

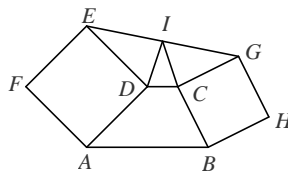
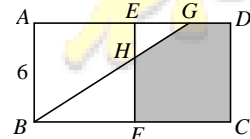
第二十二届华罗庚金杯少年数学邀请赛

决赛试题（初中二年级组）

（时间：2017 年 3 月 11 日 10:00~11:30）

一、填空题（每小题 10 分，共 80 分）

- 计算 $\sqrt{9+6\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{3}+\sqrt{6}} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 如果 $a+b=\sqrt{2017}$ ，那么 $\frac{a^4+b^4+2a^2b^2-a^3b-ab^3}{a^2+b^2} + 3ab = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b$ 的图象过点 $A(1, 1)$ ，与坐标轴围成的三角形面积为 2，这样的一次函数有 个.
- 如右图，两个边长为 6 的正方形 $ABFE$ 和 $EFCD$ 拼成长方形 $ABCD$. 点 G 在线段 ED 上，连接 BG 交 EF 于点 H . 如果五边形 $CDGHE$ 的面积为 33，那么线段 BG 的长等于 .
- 已知 $p, q, \frac{3p-1}{q}, \frac{q-1}{p}$ 都是正整数，那么 p^2+q^2 的最大值等于 .
- 某校给学生提供苹果、香蕉和梨三种水果，用作课间加餐. 每个人至少选择一种，可以多选. 某班 30 名学生的调查结果如下：
 - 没选苹果的学生中，选香蕉的人数是选梨的人数的 2 倍；
 - 三种水果都选的学生有 7 人；
 - 在恰好选了两种水果的学生中，选择香蕉和梨组合的人数比选其它组合的人数之和多 3 人；
- (d) 在只选一种水果的学生中，恰好有一半选了苹果. 那么，只选了一种水果的学生有 人. 如右图，在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel DC$ ， $AB=4$ ， $DC=1$ ，分别以 AD ， BC 为边向外作正方形 $ADEF$ 与正方形 $BHGC$ ， I 为线段 EG 的中点，那么 $\triangle DCI$ 的面积等于 .

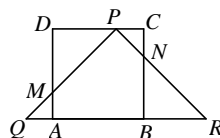


8. 用 $[x]$ 表示不大于数 x 的最大整数. 已知正整数 n 的平方的十位数字是 7, 那么, $n - 100 \left[\frac{n}{100} \right]$ 的所有可能值的和等于_____.

二、解答下列各题 (每小题 10 分, 共 40 分, 要求写出简要过程)

9. 已知 $a^2 + b^2 + c^2 = 1$, $a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = -3$, 求 $a + b + c$ 的值.

10. 如右图, 等腰直角三角形 PQR 的斜边 QR 的长为 2. 正方形 $ABCD$ 的边 AB 在 QR 上, 边 DC 过点 P , 边 DA, CB 分别交 PQ, PR 于点 M, N . 当 AB 在 QR 上水平滑动时, $\triangle QAM$ 与 $\triangle BRN$ 的周长和是否为定值? 说明理由.



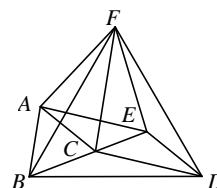
11. 求证: 任意的 5 个整数中, 必定有两个整数的平方差是 7 的倍数.

12. 正整数 a, b , 满足 $a + b < 100$, $\frac{ab}{a+b} = q$ (q 是正整数), 问 $a + b$ 可以取的值有多少个?

13.

三、解答下列各题 (每小题 15 分, 共 30 分, 要求写出详细过程)

14. 如右图, $\triangle ABC$, $\triangle AEF$ 和 $\triangle BDF$ 均为正三角形, 且 $\angle ABF + \angle AFB + \angle ECD = 60^\circ$, 求 $\angle AFC$ 的度数.



15. 直线 a 平行于直线 b , a 上有 5 个点 A_1, A_2, L, A_5 , b 上有 5 个点 B_1, B_2, L, B_5 , 连接线段 $A_i B_j (i, j = 1, 2, 3, 4, 5)$. 所得到的图形中, 三角形最多有多少个?