text{cm}$,



则 $\triangle PFH$ 的周长为_____cm.



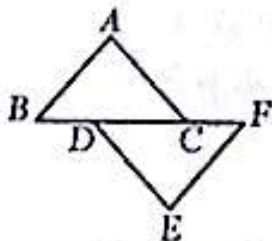
【答案】 10

【考点】 折叠的性质

【解析】 由折叠的性质知： $BF=PF$ $CH=PH$
 $\therefore \triangle PFH$ 的周长= $PF+PH+FH$ $\therefore \triangle PFH$ 的周长= $BF+CH+FH=BC$
 $\because BC=10\text{cm}$ $\therefore \triangle PFH$ 的周长= 10cm

13. 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle EFD$ 的边 BC 和 FD 在同一条直线上,顶点 A, E 在 BF 两侧,其中 $\angle B=\angle F, BD=FC$.

要使 $\triangle ABC \cong \triangle EFD$,则需要添加的一个条件是_____。(只写一种即可)



【答案】 $AB=EF$ 、 $\angle A=\angle E$ 、 $\angle C=\angle D$ (选其一即可)

【考点】 全等三角形的判定

【解析】 $\because BD=FC$ $\therefore BD+DC=FC+DC$ $\therefore BC=FD$
 $\because \angle B=\angle F$
 \therefore 要使 $\triangle ABC \cong \triangle EFD$, 只需 $AB=EF$ (SAS)、 $\angle A=\angle E$ (AAS)、 $\angle C=\angle D$ (ASA) (选其一即可)

14. 已知 $x+y=6, xy=8$,则代数式 $(x-y)^2$ 的值为_____.



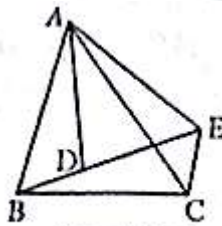
【答案】4

【考点】完全平方公式、知二求二

【解析】 $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$

$$\because x+y=6, xy=8 \quad \therefore (x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy = 6^2 - 4 \times 8 = 4$$

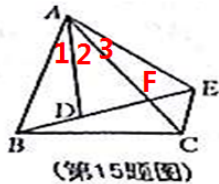
15. 如图，已知 $AB=AC$ ， $AD=AE$ ， $\angle BAC=\angle DAE=50^\circ$ ，若 B 、 D 、 E 在同一直线上，则 $\angle BEC$ 的度数为_____。



【答案】 50°

【考点】全等三角形的性质与判定、手拉手模型、8字模型

【解析】如下图所示，直线 AC 与直线 BE 交于点 F



$$\because \angle BAC = \angle DAE \quad \therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle 2 + \angle 3 \quad \therefore \angle 1 = \angle 3$$

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACE$ 中

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle 1 = \angle 3 \\ AD = AE \end{cases} \therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \quad \therefore \angle ABD = \angle ACE$$

$$\because \text{在 } \triangle ABF \text{ 与 } \triangle CEF \text{ 中} \quad \angle ABD = \angle ACE \quad \angle AFB = \angle CFE \quad \therefore \angle BEC = \angle BAF$$

$$\because \angle BAC = 50^\circ \quad \therefore \angle BEC = 50^\circ$$

三、解答题 (本大题含 8 个小题，共 60 分)

16. 计算：(每小题 3 分，共 9 分)





$$(1) 2a^2b \cdot \left(-\frac{1}{2}ab^2\right)^3; \quad (2) (3x+2)(2x-5); \quad (3) (x+y+3)(x+y-3).$$

【答案】 (1) $-\frac{1}{4}a^5b^7$; (2) $6x^2-11x-10$; (3) $x^2+2xy+y^2-9$

【考点】 整式的乘除, 平方差公式

【解析】 解:

$$(1) \text{ 原式} = 2a^2b \cdot \left(-\frac{1}{8}a^3b^6\right)$$

$$= -\frac{1}{4}a^5b^7$$

$$(2) \text{ 原式} = 6x^2 + 4x - 15x - 10$$

$$= 6x^2 - 11x - 10$$

$$(3) \text{ 原式} = (x+y)^2 - 3^2$$

$$= x^2 + 2xy + y^2 - 9$$

17. (本题 6 分)

先化简再求值: $[(2x+y)(2x-y) - (2x-3y)^2] \div (-2y)$, 其中 $x=1, y=-2$.

【答案】 -16

【考点】 整式的乘除

【解析】 解: $[(2x+y)(2x-y) - (2x-3y)^2] \div (-2y)$

$$= [(2x)^2 - y^2 - (4x^2 - 12xy + 9y^2)] \div (-2y)$$

$$= (4x^2 - y^2 - 4x^2 + 12xy - 9y^2) \div (-2y)$$

$$= (12xy - 10y^2) \div (-2y)$$

$$= 5y - 6x$$

$$\because x=1, y=-2$$

$$\therefore \text{原式} = 5 \times (-2) - 6$$

$$= -16$$



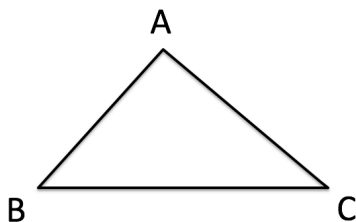


18. (本题 4 分)

已知： $\triangle ABC$.

求作： $\triangle A' B' C'$ ，使 $\triangle A' B' C' \cong \triangle ABC$.

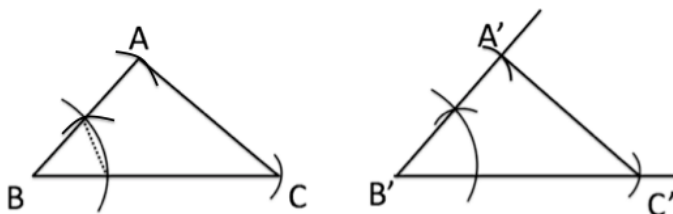
要求：尺规作图，不写作法，保留作图痕迹.



【答案】见解析

【考点】尺规作图

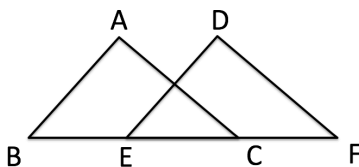
【解析】如图， $\triangle A' B' C'$ 即为所求。



19. (本题 8 分)

已知：如图，点 B, E, C, F 在同一直线上，且 $BE = CF$ ，点 A, 点 D 在 BF 的同侧， $\angle A = \angle D$ ， $AC \parallel DF$ ，

试判断 AB 与 DE 的位置关系，并说明理由.



【答案】 AB//DE, 证明见解析

【考点】 三角形的全等证明

【解析】

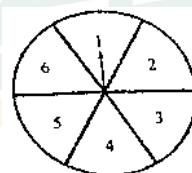
证明: $\because BE=CF \quad \therefore BE+CE=CF+CE \quad \text{即: } BC=EF$

$\because AC//DF \quad \therefore \angle ACB = \angle DFE$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中, $\because \angle A = \angle D \quad \angle ACB = \angle DFE \quad BC = EF \quad \therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (AAS)

$\therefore \angle B = \angle DEF \quad \therefore AB//DE$

20. (本题 8 分) 一个质地均匀的转盘被平均分成 6 等份, 分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6. 转动转盘, 当它停止时, 指针指向的数字即为转出数字 (若指针指在分界线上, 则重新转动转盘), 小颖与小亮进行转盘游戏, 规则是: 若转出的数是 3 的倍数则小颖获胜, 若不是 3 的倍数则小亮获胜. 请判断此游戏规则是否公平并说明理由; 若不公平, 请修改游戏规则, 使游戏公平.



【答案】 不公平, 见解析.

【考点】 等可能事件的概率.

【解析】

解: 一个质地均匀的转盘被平均分成 6 等份, 则有共有 6 种等可能的情况, 其中, 是 3 的倍数的有 2 种等可能的情况, 分别是 3, 6. 所以 $P(\text{转出的数是 3 的倍数}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$; 不是 3 的倍数的有 4 种等可能的情况, 分别是 1, 2, 4, 5. 所以 $P(\text{转出的数不是 3 的倍数}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. 因为 $\frac{1}{3} < \frac{2}{3}$, 所以游戏不公平.

游戏规则可修改为: 若转出的数是 2 的倍数则小颖获胜, 若不是 2 的倍数则小亮获胜.

(答案不唯一)





21. (本题 6 分) 公交公司的某路公交车每月运营总支出的费用为 4000 元, 乘客乘车的票价为 2 元/人次。设每月的乘客量为 x (人次), 每月的赢利额为 y (元)。(赢利额=总收入-总支出)

(1) y (元) 与 x (人次) 之间的关系式为_____ ; (x 为正整数)

(2) 根据关系式填表:

| | | | | | | |
|------|-----|------|------|------|------|------|
| x/人次 | 500 | 1000 | 1500 | 2000 | 2500 | 3000 |
| y/元 | | | | | | |

(3) 根据表格数据, 当月乘客量超过_____人次时, 该公交车运营才能赢利。

【答案】 (1) $y=2x-4000$

(2)

| | | | | | | |
|------|-------|-------|-------|------|------|------|
| x/人次 | 500 | 1000 | 1500 | 2000 | 2500 | 3000 |
| y/元 | -3000 | -2000 | -1000 | 0 | 1000 | 2000 |

(3) 2000

【考点】 用关系式表示变量。

【解析】 (1) y (元) 与 x (人次) 之间的关系式为 $y=2x-4000$; (x 为正整数)

(2)

| | | | | | | |
|------|-------|-------|-------|------|------|------|
| x/人次 | 500 | 1000 | 1500 | 2000 | 2500 | 3000 |
| y/元 | -3000 | -2000 | -1000 | 0 | 1000 | 2000 |

(3) 由表可知, 当人次超过 2000 时, 该公交车运营才赢利。

22. (本题 7 分)

请阅读下面材料, 完成相应的任务:

“速算”指利用数与数之间的特殊关系进行较快的加减乘除运算。如: 十位数字相同, 个位数字的和为 10 的两个两位数相乘时, 它的“速算”方法是: 用 100 乘十位数字, 再乘比十位数字大 1 的数, 所得的结果加上两个个位数字的积, 就得到这两个两位数的积。

如: $24 \times 26 = 100 \times 2 \times 3 + 24$, 其结果为 624.

$48 \times 42 = 100 \times 4 \times 5 + 16$, 其结果为 2016.





(1) 仿照上面的方法, 写出计算 87×83 的“速算”过程与结果:

$$87 \times 83 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

(2) 为说明上述两位数相乘“速算”方法的正确性, 同学们进行了不同层次的思考。

请从下列 A, B 两题中任选一题作答, 我选择 _____ 题:

A: 若两个两位数的个位数字分别是 1 和 9, 十位数字为 a , 用含 a 的式子表示上述“速算”的

过程为: $(10a+1)(10a+9) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。请填空并说明其正确性。

B: 若两个两位数的个位数字分别为 a, b , 且 $a+b=10$, 十位数字为 m , 则用含 a, b, m 的

式子表示上述“速算”的过程为: $(10m+a)(10m+b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

请填空并说明其正确性。

【答案】 (1) $100 \times 8 \times 9 + 21$; 7221;

(2) A: $100a(a+1)+9$; 证明见解析;

B: $100m(m+1)+ab$; 证明见解析;

【考点】 代数式的表示及整式的乘法

【解析】 (1) 根据题目已知的“速算”方法是:

用 100 乘十位数字, 再乘比十位数字大 1 的数, 所得的结果加上两个个位数字的积

$$\therefore 87 \times 83 = 100 \times 8 \times 9 + 21 = 7221$$

(2) A: $(10a+1)(10a+9) = 100a(a+1)+9$

证明: $(10a+1)(10a+9)$

$$= 10a \cdot 10a + 10a \cdot 9 + 1 \cdot 10a + 1 \times 9$$

$$= 100a^2 + 100a + 9$$

$$= 100a(a+1) + 9$$

B: $(10m+a)(10m+b) = 100m(m+1)+ab$

证明: $(10m+a)(10m+b)$





$$\begin{aligned}
 &=10m \cdot 10m+10m \cdot b+a \cdot 10m+a \cdot b \\
 &=100m^2+10m(a+b)+ab \\
 &\because a+b=10 \\
 &\therefore (10m+a)(10m+b) \\
 &=100m^2+100m+ab \\
 &=100m(m+1)+ab
 \end{aligned}$$

23. (本题 12 分)

问题情境 :

数学活动课上, 同学们探究等腰三角形中两条线段的关系: 如图 1, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=45^\circ$, 点 D 是边 AC 上的一点, 且 $DA=DB$. 点 P 是边 AB 上一点 (不与点 B 重合), 过点 P 作 $PE \perp BC$, 垂足为点 E, 交线段 BD 于点 F. 线段 PF 与 BE 之间存在怎样的数量关系?

特例猜想 :

(1) 为探究问题的一般结论, 同学们先研究特殊情况: 当点 P 与点 A 重合时, 如图 2. 小彬猜想得到
① $\triangle ADF \cong \triangle BDC$; ② $PF=2BE$. 请你判断这两个猜想是否正确, 并说明理由;

一般探究 :

(2) 通过特例启发, 同学们广开思路, 进行了如下探究.

请从下列 A, B 两题中任选一题作答: 我选择 _____ 题:

A: 如图 3, 勤学小组发现图 1 中 $PF=2BE$ 也成立. 他们的思路是: 在图 1 中的 BD 上取一点 N, 使得 $PN=NB$, 延长 PN 交 BC 于点 M, 得到图 3, 证明了 $\triangle PNF \cong \triangle BNM$, 请你根据勤学小组的思路接着完成说明 $PF=2BE$ 的过程.

B: 善思小组探究了更加一般的情况, 当图 1 中的点 P 运动到线段 BA 的延长线上, 如图 4, 其余条件不变, 发现此时 $PF=2BE$ 也成立. 他们的思路是: 在 BD 的延长线上取一点 N, 使得 $PN=NB$, 延长 PN





交 BC 的延长线于点 M，.....请你根据善思小组的思路说明图 4 中的 PF=2BE.

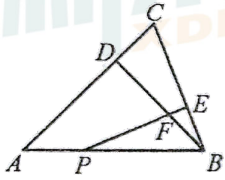


图1

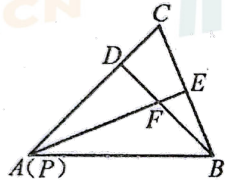


图2

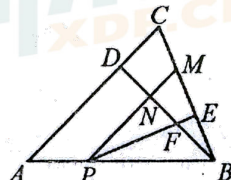


图3

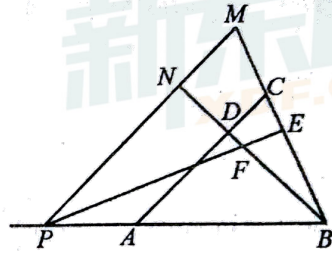


图4

【答案】 (1) (2) (3) 都成立，理由见解析

【考点】 等腰三角形的性质、三角形的全等及八字模型

【解析】 (1) 两个结论都正确.

理由： $\because \angle BAC=45^\circ$ ， $AD=BD \quad \therefore \angle ABD=45^\circ \quad \therefore \angle ADB=90^\circ$

$\because PE \perp BC \quad \therefore \angle PEB=90^\circ \quad \therefore \angle DFP = \angle EFB \quad \therefore \angle DPF = \angle DBC$

在 $\triangle DPF$ 和 $\triangle DBC$ 中 $\begin{cases} \angle ADF = \angle BDC \\ AD = BD \\ \angle DAF = \angle DBC \end{cases} \quad \therefore \triangle DPF \cong \triangle DBC \quad (\text{ASA}) \quad \therefore PF=BC$

$\because AC=AB \quad \therefore \angle C = \angle ABC$

在 $\triangle AEC$ 和 $\triangle AEB$ 中 $\begin{cases} \angle C = \angle ABE \\ \angle AEC = \angle AEB \\ AC = AB \end{cases} \quad \therefore \triangle AEC \cong \triangle AEB \quad (\text{AAS}) \quad \therefore CE=BE$

$\therefore PF=BC=2BE \quad \therefore PF=2BE$

(2) **A:** 证明： $\because \angle BAC=45^\circ$ ， $AD=BD \quad \therefore \angle ABD=45^\circ$

$\because PN=BN \quad \therefore \angle NPB = \angle NBP=45^\circ \quad \therefore \angle PNB=90^\circ$

$\because PE \perp BC \quad \therefore \angle PEB=90^\circ \quad \therefore \angle NFP = \angle EFB \quad \therefore \angle NPF = \angle NBC$

在 $\triangle NPF$ 和 $\triangle NBM$ 中 $\begin{cases} \angle PNF = \angle BNM \\ PN = BN \\ \angle NPF = \angle NBM \end{cases} \quad \therefore \triangle NPF \cong \triangle NBM \quad (\text{ASA}) \quad \therefore PF=BM$

$\because AC=AB \quad \therefore \angle C = \angle ABC$

$\because \angle NPB = \angle A=45^\circ \quad \therefore AC \parallel PM \quad \therefore \angle C = \angle PMB$

$\because \angle C = \angle ABC \quad \therefore \angle PMB = \angle ABC$





在 $\triangle PEM$ 和 $\triangle PEB$ 中 $\begin{cases} \angle PME = \angle PBE \\ \angle PEM = \angle PEB \\ PE = PE \end{cases} \therefore \triangle PEM \cong \triangle PEB \quad (\text{AAS}) \quad \therefore ME = BE$

$\therefore PF = BM = 2BE \quad \therefore PF = 2BE$

B: 证明: $\because \angle BAC = 45^\circ \quad AD = BD \quad \therefore \angle ABD = 45^\circ$

$\therefore \angle PNB = 90^\circ \quad \therefore \angle NPB = \angle NBP = 45^\circ \quad \therefore \angle PNB = 90^\circ$

$\because PE \perp BC \quad \therefore \angle PEB = 90^\circ \quad \therefore \angle NFP = \angle EFB \quad \therefore \angle NPF = \angle NBC$

在 $\triangle NPF$ 和 $\triangle NBM$ 中

$\begin{cases} \angle PNF = \angle BNM \\ PN = BN \\ \angle NPF = \angle NBM \end{cases} \therefore \triangle NPF \cong \triangle NBM \quad (\text{ASA}) \quad \therefore PF = BM$

$\because AC = AB \quad \therefore \angle C = \angle ABC$

$\because \angle NPB = \angle CAB = 45^\circ \quad \therefore AC \parallel PM \quad \therefore \angle ACB = \angle PMB$

$\because \angle ACB = \angle ABC \quad \therefore \angle PMB = \angle ABC$

在 $\triangle PEM$ 和 $\triangle PEB$ 中 $\begin{cases} \angle PME = \angle PBE \\ \angle PEM = \angle PEB \\ PE = PE \end{cases} \therefore \triangle PEM \cong \triangle PEB \quad (\text{AAS}) \quad \therefore ME = BE$

$\therefore PF = BM = 2BE \quad \therefore PF = 2BE$

