

## 2017 年高考数学新课标 I 卷（文科）

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x | x < 2\}$ ， $B = \{x | 3 - 2x > 0\}$ ，则 ( )

- (A)  $A \cap B = \left\{x \mid x < \frac{3}{2}\right\}$  (B)  $A \cap B = \emptyset$   
 (C)  $A \cup B = \left\{x \mid x < \frac{3}{2}\right\}$  (D)  $A \cup B = R$

**答案：A**

**解析：**  $B = \left\{x \mid x < \frac{3}{2}\right\}$ ，所以  $A \cap B = \left\{x \mid x < \frac{3}{2}\right\}$ ，选 A

2. 为评估一种农作物的种植效果，选了  $n$  块地作试验田。这  $n$  块地的亩产量（单位： $kg$ ）分别为  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，下面给出的指标中可以用来评估这种农作物亩产量稳定程度的是 ( )

- (A)  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的平均数 (B)  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的标准差  
 (C)  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的最大值 (D)  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的中位数

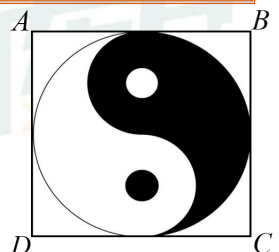
**答案：B**

3. 下列各式的运算结果为纯虚数的是 ( )

- (A)  $i(1+i)^2$  (B)  $i^2(1-i)$   
 (C)  $(1+i)^2$  (D)  $i(1+i)$

**答案：C**

4. 如图，正方形  $ABCD$  内的图形来自中国古代的太极图。正方形内切圆中的黑色部分和白色部分关于正方形的中心成中心对称。在正方形内随机取一点，则此点取自黑色部分的概率是 ( )





- (A)  $\frac{1}{4}$       (B)  $\frac{\pi}{8}$       (C)  $\frac{1}{2}$       (D)  $\frac{1}{2}$

答案:B

解析: 由图可知黑色部分占整个圆的  $\frac{1}{2}$ ,  $P = \frac{\frac{1}{2}S_{\text{圆}}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2}\pi r^2}{4r^2} = \frac{\pi}{8}$ , 选 B

5. 已知 F 是双曲线  $C: x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$  的右焦点, P 是 C 上一点, 且 PF 与 x 轴垂直, 点 A

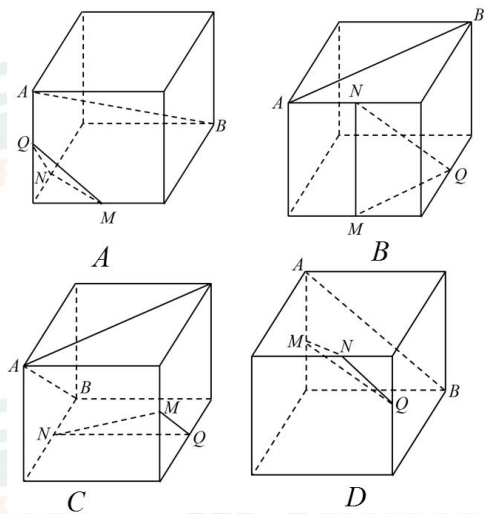
得坐标是 (1,3). 则  $\triangle APF$  的面积为 ( )

- (A)  $\frac{1}{3}$       (B)  $\frac{1}{2}$       (C)  $\frac{2}{3}$       (D)  $\frac{3}{2}$

答案:D

解析: 由题意可知 F (3,0), 求得 P 点的坐标为 (3,8),  $S = \frac{1}{2} \times 1 \times 3 = \frac{3}{2}$ .

6. 如图, 在下列四个正方体中, A, B 为正方体的两个顶点, M, N, Q 为所在棱的中点, 则在这四个正方体中, 直线 AB 与平面 MNQ 不平行的是 ( )



答案:A

解析: A 选项中, AB 与平面 MNQ 相交, 所以答案选 A.

7. 设 x, y 满足约束条件  $\begin{cases} x+3y \leq 3, \\ x-y \geq 1, \\ y \geq 0. \end{cases}$  则  $z=x+y$  的最大值为 ( )

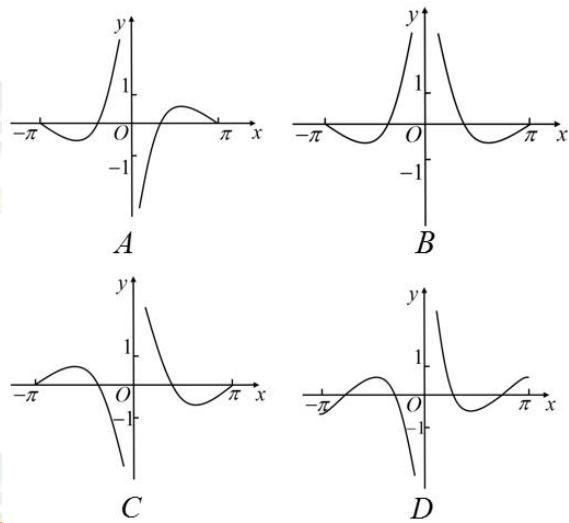
- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3

答案:D

解析: 画出可行域, 可知在点 (3,0) 处取到最大值, 最大值为 3, 选 D



8. 函数  $y = \frac{\sin 2x}{1 - \cos x}$  的部分图像大致为 ( )



答案:C

解析:  $f(x) = -f(-x)$  函数为奇函数, 当  $x = \pi$  时,  $f(\pi) = 0$ ;  $f(-\frac{\pi}{6}) < 0$  选 C

9. 已知函数  $f(x) = \ln x + \ln(2-x)$ , 则 ( )

(A)  $f(x)$  在  $(0, 2)$  单调递增

(B)  $f(x)$  在  $(0, 2)$  单调递减

(C)  $y = f(x)$  的图像关于直线  $x = 1$  对称

(D)  $y = f(x)$  的图像关于点  $(1, 0)$  对称

答案:C

10. 右图程序框图是为了求出满足  $3^n - 2^n > 1000$  的最小偶数  $n$ , 那么在

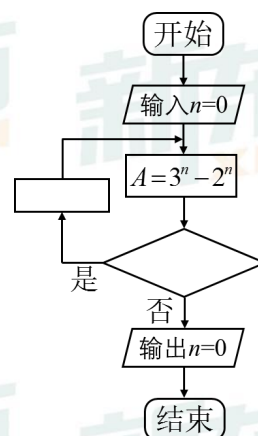
和  两个空白中, 可以分别填入 ( )

(A)  $A > 1000$  和  $n = n + 1$

(B)  $A > 1000$  和  $n = n + 2$

(C)  $A \leq 1000$  和  $n = n + 1$

(D)  $A \leq 1000$  和  $n = n + 2$



答案:D





11.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $\sin B + \sin A(\sin C - \cos C) = 0$ ,  $a = 2, c = \sqrt{2}$ , 则  $C =$  ( )

- (A)  $\frac{\pi}{12}$  (B)  $\frac{\pi}{6}$  (C)  $\frac{\pi}{4}$  (D)  $\frac{\pi}{3}$

**答案:**B

**解析:**  $\sin B = \sin(A + C) = \sin A \cos C + \cos A \sin C$ ;

$$\sin A \cos C + \cos A \sin C + \sin A \sin C - \sin A \cos C = 0,$$

$$\text{所以 } \sin C(\cos A + \sin A) = 0 \Rightarrow \cos A = -\sin A, \quad A = \frac{3\pi}{4}$$

又因为  $a = 2, c = \sqrt{2}$ , 由正弦定理得:  $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$ , 得出:  $C = \frac{\pi}{6}$

12. 设  $A, B$  是椭圆  $C: \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{m} = 1$  长轴的两个端点, 若  $C$  上存在点  $M$  满足  $\angle AMB = 120^\circ$ , 则  $m$  的取值范围是 ( )

- (A)  $(0, 1] \cup [9, +\infty)$  (B)  $(0, \sqrt{3}] \cup [9, +\infty)$   
(C)  $(0, 1] \cup [4, +\infty)$  (D)  $(0, \sqrt{3}] \cup [4, +\infty)$

**答案:**A

**解析:** 设椭圆  $C$  短轴的一个端点为  $N$ , 则只需  $\angle ONA \geq 60^\circ$ , 所以  $\tan \angle ONA = \frac{a}{b} \geq \sqrt{3}$ ,

$$a^2 \geq 3b^2. \text{ 所以 } \begin{cases} 0 < m < 3 \\ 3 \geq 3m \end{cases}, \text{ 或 } \begin{cases} m > 3 \\ m \geq 3 \times 3 \end{cases}, \text{ 解得 } 0 < m \leq 1 \text{ 或 } m \geq 9. \text{ 故 A.}$$

**二、填空题:** 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分

13. 已知向量  $a = (-1, 2), b = (m, 1)$ ,  $a+b$  和  $a$  垂直, 则  $m =$  \_\_\_\_\_.

**答案:**7

**解析:** 由  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{a} = 0$ , 得出:  $m = 7$

14. 曲线  $y = x^2 + \frac{1}{x}$  在点  $(1, 2)$  处的切线方程为 \_\_\_\_\_.







**答案：** $y = x + 1$

**解析：** $f(x) = 2x - \frac{1}{x^2}$ ，由  $f(1)' = 1$ ，又切线过点  $(1, 2)$ ，所以切线方程为  $y = x + 1$

15. 已知  $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $\tan \alpha = 2$ , 则  $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) =$  \_\_\_\_\_.

**答案：** $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

**解析：**因为  $\tan \alpha = 2$ ,  $\therefore \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ , 所以  $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3\sqrt{10}}{10}$

16. 已知三棱锥  $S - ABC$  的所有顶点都在球  $O$  的球面上， $SC$  是球  $O$  的直径，若平面  $SCA \perp$  平面  $SCB$ ， $SA = AC, SB = BC$ ，三棱锥  $S - ABC$  的体积为 9，则球  $O$  的表面积为 \_\_\_\_\_.

**答案：** $36\pi$

**解析：**连接  $OA, OB$ ，因为  $SA = AC, SB = BC$ ，所以  $AO \perp SC, BO \perp SC$ ，所以  $SC \perp$  平面  $AOB$ ，且  $\angle AOB$  即为二面角  $A - SC - B$  的平面角，又平面  $SCA \perp$  平面  $SCB$ ，所以  $\angle AOB = 90^\circ$ 。设球  $O$  的半径为  $r$ ，则  $OS = OC = OA = OB = r$ ，所以  $V_{S-ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle AOB} \cdot SC = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} r^2 \cdot 2r = \frac{1}{3} r^3 = 9$ ，解得  $r = 3$ ，所以球  $O$  的体积为  $V = 4\pi r^2 = 36\pi$ 。

三、解答题：共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或验算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：60 分。

17. (12 分) 记  $S_n$  为等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和，已知  $S_2 = 2, S_3 = -6$ 。

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式；

(2) 求  $S_n$ ，并判断  $S_{n+1}, S_n, S_{n+2}$  是否成等差数列





答案：(1)  $\therefore a_n = a_1 q^{n-1} = -2 \cdot (-2)^{n-1} = (-2)^n$ ; (2) 见解析

解析：(1)  $\because S_2 = 2, S_3 = -6$ .

$$\therefore S_3 - S_2 = a_3 = -6 - 2 = -8 \dots\dots\dots ①$$

$$\text{又 } S_2 = a_1 + a_2 = 2 \dots\dots\dots ②$$

由①②可得：  $q^2 + 4q + 4 = (q+2)^2 = 0$

$$\therefore q = -2$$

$$\text{又 } a_3 = a_1 q^2 = -8, \therefore a_1 = \frac{-8}{4} = -2$$

$$\therefore a_n = a_1 q^{n-1} = -2 \cdot (-2)^{n-1} = (-2)^n$$

$$(2) \text{ 由 (1) 得: } S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{-2[1-(-2)^n]}{1-(-2)} = \frac{2}{3}[(-2)^n - 1]$$

$$\therefore S_{n+1} = \frac{2}{3}[(-2)^{n+1} - 1], S_{n+2} = \frac{2}{3}[(-2)^{n+2} - 1]$$

$$S_{n+1} + S_{n+2} = \frac{2}{3}[(-2)^{n+1} - 1] + \frac{2}{3}[(-2)^{n+2} - 1]$$

$$= \frac{2}{3}[(-2)^{n+1} + (-2)^{n+2} - 2]$$

$$= \frac{2}{3}[2(-2)^n - 2]$$

$$\text{又 } 2S_n = \frac{4}{3}[(-2)^n - 1] \text{ 即 } 2S_n = S_{n+1} + S_{n+2}$$

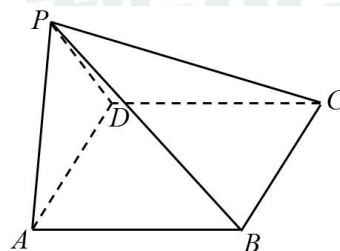
即  $S_{n+1}, S_n, S_{n+2}$  成等差数列

18. (12分) 如图，在四棱锥  $P-ABCD$  中， $AB \parallel CD$ ，且  $\angle BAP = \angle CDP = 90^\circ$

(1) 证明：平面  $PAB \perp$  平面  $PAD$ ；

(2) 若  $PA=PD=AB=DC$ ， $\angle APD = 90^\circ$ ，且四棱锥  $P-ABCD$  的体积为  $\frac{8}{3}$ ，

求该四棱锥的侧面积。





解析：

(1) 证明：Q 在四棱锥  $P-ABCD$  中， $\angle BPA = \angle CDP = 90^\circ$

$\therefore AB \perp AP, CD \perp DP$

又  $AB \perp CD \therefore AB \perp DP$

$AP \perp DP = P$

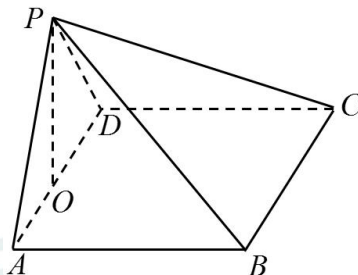
$AP, DP \subset$  平面  $PAD$

$AB \not\subset$  平面  $PAD$

$\therefore AB \perp$  平面  $PAD$

又  $AB \subset$  平面  $PAB$

$\therefore$  平面  $PAB \perp$  平面  $PAD$



(2) 由 (1) 可得：取  $AD$  的中点  $O$ ，并连接  $PO$ ，则  $PO \perp$  面  $ABCD$ ；

又  $PA = PD = AB = CD$ ，且  $\angle APD = 90^\circ$ ， $\therefore AD = \sqrt{2}AB$ ， $PO = \frac{1}{2}AD = \frac{\sqrt{2}}{2}AB$ ；

又  $V_{P-ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{底面}ABCD} \cdot PO$ ，即  $S_{\text{底面}ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AB \cdot AD \cdot PO = \frac{1}{3} \cdot AB \cdot \sqrt{2}AB \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}AB = \frac{8}{3}$ ，

则  $AB=2$ ， $AD=2\sqrt{2}$ ， $PB=2\sqrt{2}$ ， $BC=2\sqrt{2}$ ；

所以  $S_{\text{侧}} = S_{\Delta PAD} + S_{\Delta PAB} + S_{\Delta PDC} + S_{\Delta PBC} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 + \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (2\sqrt{2})^2 = 6 + 2\sqrt{3}$ 。

19. (12分) 为了监控某种零件的一条生产线的生产过程，检验员每隔 30 min 从该生产线上随机抽取一个零件，并测量其尺寸 (单位: cm)。下面是检验员在一天内依次抽取的 16 个零件的尺寸：

抽取次序	1	2	3	4	5	6	7	8
零件尺寸	9.95	10.12	9.96	9.96	10.01	9.92	9.98	10.04
抽取次序	9	10	11	12	13	14	15	16
零件尺寸	10.26	9.91	10.13	10.02	9.22	10.04	10.05	9.95

经计算得  $\bar{x} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} x_i = 9.97$ ， $s = \sqrt{\frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{16} (\sum_{i=1}^{16} x_i^2 - 16\bar{x}^2)} = 0.212$ ，





$$\sqrt{\sum_{i=1}^{16} (i-8.5)^2} = 18.439, \sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})(i-8.5) = -2.78, \text{ 其中 } x_i \text{ 为抽取的第 } i \text{ 个零件的尺寸, } i=1,2,\dots,16.$$

(1) 求  $(x_i, i)(i=1,2,\dots,16)$  的相关系数  $r$ , 并回答是否可以认为这一天生产的零件尺寸不随生产过程的进行而系统地变大或变小 (若  $|r| < 0.25$ , 则可以认为零件的尺寸不随生产过程的进行而系统地变大或变小).

(2) 一天内抽检零件中, 如果出现了尺寸在  $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$  之外的零件, 就认为这条生产线在这一天的生产过程可能出现了异常情况, 需对当天的生产过程进行检查.

(i) 从这一天抽检的结果看, 是否需对当天的生产过程进行检查?

(ii) 在  $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$  之外的数据称为离群值, 试剔除离群值, 估计这条生产线当天生产的零件尺寸的均值与标准差. (精确到 0.01)

附: 样本  $(x_i, y_i)(i=1,2,\dots,n)$  的相关系数  $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \sqrt{0.008} \approx 0.09.$

**解析:**

$$(1) \text{ 由已知 } r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

代入数据可算得  $r = |r| < 0.25 \approx -0.178$

所以  $|r| < 0.25$  以认为零件的尺寸不随生产过程的进行而系统地变大或变小。

(2) (i) 由已知  $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$  的区间可算得为  $(9.334, 10.546)$ , 由数据表可得 13 次抽查的零件尺寸为 9.22 在这个区间之外, 所以判断需要对当天的生产进行检查。

(ii) 剔除第 13 次的零件数据之后可以算得平均值为  $\bar{x} =$

$$\frac{9.95 + 10.12 + 9.96 + 9.96 + 10.01 + 9.92 + 9.98 + 10.04 + 10.26 + 9.91 + 10.13 + 10.02 + 10.04 + 10.05 + 9.95}{15}$$

$$= 10.02$$

标准差  $s$  为  $\sqrt{\frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{0.00815} \approx \sqrt{0.008} \approx 0.09$







20. (12分) 设 A, B 为曲线 C:  $y = \frac{x^2}{4}$  上两点, A 与 B 的横坐标之和为 4.

(1) 求直线 AB 的斜率;

(2) 设 M 为曲线 C 上一点, C 在 M 处的切线与直线 AB 平行, 且  $AM \perp BM$ , 求直线 AB 的方程.

**解析:**

(1) 设  $A(x_1, \frac{x_1^2}{4})$ ,  $B(x_2, \frac{x_2^2}{4})$

$$\therefore k_{AB} = \frac{\frac{x_1^2}{4} - \frac{x_2^2}{4}}{x_1 - x_2} = \frac{1}{4}(x_1 + x_2) = \frac{1}{4} \times 4 = 1$$

(2) 设  $AB: y = x + b$ , 与  $x^2 = 4y$  联立, 得  $x^2 - 4x - 4b = 0$

由  $\Delta = 16 + 16b > 0$ , 得  $b > -1$ , 且  $x_1 + x_2 = 4$ ,  $x_1 \cdot x_2 = -4b$  设  $M(x_0, \frac{x_0^2}{4})$ ,  $y = \frac{x^2}{4}$ ,  $\therefore y' = \frac{1}{2}x$

$\therefore$  C 在 M 处的切线斜率为  $k = \frac{1}{2}x_0 = k_{AB} = 1$ ,  $\therefore x_0 = 2$ ,

$\therefore M(2, 1)$ ,  $\therefore \overrightarrow{AM} = (2 - x_1, 1 - \frac{x_1^2}{4})$ ,  $\overrightarrow{BM} = (2 - x_2, 1 - \frac{x_2^2}{4})$

$\because AM \perp BM \therefore \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = (2 - x_1)(2 - x_2) + (1 - \frac{x_1^2}{4})(1 - \frac{x_2^2}{4})$

$$= 4 - 2(x_1 + x_2) + x_1x_2 + 1 - \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{4} + \frac{x_1^2x_2^2}{16}$$

$$= 4 - 8 + x_1x_2 + 1 - \frac{16 - 2x_1x_2}{4} + \frac{(x_1x_2)^2}{16}$$

$$= 4 - 8 - 4b + 1 - \frac{16 - 2 \cdot (-4b)}{4} + \frac{(-4b)^2}{16} = -6b - 7 + b^2 = 0$$

解得  $b = 7$  或  $b = -1$  (舍去),  $\therefore AB: y = x + 7$ .





21. (12分) 已知函数  $f(x) = e^x(e^x - a) - a^2x$

(1) 讨论  $f(x)$  的单调性;

(2) 若  $f(x) \geq 0$ , 求  $a$  的取值范围.

**解析:** (1)  $f(x) = e^x(e^x - a) - a^2x$ , 定义域为  $R$ ,  $f'(x) = 2e^{2x} - ae^x - a^2 = (2e^x + a)(e^x - a)$

当  $a = 0$  时,  $f(x) = e^{2x}$ , 在  $R$  上单调递增; 当  $a > 0$  时, 令  $f'(x) = 0$ , 解得  $x = \ln a$ ,

当  $x < \ln a$  时,  $f'(x) < 0$ , 当  $x > \ln a$  时,  $f'(x) > 0$ ,

$\therefore f(x)$  在  $(-\infty, \ln a)$  上单调递减, 在  $(\ln a, +\infty)$  上单调递增;

当  $a < 0$  时, 令  $f'(x) = 0$ , 解得  $x = \ln(-\frac{a}{2})$

当  $x < \ln(-\frac{a}{2})$  时,  $f'(x) < 0$ , 当  $x > \ln(-\frac{a}{2})$  时,  $f'(x) > 0$

$\therefore f(x)$  在  $(-\infty, \ln(-\frac{a}{2}))$  上单调递减, 在  $(\ln(-\frac{a}{2}), +\infty)$  上单调递增.

综上, 当  $a = 0$  时,  $f(x)$  在  $R$  上单调递增;

当  $a > 0$  时,  $f(x)$  在  $(-\infty, \ln a)$  上单调递减, 在  $(\ln a, +\infty)$  上单调递增;

当  $a < 0$  时,  $f(x)$  在  $(-\infty, \ln(-\frac{a}{2}))$  上单调递减, 在  $(\ln(-\frac{a}{2}), +\infty)$  上单调递增.

(2) 结合 (1)

当  $a = 0$  时, 满足  $f(x) = e^{2x} \geq 0$ ;

当  $a > 0$  时, 只需  $f(\ln a) = -a^2 \ln a \geq 0$ , 即  $\ln a \leq 0$ , 解得  $0 < a \leq 1$ ;

当  $a < 0$  时, 只需  $f(\ln(-\frac{a}{2})) = \frac{3}{4}a^2 - a^2 \ln(-\frac{a}{2}) \geq 0$ , 即  $\ln(-\frac{a}{2}) \leq \frac{3}{4} = \ln e^{\frac{3}{4}}$ ,

$\therefore 0 < -\frac{a}{2} \leq e^{\frac{3}{4}}$ , 解得  $-2e^{\frac{3}{4}} \leq a < 0$ . 综上,  $\therefore a$  的取值范围为  $[-2e^{\frac{3}{4}}, 1]$ .





(二) 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4：坐标系与参数方程]

在直角坐标系  $xOy$  中，曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 3\cos\theta, \\ y = \sin\theta, \end{cases}$  ( $\theta$  为参数)，直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = a + 4t, \\ y = 1 - t, \end{cases}$

( $t$  为参数)。

(1) 若  $a = -1$ ，求  $C$  与  $l$  的交点坐标；

(2) 若  $C$  上的点到  $l$  距离的最大值为  $\sqrt{17}$ ，求  $a$ 。

**解析：**

(1) 当  $a = -1$  时，直线化为直角方程为  $l: x + 4y - 3 = 0$ ，

曲线  $C$  的直角方程为  $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$  联立得  $A(-\frac{21}{25}, \frac{24}{25}), B(3, 0)$

(2) 设曲线上点  $P(3\cos\theta, \sin\theta)$ ，则点  $P(3\cos\theta, \sin\theta)$  到直线  $l: x + 4y - 4 - a = 0$  的距离

$$d = \frac{|3\cos\theta + 4\sin\theta - 4 - a|}{\sqrt{1+16}}$$

令  $d = \sqrt{17}$ ；即  $|3\cos\theta + 4\sin\theta - 4 - a| = |5\sin(\theta + \varphi) - 4 - a| = 17$ 。当  $-4 - a \geq 0$  时，即  $a \leq -4$  时，

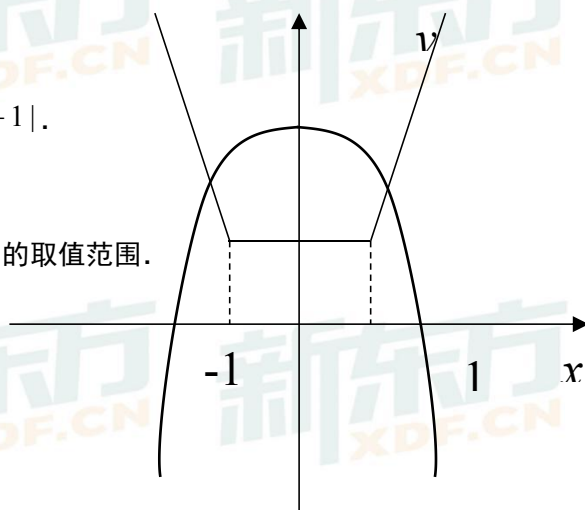
$5 - 4 - a = 17$ ，解得  $a = -16$ 。当  $a > -4$  时， $5 + 5 + a = 17$ ，解得  $a = 8$

23. [选修 4-5：不等式选讲]

已知函数  $f(x) = -x^2 + ax + 4$ ， $g(x) = |x + 1| + |x - 1|$ 。

(1) 当  $a = 1$  时，求不等式  $f(x) \geq g(x)$  的解集；

(2) 若不等式  $f(x) \geq g(x)$  的解集包含  $[-1, 1]$ ，求  $a$  的取值范围。





解析：

$$(1) g(x) = \begin{cases} -2x, & x < -1 \\ 2 & -1 \leq x \leq 1 \\ 2x & x > 1 \end{cases}$$

当  $a=1$  时,  $f(x) = -x^2 + x + 4$ 。

$$\textcircled{1} \text{ 当 } x < -1 \text{ 时, } f(x) \geq g(x) \Rightarrow \begin{cases} -x^2 + x + 4 \geq -2x \\ x < -1 \end{cases}, \text{ 解得 } x \in \emptyset;$$

$$\textcircled{2} \text{ 当 } -1 \leq x \leq 1, f(x) \geq g(x) \Rightarrow \begin{cases} -x^2 + x + 4 \geq 2 \\ -1 \leq x \leq 1 \end{cases}, \text{ 解得 } x \in [-1, 1];$$

$$\textcircled{3} \text{ 当 } x > 1 \text{ 时, } f(x) \geq g(x) \Rightarrow \begin{cases} -x^2 + x + 4 \geq 2x \\ x > 1 \end{cases}, \text{ 解得 } x \in \left(1, \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}\right];$$

综上所述,  $f(x) \geq g(x)$  的解集为  $x \in \left[-1, \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}\right]$ 。

$$(2) \text{ 如图所示, 要使 } f(x) \geq g(x) \text{ 的解集包含 } [-1, 1], \text{ 只需 } \begin{cases} f(-1) \geq 2 \\ f(1) \geq 2 \end{cases}, \text{ 即 } \begin{cases} 3 - a \geq 2 \\ 3 + a \geq 2 \end{cases}, \text{ 解}$$

得  $a \in [-1, 1]$ 。

