太原市 2017-2018 年高二第一次阶段性测试

数学试卷

一．选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分，在每出的小题给四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将其字母代码填入下表相应位置）

1．已知点 $A(1,0),B(-1,1)$，则直线 AB 的斜率为(　　)

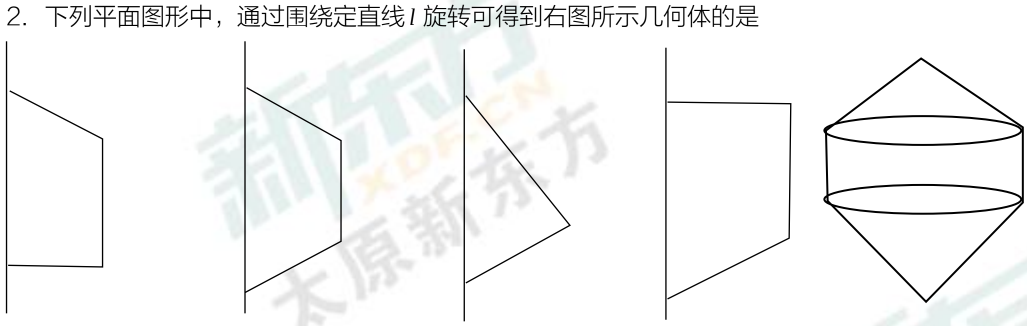
A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. -2　　D. 2

考点：直线的斜率

解析：因为已知 $A(1,0),B(-1,1)$ 所以可以用点差法直接求出直线的斜率 $k=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{0-1}{1-(-1)}=-\frac{1}{2}$，故选 A

答案：A

2．下列平面图形中，通过围绕定直线 l 旋转可得到右图所示几何体的是



A　　B　　C　　D

考点：空间几何体旋转体

解析：由直观图可以判断出该几何体是上下两个圆锥与中间一个圆柱组合而成，圆锥由直角三角形旋转得到，圆柱由矩形旋转得到，而 B 中图形可以看做是由上下两个三角形和中间一个矩形构成，故选 B

答案：B

3.圆 $(x-1)^2+(y-2)^2=4$ 的圆心坐标和半径分别为（　　）

A. $(-1,-2)$，4　　B. $(1,2)$，4

C. $(-1,-2)$，2　　D. $(1,2)$，2

考点：圆的标准方程

解析：由圆的标准方程 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$，圆心为 (a,b)，半径为 r，可得圆心是 $(1,2)$，半径是 2.

答案：D

4.直线 $y=x-1$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 的位置关系是

A.相离　　B.相交

C.相切　　D.不确定

考点：直线与圆的位置关系

解析：圆心 $(0,0)$ 到直线 $x-y-1=0$ 的距离 $d=\frac{|0-0-1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}<1$，故直线与圆相交。

答案：B

5.已知 m,n 是两条不同直线，α 是一个平面，则下列结论正确的是：（　　）

A.若 $m//\alpha,n\subset\alpha$，则 $m//n$　　B.若 $m//\alpha,n//\alpha$，则 $m//n$

C.若 $m//\alpha,m\perp n$，则 $n\perp\alpha$　　D.若 $m//n,m\perp\alpha$，则 $n\perp\alpha$

考点：直线和直线，直线和平面的位置关系

解析：根据直线和平面的位置关系，进行判断，A 直线和平面平行不能判断直线和平面内直线平行；B 线面平行不能断定线线平行；C 中直线和平面关系也可以有其他位置关系；

答案：D

6.直线 $x+y-1=0$ 与直线 $2x+2y+1=0$ 的距离是（　）

A. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

考点：平行直线间的距离问题

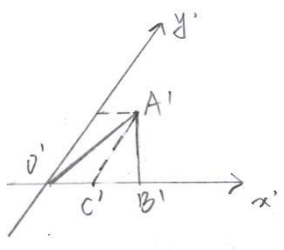
解析：因为两直线平行，将直线化为统一的 $Ax+By+C=0$ 的形式，根据距离公式计算可得：$\frac{|C_1-C_2|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

带入可得 $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

答案：A

7. 如图，$\Delta O'A'B'$ 是 ΔOAB 用斜二测画法画出来的直观图，其中 $O'B'=4$，$A'C'=6$，$A'C'//y'$，则 ΔOAB 的面积（　）

A.6　　B.12　　C.24　　D.48



考点：斜二测画法

解析：根据直观图的画法可以得到 ΔOAB 的底为 4，高为 12，所以面积为 24

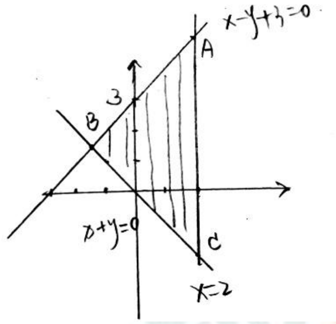
答案：C

8.已知实数 x,y 满足条件 $\begin{cases} x-y+3\geq 0 \\ x+y\geq 0 \\ x\leq 2 \end{cases}$，则 $z=x-2y$ 的最大值为（　）

A.8　　B.6　　C.-8　　D. $-\frac{9}{2}$

考点：线性规划

解析：如图所示画出可行域，目标函数 $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}z$ 取到最大值时，是在点 $C(2,-2)$ 处取到，所以最大值、为 6



答案：B

9．若直线 $m^2x+(m^2-m)y+1=0$ 与 $2x-y-1=0$ 互相垂直，则实数 $m=$（　　）

A. −1　　B. 0　　C. −1 或 0　　D.1

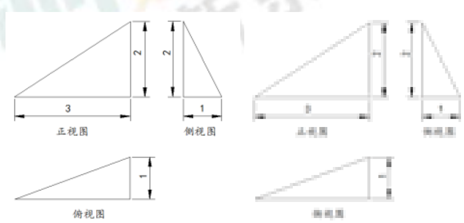
考点：直线与直线位置关系

解析：若直线 $m^2x+(m^2-m)y+1=0$ 与 $2x-y-1=0$ 互相垂直，则有 $2m^2-m^2+m=0$

又 $m\neq 0$，故解得 $m=-1$

答案：A

10. 已知某几何体的三视图如右图所示，则该几何体的表面积为



A. $\dfrac{5+3\sqrt{5}+2\sqrt{10}}{2}$　　B. $\dfrac{2+3\sqrt{5}+2\sqrt{10}}{2}$　　C. $\dfrac{11+3\sqrt{5}}{2}$　　D. $\dfrac{11}{2}$

考点：三视图

解析：由三视图还原直观图可知，该几何体为底面是直角三角形的直三棱锥，解得该几何体表面积为 $\dfrac{5+3\sqrt{5}+2\sqrt{10}}{2}$

答案：A

11.若关于 x 的方程 $x+m=\sqrt{1-x^2}$ 有两个不同实数根，则实数 m 的取值范围是（　　）

A. $(-\sqrt{2},\sqrt{2})$　　B. $[-1,1]$　　C. $[1,\sqrt{2})$　　D. $[-1,\sqrt{2})$

考点：直线与圆的位置关系

解析：题目可转化为直线 $y=x+m$ 与半圆 $y=\sqrt{1-x^2}$ 有两个交点，如图所示，当直线经过 A、C 时，$m=1$；当直线与曲线相切时，$m=\sqrt{2}$，故 $m\in[1,\sqrt{2})$。

答案：C

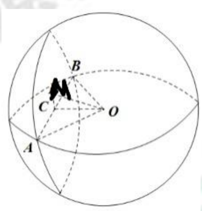
12. 已知圆 O 和圆 M 是球 O 的大圆和小圆，其公共弦长为球 O 半径的 $\sqrt{3}$ 倍，且圆 O 和圆 M 所在平面所成的二面角是 $30°$，$OM=1$，则圆 O 的半径为（　　）

A. $\frac{4}{3}$　　B. 2　　C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$　　D. 4

考点：球体的截面问题

解析：如图所示，设 AB 为两圆的公共弦，连接 OM，由球的截面性质知，OM 垂直于圆 M 所在圆面，过 M 作 MC 垂直 AB 于 C，连接 OC，由三垂线定理知 $\angle MCO$ 即为两圆面所成的二面角，为 $30°$，则 $OC=2OM=2$，设圆 O 的半径为 R，依题意有 $4+(\frac{\sqrt{3}}{2}R)^2=R^2, R=4$。

答案：D



二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 3 分，满分 12 分）

13.已知空间直角坐标系中点 $P(1,2,3)$，$Q(3,2,1)$，则 $|PQ|=$ 　　　　。

考点：空间直角坐标系

解析：$|PQ|=\sqrt{(1-3)^2+(2-2)^2+(3-1)^2}=2\sqrt{2}$

答案：$2\sqrt{2}$

14. 已知某圆锥的侧面展开图是半径为 2 的半圆，则该圆锥的体积为　　　　。

考点：圆锥的表面积和体积

解析：展开图是半径为 2 的半圆，可知圆锥的母线长为 2，圆锥底面圆的周长为 2π，可得底面圆半径为 1，所以圆锥的高为 $\sqrt{3}$，则圆锥体积为 $\frac{1}{3}\times\sqrt{3}\times\pi=\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$

答案：$\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$

15.已知经过点 $M(2,1)$ 作圆 $C:(x+1)^2+y^2=1$ 的两条切线，切点分别为 A、B 两点，则直线 AB 的方程为________________

考点：直线与圆相切问题，圆与圆公共点问题

解析：圆心 $C:(-1,0)$

以 MC 为直径的圆的方程为：$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{2}$

AB 为两圆的公共弦所在直线方程，即两圆方程相减

$\therefore AB$ 所在直线方程为：$(x+1)^2+y^2-1-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\left(y-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{2}=0$

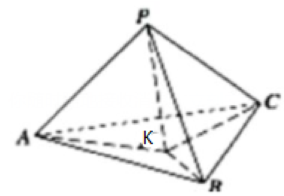
即 $3x+y+2=0$

答案：$3x+y+2=0$

16.如图，三棱锥 $P-ABC$ 中， PA、PB、PC 两两垂直， $PA=PB=PC=2$，设点 K 是△ABC 内一点，现定义 $f(K)=(x,y,z)$，其中 x，y，z 分别是三棱锥 $K-PAB$，$K-PBC$，$K-PAC$ 的体积，若 $f(K)=\left(a,\frac{1}{3},b\right)$，则 $\frac{3a+b}{ab}$ 的最小值为________。

考点：正棱锥体积与基本不等式综合问题

解析：正棱锥底面边长为 $AB=BC=AC=2\sqrt{2}$



$\therefore$ 正三棱锥的高为 $h=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\therefore V_{P-ABC}=\frac{1}{3}\times S_{\triangle ABC}\times h=\frac{4}{3}$

$\because V_{P-ABC}=V_{K-PAB}+V_{K-PBC}+V_{K-PAC}$

$\therefore \frac{4}{3}=a+\frac{1}{3}+b$

$\therefore a+b=1$

$\frac{3a+b}{ab}=\frac{3}{b}+\frac{1}{a}=\left(\frac{3}{b}+\frac{1}{a}\right)(a+b)$

$=\frac{3a}{b}+\frac{b}{a}+4$

$\because a>0$，$b>0$

$\therefore \frac{3a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2\sqrt{3}$ 当且仅当 $\frac{3a}{b}=\frac{b}{a}$，即 $b=\sqrt{3}a$ 时等号成立

$\therefore \frac{3a+b}{a\cdot b}$ 的最小值为 $2\sqrt{3}+4$

答案：$2\sqrt{3}+4$

三．解答题（本大题共 5 小题，共 52 分，解答需要写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17、已知 ΔABC 的三个顶点坐标分别是 $A(-2,-1),B(2,1),C(1,3)$.

（Ⅰ）求边 AB 高所在直线的点斜式方程；

（Ⅱ）求边 AB 上的中线所在直线的一般式方程.

考点：直线方程

解析：（Ⅰ） AB 边上的高所在的直线为直线 CH，H 为垂足，由已知 $A(-2,-1),B(2,1)$

得：$k_{AB}=\frac{1-(-1)}{2-(-2)}=\frac{1}{2}$， 而 $k_{AB}k_{CH}=-1,\therefore k_{CH}=-2$，而 $C(1,3)$

所以直线 CH 的方程为 $y-3=-2(x-1)$

（Ⅱ） AB 边上的中线所在的直线为直线 CE，E 为 AB 中点，由已知 $A(-2,-1),B(2,1)$

得：$E(0,0)$，而 $C(1,3)$，得：$k_{EC}=\frac{3-0}{1-0}=3$

所以直线 CE 的方程为 $y=3x$

即 $3x-y=0$

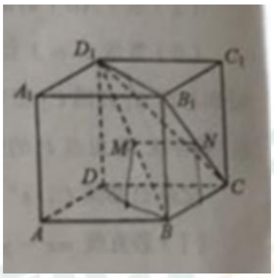
答案：（Ⅰ） $y-3=-2(x-1)$

（Ⅱ）$3x-y=0$

18.如图，在棱长为 a 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 M,N 分别是 BD_1,B_1C 的中点，

（1）求证：$MN\perp B_1C$

（2）求三棱锥 B_1-BCD_1 的体积



考点：立体几何中垂直的判定定理与性质定理，求体积问题

解析：（1）通过线线垂直得到得到线面垂直，再通过线面垂直得到线线垂直

（2）利用等体积法求体积

答案：（1）取 BD,CD 的中点为 P,Q，连接 PQ,MP,NQ

在 ΔBDD_1 中，$MP=\frac{1}{2}DD_1,MP//DD_1$，同理在 ΔBCB_1 中，$NQ=\frac{1}{2}BB_1,NQ//BB_1$

又 $BB_1=DD_1,BB_1//DD_1$，所以 $MP=NQ,MP//NQ$，所以四边形 $MNQP$ 是平行四边形，

所以 $MN//PQ$，

又 $PQ//DC,DC\perp$ 平面 BCC_1B_1，所以 $PQ\perp$ 平面 BCC_1B_1，所以 $PQ\perp B_1C$，所以 $MN\perp B_1C$

（2）$V_{B_1-BCD_1}=V_{D_1-BCB_1}=\frac{1}{3}\times h_{D_1C_1}\times S_{\Delta BCB_1}=\frac{1}{6}a^3$

19.（本小题 10 分）

已知圆 $C_1:x^2+y^2-4x=0$ 与圆 $C_2:x^2+y^2+2my+n=0$ 关于直线 $y=x$ 对称。

（Ⅰ）求实数 m,n 的值；

（Ⅱ）求经过圆 C_1 与圆 C_2 的公共点以及点 $P(-1,1)$ 的圆的方程.

考点：圆的方程

解析：（Ⅰ）将 C_1 与 C_2 转化为圆的标准形式，由 C_1 与 C_2 关于直线 $y=x$ 对称，可知圆 C_1 与圆 C_2 的圆心关于直线 $y=x$ 对称，半径相等，建立关系式，即可求解 m,n 的值

（Ⅱ）联立两圆的方程求得圆 C_1 与圆 C_2 的公共点，进而将题目转化为求解过三个点的圆的方程。

答案：（Ⅰ）$C_1:x^2+y^2-4x=0$ 的标准方程为 $(x-2)^2+y^2=4$，圆心 $C_1(2,0)$，半径 $r_1=2$

$C_2:x^2+y^2+2my+n=0$ 的标准方程为 $x^2+(y+m)^2=m^2-n$，圆心 $C_2(0,-m)$，半径 $r_2=\sqrt{m^2-n}$

由题知 C_1 与 C_2 关于直线 $y=x$ 对称，所以 $\begin{cases}-m=2\\ \sqrt{m^2-n}=2\end{cases}$，解得 $\begin{cases}m=-2\\ n=0\end{cases}$

（Ⅱ）$\begin{cases}x^2+y^2-4x=0\\x^2+y^2-4y=0\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=0\\y=0\end{cases}$ $\begin{cases}x=2\\y=2\end{cases}$

令 $O(0,0),Q(2,2)$,故题目转化为求过点 O,P,Q 三点的圆的方程

又 $OP\perp O($

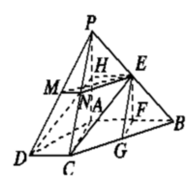
可知所求圆的圆心为线段 PQ 的中点，即 $(\frac{1}{2},\frac{3}{2})$；半径 $r=\frac{|PQ|}{2}=\frac{\sqrt{10}}{2}$

所以所求圆的方程为：$(x-\frac{1}{2})^2+(y-\frac{3}{2})^2=\frac{5}{2}$

20（甲）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AB\perp AC,AB\perp PA,AB//DC$，点 E,F,G,M,N 分别是 PB,AB,BC,PD,PC 的中点

（1）求证：$AN//$ 平面 EFG；

（2）求证：平面 $MNE\perp$ 平面 EFG



考点：线面平行的判定；面面垂直的判定

解析：（1）在 ΔPAB 中，E,F 分别是 PB,AB 的中点，所以 $EF//PA$，所以 $EF//$ 平面 PAC

在 ΔACB 中，F,G 分别是 AB，BC 的中点，所以 $FG//AC$，所以 $FG//$ 平面 PAC

又 $EF\cap FG=F$，所以平面 PAC // 平面 EFG，所以 $AN//$ 平面 EFG

（2）$\because E$、F 分别是 PB、AB 中点，$\therefore EF//PA$

又 $AB\perp PA,\therefore AB\perp EF$

同理可证 $AB\perp FG$。

又 $EF\cap FG=F,EF$、$FG\subset$ 面EFG，

故 $AB\perp EFG$。

又 M、N 分别为 PD、PC 中点，$\therefore MN//CD$,又$AB//CD$,故$MN//AB$,

$\therefore MN\perp EFG$

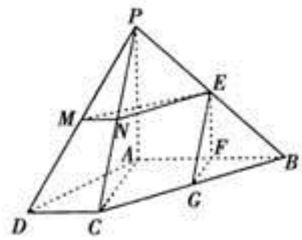
$\because MN\subset EMN$

$\therefore EFG\perp EMN$

20、（乙）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $AB\perp AC, AB\perp PA, AB//DC,$ 点 E 、 F 、 G、M、N 分别是 PB， AB,BC,PD,PC 的中点.

（Ⅰ）若 $AB=2CD$, 求证： $CE//$ 平面 PAD

（Ⅱ）求证： $MN\perp$ 平面 EFG



考点:（Ⅰ）线面平行的判定;（Ⅱ）线面垂直的判定

解析:（Ⅰ）连结 CF 。

$\because$ E 、 F 分别是 PB、 AB 的中点

$\therefore$ EF 是 ΔPAB 的中位线

$\therefore$ $EF//PA$ 又 $\because AB//DC, AB=2DC$

$\therefore AF//DC, AF=DC$

$\therefore$ 四边形 $ADCF$ 是平行四边形

$\therefore$ $CF//AD$

又 $\because$ $EF\cap EC=E, PA\cap AD=A$

$\therefore$ 平面 $EFC//$ 平面 PAD

$\because CE\subset$ 平面 EFC

$\therefore CE//$ 平面 PAD

（Ⅱ）$\because AB\perp AC, AB\perp PA$

$\therefore AB\perp$ 平面 PAC

又 $\because E$、F、G 分别是 PB、AB、CB 的中点

$\therefore EF//PA, EG//AC$

$\therefore$ 平面 $EFG//$ 平面 PAC

$\therefore AB\perp$ 平面 EFG

又 $\because M$、N 分别是 PD、PC 的中点

$\therefore MN//DC//AB$

$\therefore MN\perp$ 平面 EFG

21.（本小题 12 分）（甲）已知圆 $C_1: x^2+y^2=4$ 与圆 $C_2:(x-4)^2+(y-2)^2=4$，点 A 在圆 C_1 上，点 B 在圆 C_2 上.

（Ⅰ）求 $|AB|$ 的最小值;

（Ⅱ）直线 $x=3$ 上是否存在点 P，满足经过点 P 由无数对相互垂直的直线 l_1 和 l_2，它们分别与圆 C_1 和圆 C_2 相交，并且直线 l_1 被圆 C_1 所截得的弦长等于直线 l_2 被圆 C_2 所截得的弦长？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

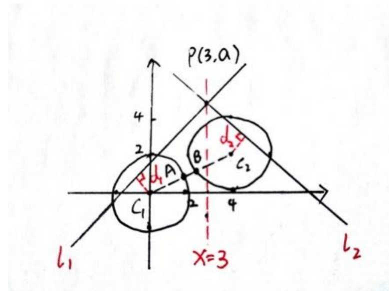
考点：圆的最值问题、直线和圆相交弦长问题

解析:（Ⅰ）$|AB|$ 为两圆心连线与两圆交点时最小，此时 $|AB|=|C_1C_2|-r_1-r_2=2\sqrt{5}-4$

（Ⅱ）设 $P(3a,$ ，斜率不存在时不符合题意，舍去；斜率存在时，则 $l_1: y=k(x-3)+a$ 即 $kx-y+a-3k=0$ ，

$l_2: y=-\frac{1}{k}(x-3)+a$ 即 $x+ky-ak-3=0$

$d_1=\dfrac{|a-3k|}{\sqrt{k^2+1}}$ ， $d_2=\dfrac{|1+2k-ak|}{\sqrt{k^2+1}}$



由题意可知，两弦长相等也就是 d_1和d_2 相等即可，

故 $d_1=d_2$即$\dfrac{|a-3k|}{\sqrt{k^2+1}}=\dfrac{|1+2k-ak|}{\sqrt{k^2+1}}$ ，

化简得：$(a^2-4a-5)k^2+4(a+1)k+1-a^2=0$

对任意 k 恒成立，故 $\begin{cases}a^2-4a-5=0\\4(a+1)=0\\1-a^2=0\end{cases}$ ，解得 $a=-1$

故存在点 $P(3,-1)$ 满足题意.

答案：(Ⅰ) $|AB|=2\sqrt{5}-4$

(Ⅱ) 存在， $P(3,-1)$

21.（乙）已知圆 $C_1:x^2+(y+2)^2=4$与圆 $C_2:(x-4)^2+y^2=4$

（1）若直线 $mx-y+(m-1)=0(m\in R)$与圆 C_1相交于 A,B两个不同点，求$|AB|$的最小值；

（2）直线 $x=3$上是否存在点 P，满足经过点 P有无数对互相垂直的直线 l_1和 l_2，它们分别与圆 C_1 和圆 C_2 相交，并且直线 l_1被圆 C_1所截得的弦长等于直线 l_2被圆 C_2 所截得的弦长？若存在，求出点 P的坐标；若不存在，请说明理由。

考点：直线与圆相交问题

解析：（1）直线 $mx-y+(m-1)=0(m\in R)$过定点 $M(-1,-1)$，$|AB|$取最小值时， $AB\perp C_1M$

$$|C_1M|=\sqrt{(0+1)^2+(-2+1)^2}=\sqrt{2},\therefore |AB|=2\sqrt{4-|C_1M|^2}=2\sqrt{2}$$

（2）设 $P(3,a)$，斜率不存在时不符合题意，舍去；斜率存在时，

则 $l_1:y=k(x-3)+a$即$kx-y+a-3k=0$ ， $l_2:y=-\dfrac{1}{k}(x-3)+a$即$x+ky-ak-3=0$

$d_1=\dfrac{|2+a-3k|}{\sqrt{k^2+1}}$， $d_2=\dfrac{|1-ak|}{\sqrt{k^2+1}}$

由题意可知，两弦长相等也就是 d_1和d_2 相等即可，

故 $d_1=d_2,\therefore \dfrac{|2+a-3k|}{\sqrt{k^2+1}}=\dfrac{|1-ak|}{\sqrt{k^2+1}}$，

化简得：$(9-a^2)k^2-(12+4a)k+a^2+4a+3=0$

对任意 k 恒成立，故 $\begin{cases}9-a^2=0\\12+4a=0\\a^2+4a+3=0\end{cases}$ ，解得 $a=-3$

故存在点 $P(3,-3)$满足题意.

答案：(Ⅰ) $|AB|=2\sqrt{2}$

(Ⅱ) 存在， $P(3,-3)$