

第二十二届华罗庚金杯少年数学邀请赛

决赛试题 A (小学高年级组)

(时间: 2017 年 3 月 11 日 10:00~11:30)

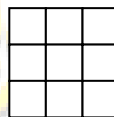
一、填空题 (每小题 10 分, 共 80 分)

1. 用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 例如 $[3.14]=3$, 则

$$\left[\frac{2017 \times 3}{11}\right] + \left[\frac{2017 \times 4}{11}\right] + \left[\frac{2017 \times 5}{11}\right] + \left[\frac{2017 \times 6}{11}\right] + \left[\frac{2017 \times 7}{11}\right] + \left[\frac{2017 \times 8}{11}\right] \text{ 的值为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 从 4 个整数中任意选出 3 个, 求出它们的平均值, 然后再求这个平均值和余下 1 个数的和, 这样可以得到 4 个数: 8, 12, $10\frac{2}{3}$ 和 $9\frac{1}{3}$, 则原来给定的 4 个整数的和为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

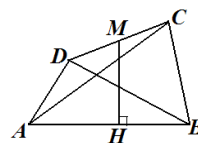
3. 在 3×3 的网格中 (每个格子是个 1×1 的正方形) 放两枚相同的棋子, 每个格子最多放一枚棋子, 共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 种不同的摆放方法. (如果两种放法能够由旋转而重合, 则把它们视为同一种摆放方法).



4. 甲从 A 地出发去找乙, 走了 80 千米后到达 B 地, 此时, 乙已于半小时前离开 B 地去了 C 地, 甲已离开 A 地 2 小时, 于是, 甲以原来速度的 2 倍去 C 地, 又经过了 2 小时后, 甲乙两人同时到达 C 地, 则乙的速度是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 千米/小时.

5. 某校开设了书法和朗诵两个兴趣小组, 已知两个小组都参加的人数是只参加书法小组人数的 $\frac{2}{7}$, 是只参加朗诵小组人数的 $\frac{1}{5}$, 那么书法小组与朗诵小组的人数比是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

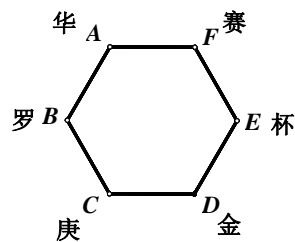
6. 右图中, $\triangle ABC$ 的面积为 100 平方厘米, $\triangle ABD$ 的面积为 72 平方厘米. M 为 CD 边的中点, $\angle MHB = 90^\circ$. 已知 $AB = 20$ 厘米. 则 MH 的长度为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 厘米.



7. 一列数 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$, 记 $S(a_i)$ 为 a_i 的所有数字之和, 如 $S(22) = 2 + 2 = 4$.

若 $a_1 = 2017$, $a_2 = 22$, $a_n = S(a_{n-1}) + S(a_{n-2})$, 那么 a_{2017} 等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

8. 如右图, 六边形的六个顶点分别标志为 A, B, C, D, E, F . 开始的时候“华罗庚金杯赛”六个汉字分别位于 A, B, C, D, E, F 顶点处. 将六个汉字在顶点处任意摆放, 最终结果是每个顶点处仍各有一个汉字, 每个字在开始位置的相邻顶点处, 则不同的摆放方法共有____种.



二、解答下列各题（每题 10 分，共 40 分，要求写出简要过程）

9. 平面上有 5 条不同的直线, 这 5 条直线共形成 n 个交点, 则 n 有多少个不同的数值?
10. 某校给学生提供苹果、香蕉和梨三种水果, 用作课间加餐. 每名学生至少选择一种, 也可以多选. 统计结果显示: 70% 的学生选择苹果, 40% 的学生选了香蕉, 30% 的学生选了梨. 那么三种水果都选的学生数占学生总数至多是百分之几.
11. 箱子里面有两种珠子, 一种每个 19 克, 另一种每个 17 克, 所有珠子的重量为 2017 克, 求两种珠子的数量和所有可能的值.
12. 使 $\frac{3n+2}{5n+1}$ 不为最简分数的三位数 n 之和等于多少.

三、解答下列各题（每小题 15 分，共 30 分，要求写出详细过程）

13. 班上共有 60 位同学, 生日记为某月某号. 问每个同学两个同样的问题: 班上有多少人跟你生日的月份相同? 班上有多少人跟你生日的号数相同 (比如生日为 1 月 12 日与 12 月 12 日的号数是相同的). 结果发现, 在所得到的回答中包含了由 0 到 14 的所有整数, 那么, 该班至少有多少个同学生日相同?
14. 将 1 至 9 填入右图的网格中, 要求每个格子填一个整数, 不同格子填的数字不同, 且每个格子周围的格子 (即与该格子有公共边的格子) 所填数字之和是该格子中所填数字的整数倍. 已知左右格子已经填有数字 4 和 5, 问: 标有字母 x 的格子所填的数字最大是多少?

