太原市 2017—2018 学年第一学期期中考试

九年级数学

一、选择题（本大题含 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

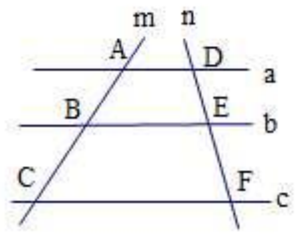
1. 一元二次方程 $x^2-9=0$ 的解是（　　）

A. $x=3$　　B. $x=-3$　　C. $x_1=3,x_2=-3$　　D. $x_1=9,x_2=-9$

【答案】 C
【考点】 一元二次方程的解法

2. 如图,直线 a,b,c 分别与直线 m,n 交于点 A,B,C,D,E,F. 已知直线 $a\,//\,b\,//\,c$,若 $AB=2$，$BC=3$, 则 $\dfrac{DE}{EF}$ 的值为（　　）

A. $\dfrac{2}{3}$　　B. $\dfrac{3}{2}$　　C. $\dfrac{2}{5}$　　D. $\dfrac{3}{5}$



【答案】 A
【考点】 平行线分线段成比例

3.有四张背面完全相同的扑克牌，牌面数字分别是 2,3,4,5.将四张牌背面朝上放置并搅匀后,从中任意摸出一张,不放回,再任意摸出一张.摸到的两张牌的牌面数字都是奇数的概率是（　　）

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{1}{4}$　　C. $\dfrac{1}{8}$　　D. $\dfrac{1}{6}$

【答案】D
【考点】表格法或树状图法求概率

4.菱形具有而平行四边形不一定具有的性质是（　　）

A. 对边平行　　B.对角相等
C. 对角线互相平分　　D.对角线互相垂直

【答案】D
【考点】菱形的性质与平行四边形的性质

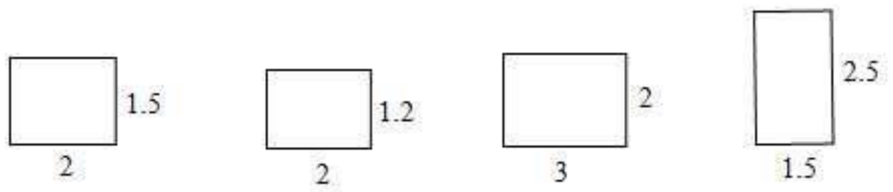
5. 下列一元二次方程中，有两个相等的实数根的是（　　）

A. $(x-2)^2=-1$　　B. $x^2-2x+1=0$

C. $(x-2)^2=1$　　D. $x^2-2x-1=0$

【答案】B
【考点】根的判别式

6.已知矩形 ABCD 中，AB=4，BC=3，下列四个矩形中与矩形 ABCD 相似的是（　）



A　　B　　C　　D

【答案】A
【考点】相似多边形的判定

7.九年级举行篮球赛,初赛采用单循环制（每两个班之间都举行一场比赛）.据统计,比赛共进行了 28 场,求九年级共有多少个班.若设九年级共有 x 个班,根据题意列出的方程是（　）

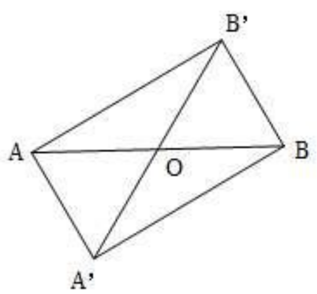
A. $x(x-1)=28$　　B. $\frac{1}{2}x(x-1)=28$　　C. $2x(x-1)=28$　　D. $\frac{1}{2}x(x+1)=28$

【答案】B
【考点】一元二次方程应用

【解析】设九年级共有 x 个班，则每个班参加（x-1）场比赛，则总有 $\frac{1}{2}x(x-1)$ 场比赛。根据题意列方程得

$\frac{1}{2}x(x-1)=28$。

8.如图，将线段 AB 绕它的中点 O 逆时针旋转 a°（0< a <180）得到线段 A′B′ , A，B 的对应点分别是 A′，B′，依次连接 A，B，A′，B′，下列结论不一定正确的是（　　）



A.∠AA′B=90°　　B.对于任意 a，四边形 AA′BB′都是矩形

C.AB=2BB′　　D.当 a =90 时，四边形 AA′BB′都是正方形

【答案】C

【考点】特殊平行四边形判定

【解析】∵ 点 O 是 AB 的中点，∴ OA=OB

由旋转可知 AB= A'B'，∴ OA=OB=OA'=OB'，

∴ 四边形 AA'BB'都是矩形　故 B 选项正确

∴ ∠OA'A=∠OAA'，∠OA'B=∠OBA'

又∵ ∠A'OB=∠OA'A+∠OAA'，∠AOA'=∠OA'B+∠OBA'

在 Rt△AA'B 中，∵ ∠A'AB+∠A'AB+∠A'BA=180°

∴ ∠OA'A+∠OAA'+ ∠OA'B+∠OBA'=180°，即 2（∠OA'B+∠OA'A）=90°

∴ ∠AA'B=90°　　故 A 选项正确

∵ a=90　　∴ AB⊥A'B'

∵ 四边形 AA'BB'都是矩形

∴ 四边形 AA'BB'是正方形　故 D 选项正确

9.一个不透明的口袋中只有红、白两种颜色的球若干个,这些球除颜色外完全相同.将口袋中的小球搅拌均匀,从中随机摸出一球,记下颜色后放回,重复 n 次.当 n 足够大时,若摸到红球 m 次,则据此估计口袋中红、白个数的比为（　　）

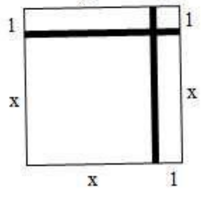
A. $\frac{m}{n}$　　B. $\frac{m}{n-m}$　　C. $\frac{n}{m}$　　D. $\frac{m}{n+m}$

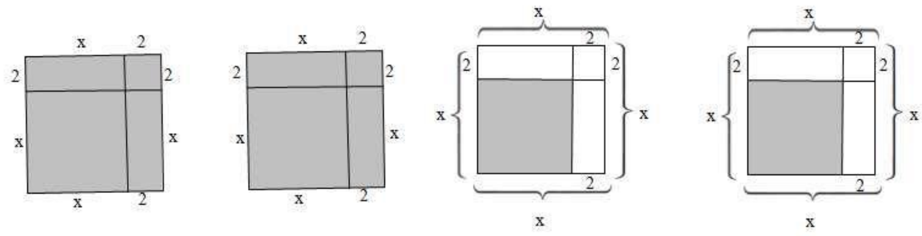
【答案】B

【考点】**频率估计概率**

【解析】随着试验次数增加，频率越来越接近概率。∵n 足够大，∴红球的概率为$\frac{m}{n}$，∴白球的概率为$\frac{n-m}{n}$，则红球和白球数的比是$\frac{m}{n-m}$

10.对于一元二次方程，我国及其他一些国家的古代数学家曾研究过其几何解法，以方程$x^2+2x-35=0$为例，公元 9 世纪，阿拉伯数学家阿尔•花拉子米采用的方法是：将原方程变形为$(x+1)^2=35+1$，然后构造右图，一方面，正方形的面积为$(x+1)^2$；另一方面，它又等于 35+1，因此可得方程的一个根$x=5$，根据阿尔•花拉子米的思路，解方程$x^2-4x-21=0$时构造的图形及相应正方形面积（阴影部分）S 正确的是（　　）





S=21+4=25　　S=21-4=17　　S=21+4=25　　S=21-4=17

A　　B　　C　　D

【答案】C

【考点】一元二次方程配方法应用

【解析】对 $x^2-4x-21=0$ 进行配方得 $(x-2)^2=21+4$ 即可求解

二、**填空题**（本大题含 5 个小题，每小题 2 分，共 10 分）把答案写在题中横线上。

11. 已知 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{2}{3}(\mathrm{b}+\mathrm{d}\neq 0)$，则 $\frac{a+c}{b+d}$ 的值为________.

【答案】$\frac{2}{3}$.

【考点】等比性质.

【解析】$\because b+d \neq 0$，$\therefore \frac{a+c}{b+d}=\frac{a}{b}=\frac{2}{3}$

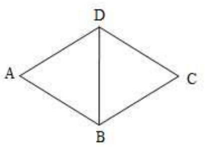
12. 用因式分解法解一元二次方程 $(4x-1)(x+3)=0$ 时，可将原方程转化为两个一元一次方程，其中一个方程是 $4x-1=0$，则另一个方程是________.

【答案】$x+3=0$.

【考点】因式分解法解方程.

【解析】若 $(4x-1)(x+3)=0$，则 $4x-1=0$ 或 $x+3=0$.

13. 如图，菱形 ABCD 中，∠ABC=2∠A. 若对角线 BD=3，则菱形 ABCD 的周长为________.



【答案】12.

【考点】菱形性质.

【解析】∵∠ABC=2∠A，且∠ABC+∠A=180°，∴3∠A=180°，则∠A=60°，又∵AB=AD，∴△ABD 为等边三角形，∴AB=BD=3，∴菱形 ABCD 的周长为 12.

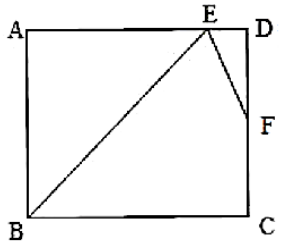
14. 为积极响应国家提出的“大众创业、万众创新”号召，某市加大了对“双创”工作的支持力度. 据悉，2015 年该市此项拨款为 1.5 亿元，2017 年的拨款达到 2.16 亿元. 这两年该市对“双创”工作专项拨款的平均增长率为________.

【答案】20%

【考点】一元二次方程增长率应用题

【解析】设 2015 至 2017 年的“双创”工作专项拨款的平均增长率为 x，由题意得：$1.5(1+x)^2$=2.16，解得：x_1=0.2=20%，x_2=-2.2（舍）. 因此这两年该市对“双创”工作专项拨款的平均增长率为 20%.

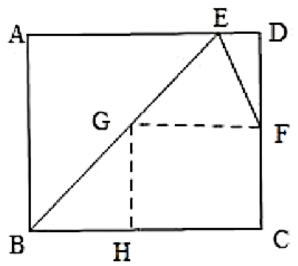
15. 如图，矩形 ABCD 中，∠ABC 的平分线交 AD 边于点 E，点 F 是 CD 的中点，连接 EF. 若 AB=8，且 EF 平分∠BED，则 AD 的长为________.



【答案】$4+4\sqrt{2}$.

【考点】矩形的性质；角平分线性质；等腰三角形性质.

【解析】



过点 F 作 FG//CB 交 EB 于点 G，作点 G 作 GH⊥BC 交 BC 于点 H.

∵四边形 ABCD 是矩形且 BE 平分∠ABC，∴AB=AE=8，∴BE=$8\sqrt{2}$.

∵点 F 是 DC 中点，∴FC=GH=BH=4，∴BG=$4\sqrt{2}$，∴GE=BE-BG=$8\sqrt{2}-4\sqrt{2}=4\sqrt{2}$.

∵EF 平分∠BED，∴∠BEF=∠DEF.

又∵GF//AD，∴∠DEF=∠EFG，∴∠BEF=∠EFG. ∴GF=GE=$4\sqrt{2}$，∴HC=$4\sqrt{2}$

∴AD=BC=BH+HC=$4+4\sqrt{2}$.

16.（每小题 4 分，共 8 分）解下列方程

（1）$x(x-4)-6=0$　　　　（2）$(x+1)^2=6x+6$

【考点】解一元二次方程

【解析】（1）$x^2-4x-6=0$

$x^2-4x=6$

$x^2-4x+4=10$

$(x-2)^2=10$

$x-2=\pm\sqrt{10}$

$x=2\pm\sqrt{10}$

$x_1=2+\sqrt{10}$，$x_2=2-\sqrt{10}$

（2）$(x+1)^2=6x+6$

$x^2+2x+1=6x+6$

$x^2-4x=5$

$x^2-4x+4=5+4$

$(x-2)^2=9$

$x-2=\pm3$

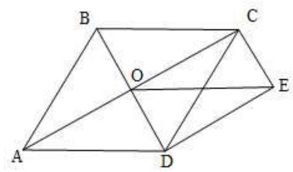
$x=2\pm3$

$x_1=5$，$x_2=-1$

17.（本题 6 分）

如图，已经菱形 ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O，点 E 是菱形外一点，且 DE∥AC，CE∥BD，连接 OE.

求证：OE=CD.



【考点】菱形的判断、性质与平行四边形的性质.

【解析】证明：∵DE∥AC，CE∥BD，

∴四边形 ODEC 为平行四边形，

又∵在菱形 ABCD 中，AC⊥BD，

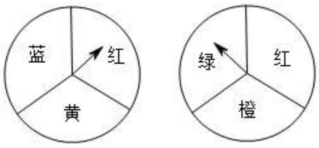
∴四边形 ODEC 为矩形，

∴在矩形 ODEC 中，CD=OE.

18.（本题 6 分）

“十一”黄金周期间，某商厦为了吸引顾客，设立了甲、乙两个可以自由转动的转盘，每个转盘被等分成 3 份，分别涂有不同颜色. 商场规定顾客每购买 100 元的商品，就能获得一次参加抽奖的机会. 规则是：分别转动甲、乙两个转盘各一次，转盘停止后，如果两个指针所指区域的颜色相同，顾客就可以获得一份奖品，若指针转到分割线上，则重新转

动一次.小红的妈妈购买了 125 元的商品,请计算她妈妈获得奖品的概率.



【考点】利用树状图或表格求概率

【解析】解：同时转动两个转盘，出现的结果如下

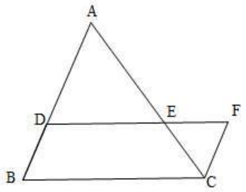
	红	绿	橙
红	（红，红）	（红，绿）	（红，橙）
黄	（黄，红）	（黄，绿）	（黄，橙）
蓝	（蓝，红）	（蓝，绿）	（蓝，橙）

∴总共有 9 种结果，且每种结果出现的可能性相同，其中满足条件的情况有 1 种，

$\therefore P=\frac{1}{9}$

19.（本题 6 分）

如图,已知△ABC中,点D,E分别在边AB和AC上,DE∥BC,过点C作CF∥AB,交DE的延长线于点F.若AD:BD=3:2,BC=15,求 EF 的长.



【考点】平行线分线段成比例;平行四边形的判定

【解析】解:∵BA∥CF,DF∥BC.

∴四边形 DBCF 是平行四边形.

∴DF=BC=15.

∵DF∥BC,

$\therefore \frac{AD}{BD}=\frac{AE}{EC}=\frac{3}{2}$,

∵CF∥BD,

$\therefore \frac{AE}{EC}=\frac{DE}{EF}=\frac{3}{2}$,

∵DE=DF−EF,

$\therefore \frac{DF-EF}{EF}=\frac{3}{2}$,

即 $\frac{15-EF}{EF}=\frac{3}{2}$,

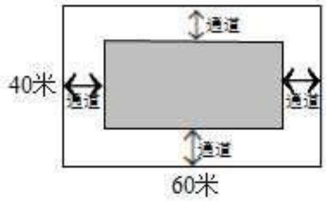
∴EF=6

20.（本题 8 分）

如图，为美化环境，某小区计划在一块长方形空地上修建一个面积为 1500 平方米的长方形草坪，并将草坪四周余下的空地修建成同样宽的通道，已知长方形空地的长为 60 米，宽为 40 米。

（1）求通道的宽度；

（2）晨光园艺公司承揽了该小区草坪的种植工程，计划种植“四季青”和“黑麦草”两种绿草，该公司种植“四季青”的单价是 30 元/平方米，超过 50 平方米后，每多出 5 平方米，所有“四季青”的种植单价可降低 1 元，但单价不低于 20 元/平方米。已知小区种植“四季青”的面积超过 50 平方米，支付晨光园艺公司种植“四季青”的费用为 2000 元，求种植“四季青”的面积。



【考点】一元二次方程的运用

【解析】解：（1）设通道宽为 x 米。

$(60-2x)(40-2x)=1500$

解得 $x_1=5$，$x_2=45>40$（不符合题意，舍去）

答：通道宽为 5 米

（2）设“四季青”种植面积为 y 平方米。

$[30-0.2(y-50)]y=2000$

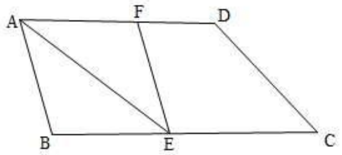
解得 $y_1=y_2=100$

$30-0.2(100-50)=20$（元/平方米）

答：“四季青”种植面积为 100 平方米。

21.（本题 6 分）

如图,已知四边形纸片 ABCD 中,AD∥BC,点 E 是 BC 边上的一点,将纸片沿 AE 折叠,点 B 恰好落在 AD 边上的点 F 处,连接 EF.求证:四边形 ABEF 是菱形.



【考点】 折叠问题;菱形的判定与性质

【解析】证明:∵将纸片沿 AE 折叠,点 B 恰好落在 AD 边上的点 F 处.

∴AB＝AF,BE＝EF,∠BAE＝FAE.

又∵AD∥BC

∴∠BEA＝∠FAE

∴∠BAE＝∠BEA

∴AB＝BE

∴AB＝BE＝AF＝EF

∴四边形 ABEF 是菱形.

22.（本题 6 分）

阅读下列材料,完成任务:

自相似图形

定义:若某个图形可分割为若干个都与它相似的图形,则称这个图形是自相似图形.例如;正方形 ABCD 中，点 E,F,G,H 分别是 AB,BC,CD,DA 边的中点,连接 EG,HF 交于点 O,易知分割成的四个四边形 AEOH,EBFO,OFCG,HOGD 均为正方形，且与原正方形相似,故正方形是自相似图形.

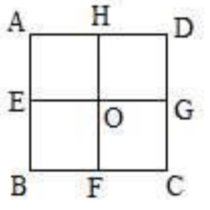


图 1

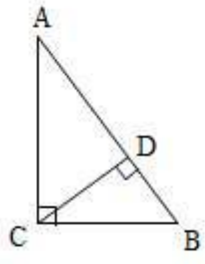


图 2

任务:

（1）图 1 中正方形 ABCD 分割成的四个小正方形中,每个正方形与原正方形的相似比为________;

（2）如图 2,已知△ABC 中,∠ACB=90°，AC=4,BC=3.小明发现△ABC 也是“自相似图形”.他的思路是:过点 C 作 CD⊥AB 于点 D,则 CD 将△ABC 分割成 2 个与它自己相似的小直角三角形.已知△ACD∽△ABC,则△ACD 与△ABC 的相似比为__________;

（3）现有一个矩形 ABCD 是自相似图形，其中 AD=a,宽 AB=b(a＞b).

请从下面 A,B 两题中任选一题作答：我选择_______题.

A:①如图 3-1,若矩形 ABCD 纵向分割成两个全等矩形,且与原矩形都相似,则 a=________（用含 b 的式子表示）;

②如图 3-2,若将矩形 ABCD 纵向分割成 n 个全等矩形,且与原矩形都相似,则 a=________(用含 n,b 的式子表示);

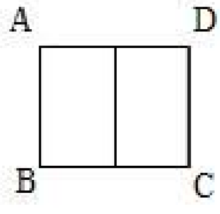


图 3-1

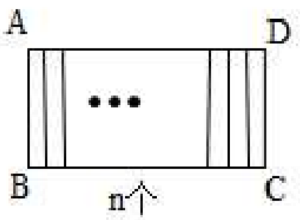


图 3-2

B:①如图 4-1,若将矩形 ABCD 纵向分割出 2 个全等矩形，再将剩余的部分横向分割成 3 个全等矩形,且分割得到的矩形与原矩形都相似,则 a=________（用含 b 的式子表示）;

②如图 4-2，若将矩形 ABCD 先纵向分割出 m 个全等矩形，再将剩余的部分横向分割成 n 个全等矩形,且分割得到的矩形与原矩形都相似,则 a=________（用含 m,n,b 的式子表示）.

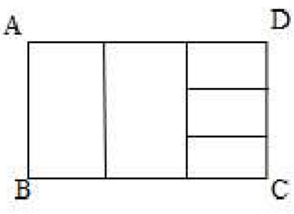


图 4-1

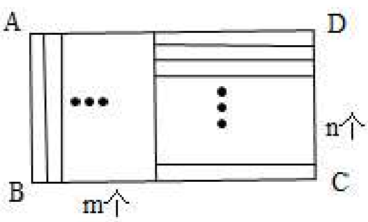


图 4-2

【考点】相似多边形

【解析】解:(1)1：2

□ $AH=\frac{1}{2}AD$ ∴每个正方形与原正方形的相似比为 1:2;

（2）4:5.

在△ABC 中，∠ACB=90°，AC=4,BC=3,由勾股定理得：AB=5

∵△ACD∽△ABC　　$\therefore\frac{AC}{AB}=\frac{4}{5}$　　∴△ACD 与△ABC 的相似比为 4:5;

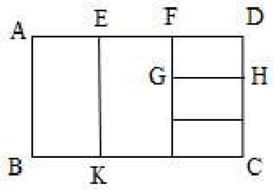
（3）A.①∵两个全等矩形都与原矩形相似

$\therefore\frac{\frac{1}{2}a}{b}=\frac{b}{a}$，　$\therefore\frac{1}{2}a^2=b^2$　　$\therefore a^2=2b^2$　　$\therefore a=\sqrt{2}b$

②∵n 个全等矩形都与原矩形相似

$\frac{\frac{a}{n}}{b}=\frac{b}{a}$，　$\therefore\frac{a^2}{n}=b^2$　　$\therefore a^2=nb^2$　　$\therefore a=b\sqrt{n}$

B.①



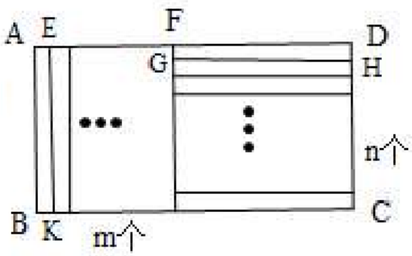
如图，∵矩形 FGHD∽矩形 ABCD

$\therefore\frac{FG}{AB}=\frac{FD}{AD}$　　$\therefore\frac{\frac{1}{3}b}{b}=\frac{FD}{a}$　　$\therefore FD=\frac{1}{3}$ (　　$\therefore AF=\frac{2}{3}$ (　　$\therefore AE=EF=\frac{1}{3}a$

∵矩形 EABK∽矩形 ABCD

\ $\frac{AE}{AB}=\frac{AB}{BC}$　　$\therefore\frac{\frac{1}{3}a}{b}=\frac{b}{a}$　　$\therefore\frac{1}{3}a^2=b^2$　　$\therefore a^2=3b^2$　　$\therefore a=\sqrt{3}b$

②



如图，∵矩形 FGHD∽矩形 ABCD

$\therefore \dfrac{FG}{AB}=\dfrac{FD}{AD}$　　$\therefore \dfrac{\frac{b}{n}}{b}=\dfrac{FD}{a}$　　$\therefore FD=\dfrac{a}{n}$　　$\backslash\ AF=a-\dfrac{a}{n}=\dfrac{a(n-1)}{n}$　　$\backslash\ AE=\dfrac{1}{m}AF=\dfrac{a(n-1)}{mn}$

∵矩形 EABK∽矩形 ABCD

$\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{AB}{BC}$　　$\backslash\ \dfrac{\frac{a(n-1)}{mn}}{b}=\dfrac{b}{a}$　　$\backslash\ \dfrac{a^2(n-1)}{mn}=b^2$　　$\backslash\ a^2=\dfrac{mnb^2}{n-1}$　　$\therefore a=\sqrt{\dfrac{mnb^2}{n-1}}=b\sqrt{\dfrac{mn}{n-1}}$

23.（本题 10 分）

问题情境：

已知，菱形 ABCD，点 B 关于直线 AD 的对称点为点 E，连接 AE，CE，线段 CE 交直线 AD 于点 F，连接 BF.

（1）　特例研究：

如图 1，当∠ABC=90°时，点 A，B，E 在同一条直线上.求证：BF $=\dfrac{1}{2}$CE；

（2）类比思考：**请从下列 A，B 两题中任选一题作答：我选择______题.**

当 90°＜∠ABC＜180°时，小彬提出如下问题：

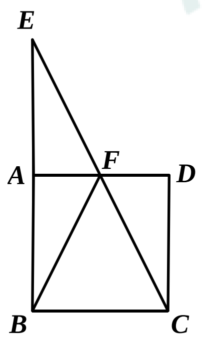
A：若点 E，D，C 三点在同一直线上，请在下面画出符合条件的图形，并直接写出∠ABC 的度数；

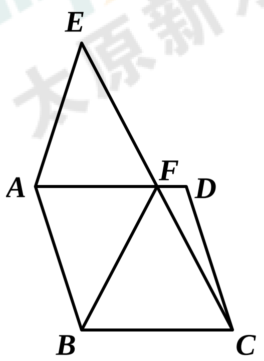
B: 如图 2，若点 E，D，C 三点不在同一直线上，判断（1）中的结论是否仍然成立，若成立。请证明；若不成立，说明理由；

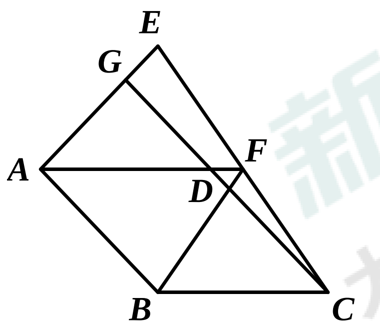
（3）拓展分析：**请从下列 A，B 两题中任选一题作答：我选择______题.**

A:如图 3，当∠ABC=135°时，CD 的延长线交 AE 于点 G.直接写出 $\dfrac{GE}{DF}$ 的值；

B: 当∠ABC=45°时，直线 AE 与 CD 相交于点 G，请在下面画出符合条件的图形，并直接写出 $\dfrac{GE}{DF}$ 的值.







【考点】特殊平行四边形与平行线分线段成比例、三角形相似综合考察。

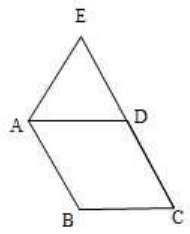
【解析】

（1）证明：∵点 B 与点 E 关于直线 AD 对称

$\therefore AE = AB$ ∵四边形 ABCD 是菱形 ∴AD∥BC $\therefore \dfrac{EA}{AB} = \dfrac{EF}{FC}$ $\therefore EF = FC$

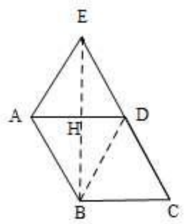
又∵ $\angle ABC = 90°$ $\therefore BF = \dfrac{1}{2}CE$

（2）A:【答案】如图所示



120°

【解析】



证明：如图，连接 BE，交直线 AD 于点 H

∵点 B 与点 E 关于直线 AD 对称 ∴EH=HB EB⊥AD ∵四边形 ABCD 是菱形 ∴AD∥BC

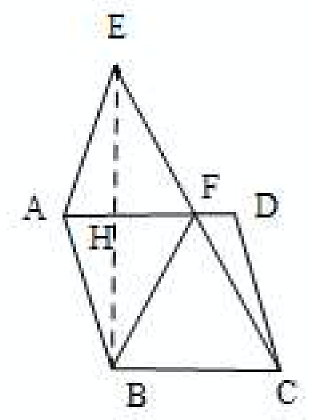
∴∠EBC=∠EHD=90°，$\dfrac{EH}{HB} = \dfrac{ED}{DC}$ ∵EH=HB ∴ED=DC ∴在 Rt△EBC 中，$BD = \dfrac{1}{2}EC = DC$

又∵四边形 ABCD 是菱形 ∴DC=BC ∴BD=DC=BC ∴△BDC 是等边三角形 ∴∠C=60°

∴∠ABC=180°－∠C=180°－60°=120°

B:【答案】 成立

【解析】



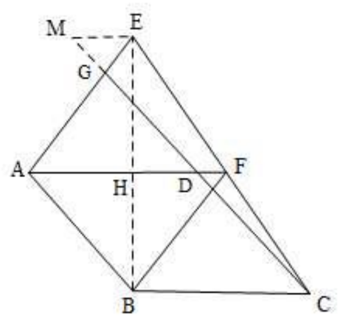
证明：如图，连接 BE 交 AD 于点 H

∵点 B 与点 E 关于直线 AD 对称　　∴EB⊥AD　BH=EH　　∵四边形 ABCD 是菱形　　∴AD∥BC

∴ $\frac{EH}{HB}=\frac{EF}{FC}$　　∴EF=FC　　∵∠EBC=90°　　∴ $BF=\frac{1}{2}EC$

（3）A: **【答案】** $\sqrt{2}$

【解析】



如图，连接 BE,交直线 AD 于点 H，过点 E 作 BC 的平行线交 CG 的延长线于点 M

∵点 B 与点 E 关于直线 AD 对称　　∴EH=HB　EB⊥AD　AB=AE　　又∵四边形 ABCD 是菱形

∴AD∥BC　　∴EB⊥BC，EB⊥EM　　$\frac{EH}{HB}=\frac{EF}{FC}$　　∵EH=BH　　∴EF=FC　　∴CE=2CF

∵ME∥AD　　∴△CME∽△CDF　　∴ $\frac{ME}{DF}=\frac{CE}{CF}=\frac{2}{1}$

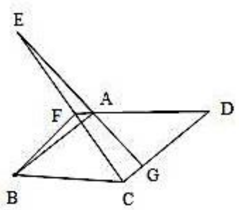
∵∠ABC=135°　∴∠DAB=∠DCB=45°　　∴∠EAD=45°

又∵ME∥AD∥BC　　∴∠MEG=∠EAD=45°　　∠EMC=∠DCB=45°

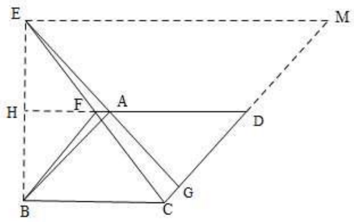
∴∠MGE=90°　　∴ $ME=\sqrt{2}GE$

∴ $\frac{ME}{DF}=\frac{\sqrt{2}GE}{DF}=\frac{2}{1}$　　∴ $\frac{GE}{DF}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

（3）B：【答案】 $\sqrt{2}$



【解析】



如图，连接 BE，交直线 AD 于点 H，过点 E 作 BC 的平行线交 CG 的延长线于点 M

∵点 B 与点 E 关于直线 AD 对称　　∴EH=HB　EB⊥AD　AB=AE　　又∵四边形 ABCD 是菱形

∴AD∥BC　　∴EB⊥BC，EB⊥EM　　$\frac{EH}{HB}=\frac{EF}{FC}$　　∵EH=BH　　∴EF=FC　CE=2CF　　∵ME∥AD

∴△CME∽△CDF　　∴ $\frac{ME}{DF}=\frac{CE}{CF}=\frac{2}{1}$

∵∠ABC=45°　∴∠ABH=∠AEH=45°　　∴∠EAH=45°

又∵ME∥AD　　∴∠EMG=∠ADC=∠ABC=45°　　∠MEG=∠EAH=45°

∴∠EGM=90°　　∴ $ME=\sqrt{2}GE$

∴ $\frac{ME}{DF}=\frac{\sqrt{2}GE}{DF}=\frac{2}{1}$　　∴ $\frac{GE}{DF}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$