第二十二届华罗庚金杯少年数学邀请赛

决赛试题 B（小学高年级组）

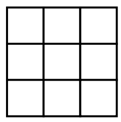
（时间: 2017 年 3 月 11 日 10:00～11:30）

一、填空题（每小题 10 分，共 80 分）

1. $\dfrac{1-\frac{1}{3}}{1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}}+\dfrac{\frac{1}{3}-\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}}+\cdots+\dfrac{\frac{1}{2015}-\frac{1}{2017}}{\frac{1}{2015}\times\frac{1}{2016}\times\frac{1}{2017}}=$ ________.

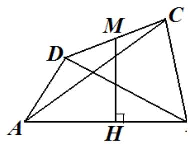
2. 甲、乙两车分别从 A 、 B 两地同时出发，相向而行，出发时甲乙两车的速度比为$5:4$．出发后不久，甲车发生爆胎，停车更换轮胎后继续前进，并且将速度提高 20%，结果在出发后 3 小时，与乙车相遇在 AB 两地中点．相遇后，乙车继续往前行驶，而甲车掉头行驶，当甲车回到 A 地时，乙车恰好到达甲车爆胎的位置，那么甲车更换轮胎用了________分钟．

3. 在3×3的网格中（每个格子是个1×1的正方形）摆放两枚相同的棋子，每个格子最多放一枚棋子，共有________种不同的摆放方法.（如果两种放法能够通过旋转而重合，则把它们视为同一种放置方法）.



4. 小于 1000 的自然数中，有________个数的数字组成中最多有两个不同的数字.

5. 右图中，ΔABC 的面积为 100 平方厘米，ΔABD 的面积为 72 平方厘米． M 为 CD 边的中点，$\angle MHB=90°$．已知 $AB=20$ 厘米．则 MH 的长度为________厘米.

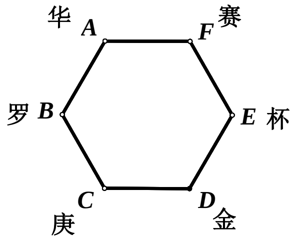


6. 一列数 $a_1,a_2,\cdots,a_n,\cdots$，记 $S(a_i)$ 为 a_i 的所有数字之和，如 $S(22)=2+2=4$．

若 $a_1=2017$，$a_2=22$，$a_n=S(a_{n-1})+S(a_{n-2})$，那么 a_{2017}等于________.

7. 一个两位数，其数字和是它的约数，数字差（较大数减去较小数）也是它的约数，这样的两位数的个数共有________个.

8. 如图，六边形的六个顶点分别标志为 A, B, C, D, E, F．开始的时候"华罗庚金杯赛"六个汉字分别位于 A, B, C, D, E, F 顶点处．将六个汉字在顶点处任意摆放，最终结果是每个顶点处仍各有一个汉字，每个字在开始位置的相邻顶点处， 则不同的摆放方法共有_______种．



二、解答下列各题（每题 10 分，共 40 分，要求写出简要过程）

9. 平面上有 5 条不同的直线，这 5 条直线共形成 m 个交点，则 m 有多少个不同的数值？

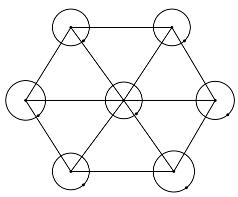
10. 求能被 7 整除且各位数字均为奇数，各位数字和为 2017 的最大正整数.

11. 从 1001，1002，1003，1004，1005，1006，1007，1008，1009 中任意选出四个数，使它们的和为偶数，则共有多少种不同的选法.

12. 使 $\dfrac{3n+2}{5n+1}$ 不为最简分数的三位数 n 之和.

三、解答下列各题（每小题 15 分，共 30 分，要求写出详细过程）

13. 一个正六边形被剖分成 6 个小三角形，如右图．在这些小三角形的 7 个顶点处填上 7 个不同的整数．能否找到一个填法， 使得每个小三角形顶点处的 3 个数都按顺时针方向从小到大排列．如果可以，请给出一种填法；如果不可以，请说明理由.



14. 7×7 的方格网黑白染色，如果黑格比白格少的列的个数为 m，黑格比白格多的行的个数为 n，求 $m+n$ 的最大值.